

# Diffusion sur graphes et placement automatique de germes pour la sur-segmentation d’images

Pierre BUYSSENS, Olivier LÉZORAY, Abderrahim ELMOATAZ

GREYC CNRS (UMR 6072), UNICAEN, ENSICAEN, Équipe Image  
6, Bd. Maréchal Juin, 14000 Caen, FRANCE

{pierre.buysens, abderrahim.elmoataz, olivier.lezoray}@unicaen.fr

**Résumé** – Dans cet article nous proposons d’utiliser l’équation Eikonale sur graphes pour le partitionnement généralisé de données. Nous proposons une nouvelle fonction de potentielle qui favorise la création de partitions homogènes, ainsi qu’une méthode itérative permettant de placer astucieusement de nouveaux germes sur le graphe. L’application de ces contributions au problème de la sur-segmentation d’une image démontre les performances de notre approche, donnant des résultats comparables à des méthodes dédiées de l’état de l’art.

**Abstract** – In this paper we propose to use the Eikonal equation on graphs for generalized data clustering. We introduce a new potential function that favors the creation of homogeneous clusters together with an iterative algorithm that place seeds vertices at smart locations. Oversegmentation application shows the effectiveness of our approach and gives results comparable to the state-of-the-art methods.

## 1 Introduction

Avec l’accroissement important du volume de données et le besoin de leur traitement, la simplification (ou partitionnement) de ces données devient un point crucial pour de nombreuses applications. Un moyen éprouvé pour modéliser ces données est l’utilisation d’un graphe où chaque échantillon est représenté par un nœud et dont les arêtes représentent les interactions entre les échantillons. La création d’un partitionnement de ce graphe permet de simplifier les données, et donc de décroître la taille du problème. De nombreuses approches de partitionnement de graphes ont été proposées dans la littérature, tel que les méthodes spectrales, celles basées sur les coupes de graphes ou encore les méthodes reposant sur la marche aléatoire (voir [9] pour une revue de ces différentes méthodes).

Des travaux récents essaient d’adapter des méthodes connues du traitement du signal au domaine discret des graphes [5]. Récemment, [3] a proposé une adaptation de l’équation Eikonale sur graphes qui généralise la propagation de front à des données de dimension quelconque. Dans cet article, nous proposons d’utiliser ce cadre pour le partitionnement de données, et plus particulièrement pour la sur-segmentation d’images. En plus d’une nouvelle fonction de potentiel, nous proposons également une méthode itérative pour la création du nombre désiré de clusters de la partition. La comparaison de sur-segmentation d’images obtenues avec notre méthode et celles obtenues avec des méthodes dédiées de l’état de l’art montre l’efficacité de notre approche.

**Notations et contexte.** Nous supposons que tout domaine discret peut être modélisé par un graphe pondéré. Soit  $G = (V, E, w)$  un graphe pondéré composé d’un ensemble fini  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$  de  $n$  nœuds et  $E \subset V \times V$  un ensemble d’arêtes pondé-

rées. Une arête  $(u, v) \in E$  lie deux nœuds adjacents  $u$  et  $v$  et est pondérée par une fonction de poids  $w : V \times V \rightarrow \mathbb{R}^+$ . Dans la suite, un tel poids est noté  $w_{uv}$ . Le nombre de voisins de  $v$  est noté  $N_v$ , et le degré  $\delta_v$  d’un nœud  $v$  est défini par  $\delta_v = \sum_{u \in V | (u,v) \in E} w_{uv}$ . L’équation Eikonale transposée sur graphes utilise le cadre des opérateurs discrets sur graphes [4] et peut être définie par :

$$\begin{cases} |\nabla U(u)| = P(u) & \forall p \in V \\ U(u) = 0 & \forall p \in V_0 \end{cases} \quad (1)$$

où  $P$  est la fonction de potentiel positive, et  $V_0$  l’ensemble des nœuds germe initiaux. La solution de cette équation donne pour chaque nœud  $v \in V \setminus V_0$  la distance géodésique  $U(v)$  au plus proche nœud germe  $u \in V_0$ . Soit un ensemble de nœuds germes  $V_0$ , la solution de l’équation 1 est calculée via une adaptation sur graphe de l’algorithme du *Fast Marching* [10], et conduit à un partitionnement de celui-ci.

## 2 Contributions

Nos contributions sont doubles : 1) Nous étendons nos précédents travaux [2] en considérant l’adaptation sur graphes de l’algorithme ERGC (*Eikonal-based Region Growing clustering*). Étant donné un ensemble de germes, ERGC effectue une diffusion de labels via une fonction de potentiel dynamique. 2) Nous proposons une algorithme gloutin qui ajoute itérativement de nouveaux germes à des nœuds spécifiques. Le seul paramètre de notre algorithme<sup>1</sup> est le nombre de clusters désirés. Dans la

1. Code disponible à l’adresse : [sites.google.com/site/pierrebussens/code/graph-based-oversegmentation](https://sites.google.com/site/pierrebussens/code/graph-based-oversegmentation)

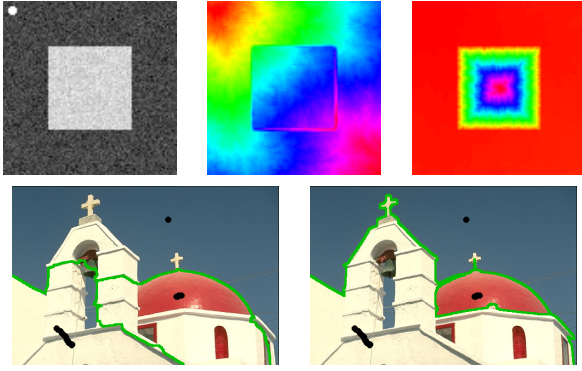


FIGURE 1 – Haut : comparaison des comportements de la diffusion sur une image synthétique. Cartes de distances géodésiques en fausses couleurs obtenues avec la fonction de potentiel basée sur le gradient (milieu), et celle proposée dans cet article (droite). Bas : résultats de segmentation avec les mêmes fonctions de potentiel. Les germes initiaux sont dessinés en noir.

suite,  $F_v \in \mathbb{R}^n$  représente le vecteur de caractéristiques associé à  $v$ , et  $\hat{F}_{C_i}$  le vecteur moyen d'un sous ensemble  $C_i$  de  $V$ .

**Fonction de potentiel proposée.** Les fonctions de potentiel classiques sont basées sur le gradient calculé en chaque nœud du graphe [3]. Dans le cas de la segmentation d'image basée sur les graphes, les résultats obtenus en utilisant cette fonction de potentiel statique dépendent beaucoup de la localisation des germes. La figure 1 (première ligne, milieu) montre les distances géodésiques calculées sur l'image du carré (première ligne, gauche) avec la fonction de potentiel *gradient* : le front se propage dans le carré blanc avant d'avoir entièrement recouvert le fond (zone noire). La segmentation du carré ne peut donc pas être obtenue en se basant sur ces distances. La segmentation d'une image naturelle avec cette fonction de potentiel peut ainsi conduire à de nombreuses erreurs (Fig. 1, deuxième ligne, gauche).

Dans cet article, nous proposons une fonction de potentiel dynamique qui favorise le regroupement de nœuds adjacents perceptuellement similaires. Soit un nœud  $v$  appartenant au front, son potentiel est calculé comme étant la distance entre son vecteur caractéristique  $F_v$  et le vecteur caractéristique moyen  $\hat{F}_{C_j}$  du cluster attendant  $C_j$  :  $P(v, C_j) = \|F_v - \hat{F}_{C_j}\|_2$ . À chaque fois qu'un nœud  $v_i$  est incorporé à un cluster  $C_j$ , son vecteur caractéristique moyen est mis à jour :

$$\begin{cases} \hat{F}_{C_j} \leftarrow \frac{\hat{F}_{C_j} \times \text{Card}(C_j) + F_v}{\text{Card}(C_j) + 1} \\ \text{Card}(C_j) \leftarrow \text{Card}(C_j) + 1 \end{cases}$$

Cette fonction de potentiel est clairement dynamique étant donné qu'elle repose sur une mise à jour continue des caractéristiques des clusters. Elle favorise la diffusion du front à des nœuds dont les caractéristiques sont proches de celles du cluster en expansion. La figure 1 (première ligne, droite) montre les distances géodésiques calculées à l'aide de cette fonction de potentiel : le front recouvre entièrement le fond (zone noire) avant de se

propager dans le carré blanc. Appliqué aux images, le potentiel proposé favorise le regroupement de pixels adjacents dont la couleur est similaire, tout en préservant bien mieux les contours des objets (Fig. 1, deuxième ligne, droite).

**Positionnement automatique des germes.** L'ensemble  $V_0$  des germes initiaux est un élément critique pour la plupart des algorithmes de diffusion. Comme montré à la figure 1, un germe mal placé peut conduire à d'importantes fuites, et donc à un mauvais partitionnement. En plus de la fonction de potentiel présentée plus haut, nous proposons un schéma simple (similaire à la méthode dite *Farthest Point* [8]) qui ajoute itérativement des nouveaux germes à des localisations bien choisies. Premièrement, une diffusion initiale est réalisée avec un germe localisé sur le nœud de degré minimal  $V_0 \leftarrow \arg \min_{v \in V} (\delta_v / N_v)$ . À partir de la carte des distances géodésiques obtenue, un nouveau germe est placé sur le nœud dont la distance est la plus grande, et une nouvelle diffusion est effectuée. Ce processus est itéré jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt prédéfini est atteint (dans la suite, ce critère est simplement le nombre de clusters désiré). Le processus est résumé à l'algorithme 1.

---

**Algorithme 1** Positionnement automatique de germes

---

**Entrées:** Un graphe  $G$ , le nombre  $n$  de clusters désirés

**Sortie:** Le graphe résultat

$V_0 \leftarrow \arg \min_{v \in V} (\delta_v / N_v)$

Résoudre l'équation 1 avec  $V_0$  comme germes

Sauver la carte de distances géodésiques  $U_0$

$it \leftarrow 0$

**Tant que**  $it < n$  **faire**

$V_0 \leftarrow V_0 \cup \arg \max_{v \in V} (U_{it}(v))$

Résoudre l'équation 1 avec  $V_0$  comme germes

$it \leftarrow it + 1$

Sauver la carte de distances géodésiques  $U_{it}$

---

La figure 2 illustre l'algorithme : le premier germe (en rouge) est localisé au sein d'une région homogène du ciel, et les distances géodésiques correspondantes exhibent de grandes valeurs dans les parties de l'image ne correspondant pas au ciel. Deux germes (vert et bleu) sont alors successivement ajoutés sur les nœuds dont les distances géodésiques sont les plus grandes.

### 3 Sur-Segmentation d'Image

Dans cet article, nous nous sommes focalisé sur la problématique de la sur-segmentation d'images. Dans la suite, les images couleur sont considérées dans l'espace Lab : pour un nœud donné  $v$  correspondant à un pixel  $p$ ,  $F_v$  se réduit à  $[l, a, b]^T$ . Le schéma de sur-segmentation proposé utilise les deux contributions exposées plus haut. Le processus itératif d'ajout de germe peut être appliqué directement sur l'image via une modélisation par un 4-grille graphe, mais cela s'avère *très* coûteux en pratique étant donné que le graphe contient beaucoup de nœuds (i.e. : le nombre de pixels de l'image). Nous effectuons donc dans un premier temps une sur-segmentation initiale en considérant un faible nombre de germes (1% du nombre total de pixels) régulièrement échantillonnés sur l'image. Cette

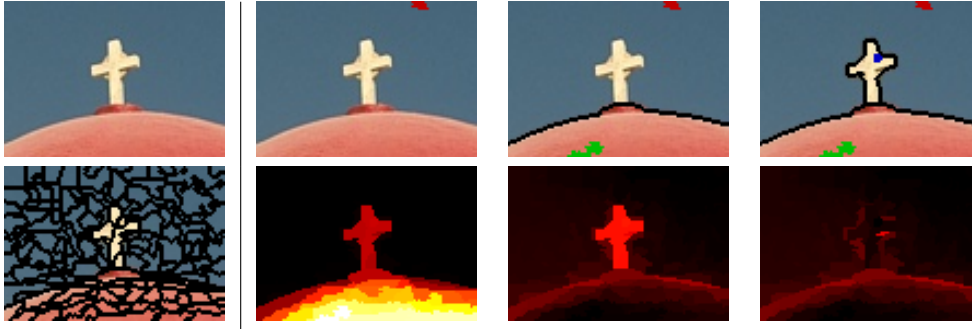


FIGURE 2 – Illustration de notre méthode de positionnement automatique de germes. Première colonne : l’image et la sur-segmentation initiale. Puis de gauche à droite, 3 germes (rouge, vert et bleu) sont ajoutés successivement sur le RAG. Les cartes de distances géodésiques correspondantes sont en fausses couleurs.

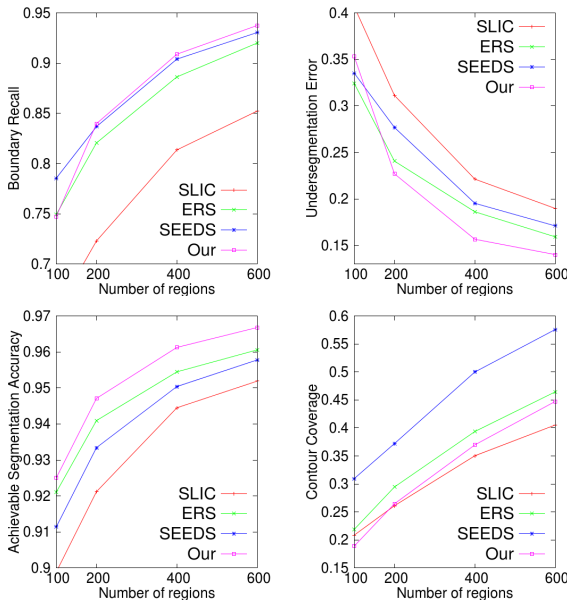


FIGURE 3 – Comparaisons des méthodes de l’état de l’art avec la nôtre selon différentes métriques : *Rappel des contours* (*Boundary Recall*), *Erreur de sous-segmentation* (*Undersegmentation Error*), *Meilleure segmentation possible* (*Achievable Segmentation Accuracy*), et *Densité des contours* (*Contour Coverage*).

sur-segmentation initiale permet de réduire drastiquement le nombre de sommets du graphe. La méthode proposée est ensuite appliquée sur le graphe d’adjacence de régions (RAG) dont les arêtes sont pondérées via la norme  $\mathcal{L}_2$  qui mesure la distance entre couleurs moyennes des régions adjacentes. Le vecteur caractéristique  $F_v$  associé à chaque nœud  $v$  est ainsi la couleur moyenne de la région associée  $C_i$ .

Le critère d’arrêt choisi pour le processus itératif est le nombre désiré de clusters finaux, et ce afin de pouvoir se comparer de manière équitable aux méthodes de l’état de l’art. Nous comparons notre approche aux méthodes de l’état de l’art *Simple Linear Iterative Clustering* [1] (SLIC), *Entropy Rate Superpixels* [6] (ERS), et *SEEDS* [11]. La figure 4 montre quelques résul-

tats de sur-segmentation obtenus via ces algorithmes. La base de données de Berkeley [7] est utilisée comme benchmark et contient 500 images de dimension  $481 \times 321$  (ou  $321 \times 481$ ) et environ 2700 segmentations manuelles considérées comme vérités terrain. Toutes ces expérimentations ont été faites à partir des codes des méthodes disponibles sur les pages web de leurs auteurs respectifs. Notre méthode sur-segmente une image de cette base en moins d’une demi seconde sur un ordinateur portable standard, ce qui est compétitif avec les méthodes de l’état de l’art. La figure 3 compare les performances de ces méthodes avec la nôtre sur l’ensemble de la base de données pour 4 métriques : les classiques *Rappel des contours* (*Boundary Recall*), *Erreur de sous-segmentation* (*Undersegmentation Error*), *Meilleure segmentation possible* (*Achievable Segmentation Accuracy*), ainsi que la métrique additionnelle *Densité des contours* (*Contour Coverage*).

- Le *Rappel des contours* (BR pour *Boundary Recall*) mesure la fraction des contours de la segmentation qui sont aussi présent dans la vérité terrain (à une distance  $t$  près, fixée à 2 comme dans [1, 11, 6]).

- L’*Erreur de sous-segmentation (corrigée)* (UE pour *Corrected Undersegmentation Error*) proposée dans [11] mesure la fraction de pixels d’un cluster qui fuient dans un autre cluster selon la vérité terrain, et est calculée par  $UE = \frac{\sum_k |C_k - g_{max}(C_k)|}{\sum_i |g_i|}$  où  $g_{max}(C_k)$  indique la région de la vérité terrain  $R_k$  avec le plus grand chevauchement, et  $|\cdot|$  représente la taille (en pixels) d’un élément.

- La *Meilleure segmentation possible* (ASA pour *Achievable Segmentation Accuracy*) (ASA) est une mesure de précision de la meilleure segmentation possible en prenant les clusters comme unité, et est calculée par  $ASA = \frac{\sum_k \max_i |C_k \cap g_i|}{\sum_i g_i}$ .

- Nous avons ajouté la métrique dite de *Densité des contours* (*Contour Coverage*) pour mesurer la fraction des pixels de contour présents l’image.

Comme montré à la figure 3, à partir de 200 clusters, notre algorithme présente les meilleurs résultats pour les métriques UE et ASA, et est compétitif avec le meilleur algorithme (SEEDS) pour la métrique BR. Il est à noter que SEEDS est l’algorithme qui présente la densité de contours la plus élevée, et qui donc



FIGURE 4 – Comparaison visuelle de sur-segmentations avec 100 clusters. De gauche à droite : SLIC [1], ERS [6], SEEDS [11], et notre algorithme. Des fuites importantes pour SLIC, ERS et SEEDS peuvent être observées sur le museau du grizzli (première ligne), sur les oursons (deuxième ligne), et sur la crinière du cheval et sur le ventre du poulain (troisième ligne). Les densités élevées des contours pour les méthodes ERS et SEEDS sont aussi soulignées (troisième colonne).

présente artificiellement les meilleurs résultats en BR (voir la troisième colonne de la figure 4).

## 4 Conclusion

Nous avons présenté une nouvelle fonction de potentiel dynamique pour la diffusion de labels via l'équation Eikonale sur graphes. Un algorithme itératif a également été proposé et permet de gérer efficacement l'étape délicate du placement des germes. Ces deux contributions appliquées à la sur-segmentation d'images permet d'obtenir un algorithme de sur-segmentation compétitif avec les meilleures méthodes (dédiées à cette tâche) de l'état de l'art. De futurs travaux vont être entrepris sur l'utilisation de cette méthode pour le traitement de maillages, bases de données, ou encore de nuages de points.

## Références

- [1] R. Achanta, A. Shaji, K. Smith, A. Lucchi, P. Fua, and S. Susstrunk. Slic superpixels compared to state-of-the-art superpixel methods. *PAMI*, 2012.
- [2] P. Buysens, I. Gardin, S. Ruan, and A. Elmoataz. Eikonal-based region growing for efficient clustering. *Image and Vision Computing*, 32(12) :1045–1054, 2014.
- [3] X. Desquesnes, A. Elmoataz, and O. Lézoray. Eikonal equation adaptation on weighted graphs : Fast geometric diffusion process for local and non-local image and data processing. *JMIV*, 2013.
- [4] A. Elmoataz, O. Lezoray, and S. Bogleux. Nonlocal discrete regularization on weighted graphs : a framework for image and manifold processing. *TIP*, 2008.
- [5] O. Lézoray and L. Grady. *Image Processing and Analysis with Graphs : Theory and Practice*. CRC Press, 2012.
- [6] M.-Y. Liu, O. Tuzel, S. Ramalingam, and R. Chellappa. Entropy rate superpixel segmentation. In *CVPR*, 2011.
- [7] D. Martin, C. Fowlkes, D. Tal, and J. Malik. A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics. In *ICCV*, 2001.
- [8] A. Mebarki, P. Alliez, and O. Devillers. Farthest point seeding for efficient placement of streamlines. In *Visualization, 2005. VIS 05. IEEE*, pages 479–486. IEEE, 2005.
- [9] S. E. Schaeffer. Graph clustering. *Computer Science Review*, 1(1) :27–64, 2007.
- [10] J. Sethian. *Level set methods and fast marching methods : evolving interfaces in computational geometry, fluid mechanics, computer vision, and materials science*, volume 3. Cambridge university press, 1999.
- [11] M. Van den Bergh, X. Boix, G. Roig, B. de Capitani, and L. Van Gool. Seeds : superpixels extracted via energy-driven sampling. In *ECCV*. 2012.