

Estimation récursive du champ d'orientation par reconstruction d'hypersurfaces et changement d'espace

SALMA DOGHRAJI, MARC DONIAS, YANNICK BERTHOUMIEU

Univ. Bordeaux, IMS, UMR 5218, F-33400, Talence, France

Bordeaux INP, IMS, UMR 5218, F-33400, Talence, France

<mailto:{salma.doghraji, marc.donias, yannick.berthoumieu}@ims-bordeaux.fr>

Résumé – L'estimation des orientations d'une donnée texturée composée de structures localement linéiques peut s'avérer compliquée dans le cas de géométries complexes pour lesquelles les méthodes conventionnelles ne sont pas robustes. Dans cet article, nous proposons une méthode récursive d'estimation de l'orientation basée sur la reconstruction d'hypersurfaces afin de déterminer les paramètres d'un modèle local de changement d'espace. Calculé à partir d'un champ de vecteurs gradients « redressés », le tenseur de structure est moins sensible à la géométrie inhérente des structures et conduit à une estimation plus précise. La méthode est itérée de sorte à déterminer des modèles de changements d'espace de plus en plus adaptés et couplés à des estimations de moins en moins biaisées.

Abstract - Estimating the orientations of a textured image composed of locally linear structures may prove to be complicated in the case of complex geometries for which conventional methods are not robust. In this paper, we propose a recursive method of orientation estimation based on the reconstruction of hypersurfaces in order to determine the parameters of a local space transformation model. The structure tensor proves to be less sensitive to the structure geometry when executed on the upright gradient field. The process can be iterated in order to define more accurate space transformations leading to refined orientation estimation.

1 Introduction

Les textures linéaires ou directionnelles sont une classe particulière d'images texturées constituée d'images d'empreintes digitales, de matériaux fibreux ou encore d'images sismiques. Elles sont composées d'hypersurfaces qui sont des courbes ou des surfaces, selon la dimensionnalité de la donnée, organisées de manière caractéristique telle que des lignes dermatiques concentriques ou des empilements d'horizons sismiques.

Les orientations locales offrent des informations clés au sujet des structures directionnelles et constituent souvent l'information de base de traitement de ce type d'images. Dans le cas de régions convergentes, chaotiques ou à forte dynamique, l'estimation peut conduire à un champ d'orientations biaisé peu en accord avec les structures visibles.

Les nombreuses méthodes existantes d'estimation de l'orientation locale peuvent être divisées en deux catégories : les méthodes « directionnelles » et celles basées sur un apprentissage amont.

Les premières approches se basent sur les images d'intensité. La méthode la plus populaire est celle basée sur le tenseur de structure [1]. Elle consiste tout d'abord à estimer les composantes du vecteur gradient en couplant filtres dérivateurs et filtres passe-bas orthogonaux. Le champ d'orientations obtenu peut être altéré par des distorsions locales (lignes de crêtes, géométrie non symétrique, convergences, etc.). Une régularisation non-linéaire est effectuée au moyen d'une

décomposition en valeurs propres de la matrice d'autocorrélation locale convoluée par un filtre passe-bas généralement gaussien. L'orientation retenue est celle du vecteur propre principal associé à la valeur propre de plus forte amplitude. Une variante robuste [2] a été introduite plus particulièrement dans le contexte de mélanges de populations. La contribution de chaque vecteur gradient y est pondérée non seulement par la distance au point central du voisinage mais également par sa conformité à la tendance centrale. Une alternative consiste en la mise en œuvre de bancs de filtres directionnels [3] pour lesquels le filtre qui présente la réponse la plus importante détermine l'orientation retenue ou des filtres en quadrature [4,5,6].

Les méthodes basées sur une séquence d'apprentissage consistent à construire un dictionnaire exhaustif de configurations possibles [7,8]. L'orientation d'une configuration locale est ensuite donnée par la configuration du dictionnaire la plus ressemblante. Robustes aux bruits, ces approches ont par nature une résolution liée à la base d'apprentissage.

Dans ce papier, nous proposons d'estimer le champ d'orientations à partir de la reconstruction préalable de flux denses et locaux de structures. Par détermination des paramètres d'un modèle de changement d'espace, notre approche consiste ensuite à « déplier » localement le champ de vecteurs gradients avant de procéder à l'estimation de l'orientation moyenne au moyen du tenseur de structure. Le procédé qui peut être itéré est décrit dans la section 2. La section 3 présente les résultats obtenus sur une image synthétique.

2 Estimation du champ des orientations

Les courbures asymétriques et les régions comportant des structures convergentes non linéairement réparties conduisent par nature à des estimations biaisées par la méthode du tenseur de structure. Aussi, l'approche proposée (cf. figure 1) consiste tout d'abord à modéliser la géométrie locale pour chaque pixel en s'appuyant sur un flux dense et centré de reconstructions. Ensuite, le champ de gradients localement redressé à l'aide de ce modèle conduit au moyen du tenseur de structure à une estimation moins biaisée de l'orientation du pixel courant.

Le procédé est initialisé par le calcul du champ de gradients et d'un champ d'orientations (normales) obtenu par le tenseur de structure (flèche en pointillé ci-dessous). Le vecteur normal du pixel courant est représenté en gras dans la figure 1 au sein du champ local de gradients tandis que le modèle obtenu est présenté sous forme de courbes en pointillés.

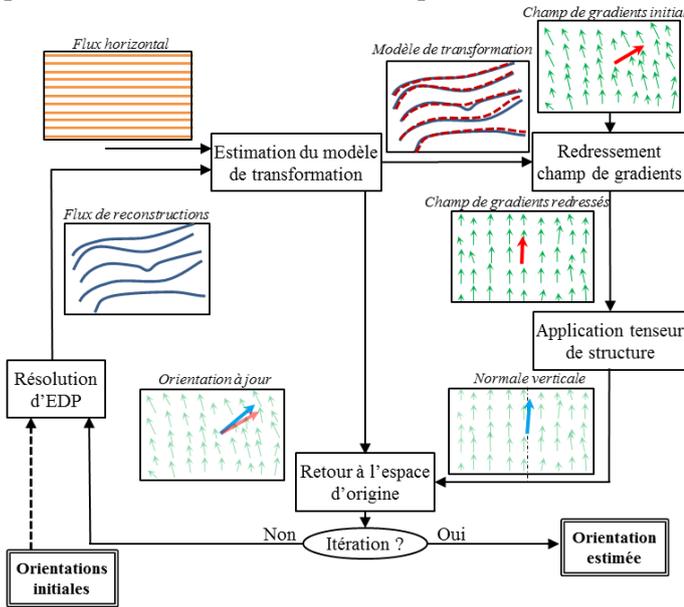


Figure 1 : Schéma bloc du processus d'estimation de l'orientation du pixel courant

2.1 Reconstruction d'hypersurfaces

Dans la littérature, il existe deux types de méthodes de reconstruction d'hypersurfaces : les méthodes locales et globales. Les méthodes locales, plus intuitives, sont généralement basées sur la mesure de similarité point par point à partir d'un site de départ [9]. Les méthodes globales sont, par nature, moins sensibles au bruit. Les méthodes basées sur les contours actifs [10] et les approches régions [11] ont été largement discutées. Cependant, elles sont limitées par l'utilisation importante de mémoire matérielle.

Le processus de reconstruction est, ici, basé sur l'estimation préalable du champ d'orientations en utilisant la méthode conventionnelle du tenseur de structure. Une hypersurface explicite f vérifie une Equation aux Dérivées Partielles (EDP) non-linéaire basée sur la pente locale déduite à partir du champ de normales [12]. Cette EDP relie le gradient ∇ de f définie sur Ω à la tangente à la pente p [13]:

$$\forall x \in \Omega, \nabla f(x) = p(x, f(x)) \quad (1)$$

La reconstruction de chaque hypersurface du flux dense centré en un point M est obtenue en minimisant, sous des contraintes de valeur, l'erreur quadratique moyenne entre le gradient de f et la tangente de la pente. Afin de garantir une expression explicite des hypersurfaces locales, une rotation de l'espace de résolution est nécessaire. L'angle de rotation α peut être défini de manière à ce que le vecteur normal en M se confonde avec l'axe vertical de Ω .

2.2 Modèle de changement d'espace

La reconstruction d'une hypersurface passant par un point d'une zone complexe est généralement peu précise car les vecteurs normaux sont sensibles aux spécificités de la région. Nous proposons de modéliser la transformation géométrique d'un flux de lignes horizontales et superposées $\{(x_1, x_2)\}$ en un flux de N reconstructions d'hypersurfaces $\{(y_1, y_2)\}$ où $y_2 = \{f_k(y_1)\}_{k \in \llbracket 1, N \rrbracket}$ est l'ensemble des hypersurfaces reconstruites. L'intérêt est ici de décrire la géométrie locale afin de s'en affranchir et d'obtenir une expression analytique d'un changement d'espace bijectif et robuste.

Les reconstructions peuvent localement être modélisées par une expression analytique polynomiale. Un compromis doit être fait lors du choix de son degré d . Il doit être suffisamment grand pour retranscrire les variations de la fonction mais suffisamment faible en raison du coût calculatoire et de l'immunité au bruit.

Soit $\theta = [\theta_1 \ \theta_2] = [a_{ij} \ b_{ij}]_{\substack{1 \leq i \leq d \\ 0 \leq j \leq i}}$ la matrice de paramètres de taille $\frac{(d+1)(d+2)}{2} \times 2$ de la fonction polynomiale h_θ de degré d qui transforme le flux horizontal en flux de reconstructions comme illustré dans la figure 1. Il en découle que $(y_1, y_2) = h_\theta(x_1, x_2)$, i.e. :

$$\begin{cases} y_1 = h_{\theta_1}(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^d \sum_{j=0}^i a_{ij} x_1^{i-j} x_2^j + o(x_1^d, x_2^d) \\ y_2 = h_{\theta_2}(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^d \sum_{j=0}^i b_{ij} x_1^{i-j} x_2^j + o(x_1^d, x_2^d) \end{cases} \quad (2)$$

En pratique, $\{(x_1, x_2)\}$ est une grille régulièrement échantillonnée, de même que y_1 . En posant $Y = [y_1 \ y_2]$, l'estimée $\hat{\theta}$ de la matrice θ s'obtient en résolvant aux moindres carrés le système matriciel :

$$Y = X\theta \quad (3)$$

où $X = [x_1 \ x_2 \ x_1^2 \ x_1 x_2 \ x_2^2 \ \dots \ x_2^d]$ et a pour solution :

$$\hat{\theta} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (4)$$

où $(.)^T$ désigne l'opérateur de transposition.

2.3 Redressement du champ de gradients

L'application du modèle de changement d'espace pour objectif d'aplanir ou de redresser localement le champ de gradients afin de s'affranchir de la géométrie non isotrope des structures considérées. La méthode du tenseur de structure appliquée ensuite permet de s'affranchir des disparités liées au bruit.

Dans un premier temps, le champ des gradients $\{(g_{h_{\hat{\theta}_1}}, g_{h_{\hat{\theta}_2}})\}$ de la grille du modèle est calculé par interpolation bilinéaire vectorielle (tenseur de structure opéré sur les 4 vecteurs gradients les plus proches) du champ de gradients initial.

Seuls les vecteurs tangents conservant leur propriété de tangence par changement d'espace, les transformations qui suivent doivent être appliqués aux tangentes définies par perpendicularité

$$\{(t_{h_{\hat{\theta}_1}}, t_{h_{\hat{\theta}_2}})\} = \left\{ \left(-g_{h_{\hat{\theta}_2}}, g_{h_{\hat{\theta}_1}} \right) \right\} \quad (5)$$

Le Jacobien relatif à la rotation d'espace s'exprime :

$$J_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (6)$$

Le Jacobien décrivant la transformation de la grille horizontale au modèle s'exprime quant à lui comme suit :

$$J_\theta = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial h_{\hat{\theta}_1}} & \frac{\partial x_1}{\partial h_{\hat{\theta}_2}} \\ \frac{\partial x_2}{\partial h_{\hat{\theta}_1}} & \frac{\partial x_2}{\partial h_{\hat{\theta}_2}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Chaque terme de cette matrice est un polynôme de degré $d - 1$.

Le changement d'espace pour « horizontaliser » les tangentes $\{(t_{h_{\hat{\theta}_1}}, t_{h_{\hat{\theta}_2}})\}$ en $\{(t_{1_H}, t_{2_H})\}$ est donc le suivant :

$$(t_{1_H}, t_{2_H}) = J_\theta^{-1} \times J_\alpha \times (t_{h_{\hat{\theta}_1}}, t_{h_{\hat{\theta}_2}}) \quad (8)$$

Le champ des gradients redressés est donc $\{(g_{1_H}, g_{2_H})\} = \{(t_{2_H}, -t_{1_H})\}$. Le vecteur normal central $\begin{bmatrix} n_{1_H} \\ n_{2_H} \end{bmatrix}_c$ est déduit après l'application du tenseur de structure et la détermination du vecteur propre principal.

2.4 Retour à l'espace d'origine

La nouvelle estimation du champ d'orientations est déduite en effectuant le changement d'espace inverse.

Elle est traduite par le Jacobien correspondant à la transformation du modèle vers la grille horizontale exprimée comme suit:

$$J_{\theta_{inv}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{\hat{\theta}_1}}{\partial x_1} & \frac{\partial h_{\hat{\theta}_1}}{\partial x_2} \\ \frac{\partial h_{\hat{\theta}_2}}{\partial x_1} & \frac{\partial h_{\hat{\theta}_2}}{\partial x_2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Enfin, le changement d'espace s'exprime :

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix}_c = J_\alpha^{-1} \times J_{\theta_{inv}} \times \begin{bmatrix} -n_{2_H} \\ n_{1_H} \end{bmatrix}_c \quad (10)$$

Les normales $\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix}_c$ sont déduites à partir de $\begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix}_c$ par perpendicularité.

Afin de réduire le coût calculatoire du traitement, le même flux de reconstructions peut être conservé pour modéliser la géométrie d'un voisinage de pixels de taille $N \times N$.

3 Résultats

Dans un premier temps, les résultats de notre méthode sont présentés sur une image directionnelle

synthétique de taille 256×256 , fortement variable, quantifiée sur 127 niveaux (cf. figure 2) et pour laquelle le champ d'orientations associé s'obtient par une dérivation analytique.

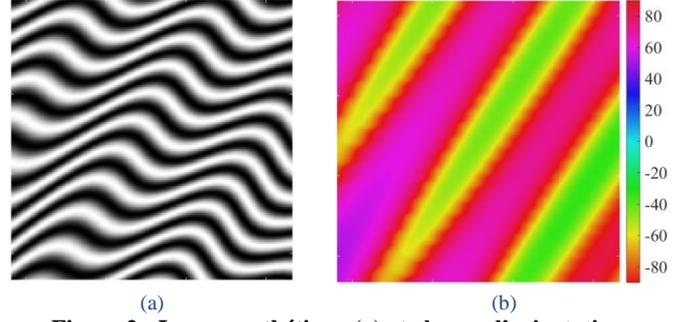


Figure 2 : Image synthétique (a) et champ d'orientations analytique en degrés (b)

Les approches d'estimation de l'orientation comparées sont la technique classique du tenseur de structure, sa variante robuste et notre proposition.

La grille de reconstruction est de taille 23×23 . L'orientation initiale est obtenue en utilisant la méthode du tenseur de structure avec un écart-type de $\sigma_G = 1$ et de $\sigma_T = 2$ respectivement pour le filtre gradient (dérivée de la gaussienne) et le calcul de la matrice d'autocorrélation (passe-bas gaussien). Le modèle de transformation est de degré 7.

L'erreur d'orientation définie par la différence absolue entre l'angle de l'estimée de l'orientation et sa valeur analytique est calculée en tenant compte de sa π -périodicité (cf. figure 3). Dans le cas de la méthode du tenseur de structure robuste, le paramètre d'échelle de l'erreur de la norme gaussienne est fixé à 0.7.

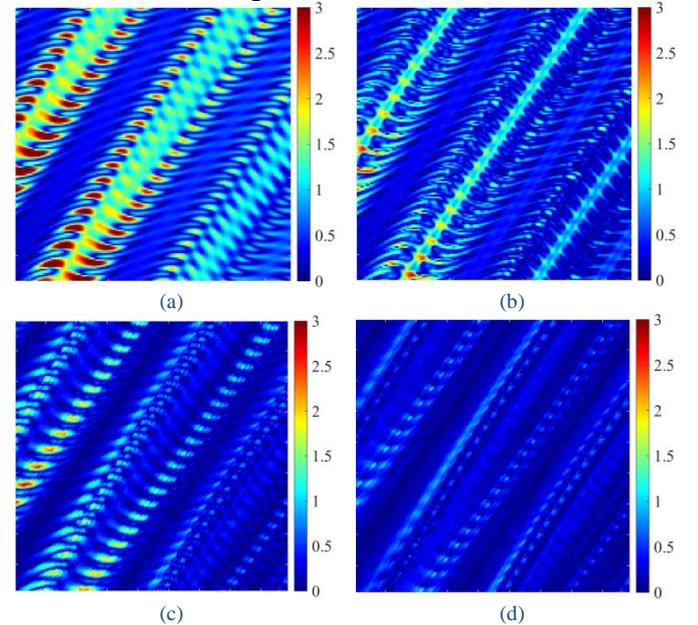


Figure 3 : Erreurs d'orientation initiale (a), par la méthode tensorielle robuste (b), et par la méthode proposée après 1 itération (c) puis 2 (d) en degrés

Il apparaît que la méthode du tenseur de structure conduit à un terme d'erreur moyenne de 0.97 degrés avec des pics d'erreur pouvant atteindre près de 8 degrés en comparaison avec l'orientation analytique. La méthode que nous proposons conduit à une estimation du champ d'orientation plus exacte. En effet, le terme d'erreur moyenne chute à 3.1×10^{-2} degrés à la

première itération puis à 3.8×10^{-3} degrés dès la seconde itération pour laquelle la convergence est atteinte. La régularité de l'orientation obtenue est également améliorée avec près de 93% des orientations ayant une erreur inférieure à 0.5 degrés. De plus, la distribution initiale de la figure 4 montre que l'estimation de l'orientation par le tenseur de structure comporte un biais initial de 0.5 degrés qui est quasi-nul par notre méthode.

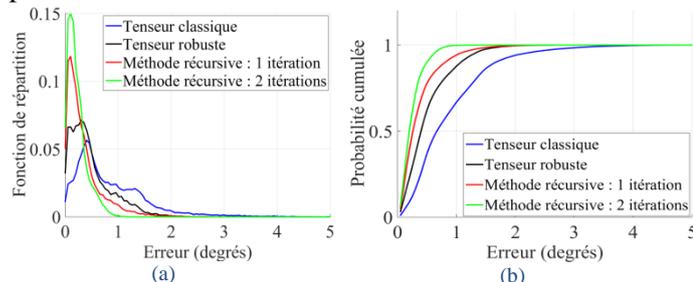


Figure 4 : Distributions (a) et fonctions de répartition (b) des erreurs par pas de 0.05 degrés

Dans le reste de cette section, nous nous intéressons à l'image synthétique précédente à laquelle nous avons ajouté un bruit blanc gaussien centré équivalent à 10% de l'amplitude de l'image initiale.

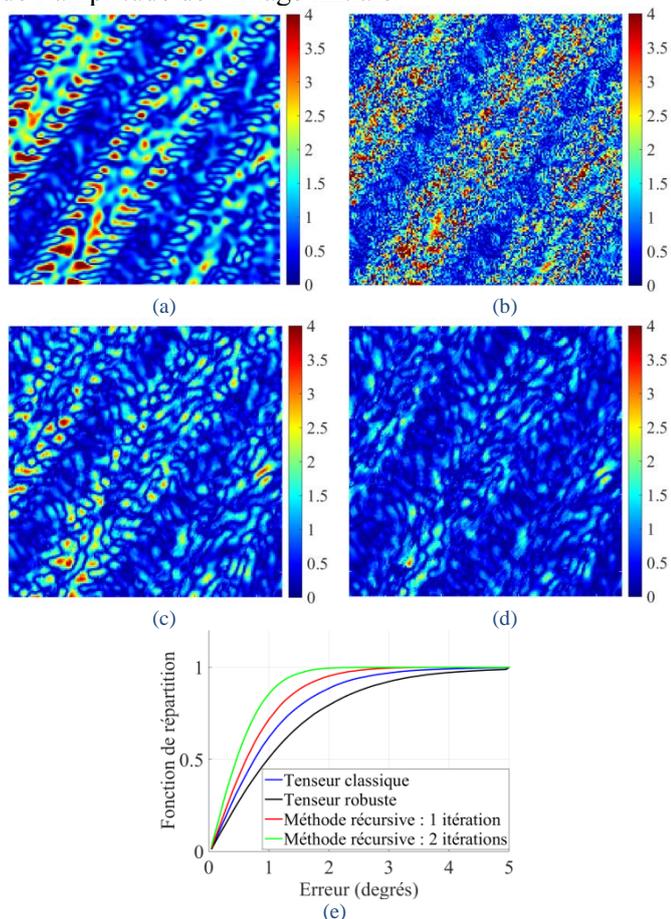


Figure 5 : Erreurs d'orientation initiale (a), par la méthode tensorielle robuste (b), par la méthode proposée après 1 itération (c) puis 2 (d) en degrés et fonctions de répartition des erreurs (e)

De la figure 5, il apparaît que la méthode tensorielle dite robuste diverge en présence de bruit en comparaison avec la méthode classique. Notre méthode obtient toujours les meilleures performances mais est tributaire du fait que l'estimation du champ de gradients initiale est affectée par la présence du bruit.

4 Conclusion

Nous avons décrit une méthode pratique pour améliorer l'estimation du champ d'orientations à travers la reconstruction d'hypersurfaces basée sur la résolution d'une EDP. Ce processus repose sur l'estimation du champ normal à partir du champ de gradients redressés et la transformation inverse dans l'espace original.

Notre méthode a prouvé son efficacité dans le cas où la géométrie de la structure directionnelle biaise la reconstruction de l'hypersurface. L'aspect récursif de la méthode permet l'amélioration de l'estimation dans le cas de textures directionnelles convergentes ou à fortes variations.

La contribution majeure de cet article repose sur les différents changements d'espace afin d'obtenir une estimation d'orientation plus précise. Par ailleurs, ceci pourrait être utilisé pour résoudre l'EDP dans un espace basé sur la géométrie de la région, ce qui conduirait à une convergence plus rapide de la solution et une reconstruction plus stable.

5 Références

- [1] J. Bigün, G. H. Granlund, and J. Wiklund. "Multidimensional orientation estimation with applications to texture analysis and optical flow", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13.8, pp. 775-790, 1991.
- [2] R. van den Boomgaard and J. van de Weijer, "Robust estimation of orientation for texture analysis", *Proc. Texture 2002, 2nd International Workshop on Texture Analysis and Synthesis, Copenhagen*, 2002.
- [3] R.H. Bamberger, and M.J.T. Smith. "A filter bank for the directional decomposition of images: Theory and design." *IEEE Transactions, Signal Processing*, 40.4, pp. 882-893, 1992.
- [4] J. Bigün, "Speed, frequency, and orientation tuned 3-d Gabor filter banks and their design", *Pattern Recognition, 1994*, Vol. 3- Conference C: Signal Processing, Proceedings of the 12th IAPR International Conference, IEEE, 1994.
- [5] M. Kass, and A. Witkin, "Analyzing oriented patterns", *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, n. 37, pp.362-385, 1987.
- [6] S. Huckemann, T.Hotz, and A. Munk, "Global models for the orientation field of fingerprints: an approach based on quadratic differentials", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, n. 30, pp.1507-1519, 2008.
- [7] S. Abe, "Support Vector Machines for Pattern Classification", *Springer*, pp. 113-127, 2010.
- [8] Y. Wu, and al., "A SVM-based method for the estimation of fingerprint and palmprint orientation", *Intelligent Control and Information Processing (ICICIP)*, Fourth International Conference on IEEE, p. 343-348, 2013.
- [9] F. Pauget, S. Lacaze and T. Valding, "A global approach in seismic interpretation based on cost function minimization", *Society of Exploration Geophysicists*, Expanded Abstract, 28, no. 1, pp. 2592-2596, 2009.
- [10] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos, "Snakes: Active contour models", *International Journal of Computer Vision*, Vol. 1, n. 4, pp. 321-331, 1988.
- [11] S. Osher, and J.A. Sethian, "Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations", *Journal of Computational Physics*, Vol. 79, n. 1, pp. 12-49, 1988.
- [12] G. Zinck, M. Donias, and O. Laviolle, "N-Dimensional surface reconstruction from a noisy normal vector field", *Signal Processing Conference (EUSIPCO), 2012 Proceedings of the 20th European*. IEEE, pp. 395-399, 2012.
- [13] J. Lomask, and A. Guitton, "Flattening with geological constraints", *Society of Exploration Geophysicists*, Annual Meeting Expanded Abstracts, pp. 1053-1056, 2006.