

# Reconstruction de volume de particules fondée sur un processus ponctuel marqué et application à la Tomo-PIV

Riadh BEN SALAH<sup>1,2,\*</sup>, Olivier ALATA<sup>3</sup>, Benoit TREMBLAIS<sup>2</sup>, Lionel THOMAS<sup>1</sup>, Laurent DAVID<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Université de Poitiers, Institut Pprime, Département Fluide, Thermique et Combustion, CNRS 3346

<sup>2</sup>Université de Poitiers, Laboratoire Xlim, Département SIC, CNRS 7252

<sup>3</sup>Université Jean Monnet de Saint-Etienne, Laboratoire Hubert Curien, CNRS 5516

{riadh.ben.salah, benoit.tremblais, lionel.thomas}@univ-poitiers.fr  
olivier.alata@univ-st-etienne.fr

**Résumé** – Dans cet article, nous proposons une nouvelle méthode de reconstruction tomographique, appelée IOD-PVRMPP qui permet de reconstruire des volumes de particules 3D à partir d’images de particules 2D acquises avec la technique tomographique de la Vélocimétrie par Images de Particules Tomographique (Tomo-PIV). Notre méthode, fondée sur les processus ponctuels marqués (ou processus objets), permet de résoudre le problème de manière parcimonieuse et facilite l’introduction de l’information *a priori*. A cet effet, nous utilisons un algorithme de recuit simulé basé sur les méthodes de Monte-Carlo par Chaines de Markov à Sauts Réversibles (RJMCMC). Afin d’accélérer la convergence du recuit simulé, nous avons développé une méthode d’initialisation. En utilisant des données synthétiques, nous montrons que la méthode IOD-PVRMPP donne de meilleurs résultats que la méthode MinLOS-MART pour différentes densités de particules.

**Abstract** – In this paper, we propose a new tomographic reconstruction method, called IOD-PVRMPP, to reconstruct 3D particle volumes from 2D particle images provided by the Tomographic Particle Image Velocimetry (Tomo-PIV) technique. Our method, based on marked point processes (or object processes), allows to solve the problem in a parsimonious way and facilitates the introduction of prior knowledge. To this aim, we use a simulated annealing algorithm based on a Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo (RJMCMC) method. To speed up the convergence of the simulated annealing, we develop an initialization method. Using synthetic data, we show that IOD-PVRMPP method gives better results than MinLOS-MART method for different seeding densities.

## 1 Introduction

La Tomographie PIV est une technique récente de mesure volumique des vitesses d’un écoulement [1]. Elle s’appuie sur un enregistrement à partir de plusieurs caméras haute résolution suivant plusieurs angles de vues, une reconstruction des particules dans le volume et l’évaluation du déplacement de ces particules dans l’espace. Avec le développement de la Tomo-PIV, Elsinga *et al.* [1] ont appliqué des techniques algébriques de reconstruction (ART) à la reconstruction de distributions de particules 3D. L’algorithme MART (Multiplicative ART) s’est révélé être une technique intéressante pour ce genre d’applications. C’est pourquoi, plusieurs auteurs ont travaillé sur l’amélioration et l’accélération de cet algorithme. Ainsi, Worth et Nickels [2] ont proposé une approche, appelée MFG (Multiplicative First Guess), pour la reconstruction rapide des objets. Atkinson et Soria [3] ont développé la méthode MinLOS-MART afin d’accélérer la méthode MART qui est la méthode la plus utilisée dans le domaine de la Tomo-PIV [4]. Discetti et Astarita [5] ont quant à eux proposé une méthode multi-grille

(MG). Petra *et al.* [6] ont démontré que les algorithmes de reconstructions fondés sur une représentation parcimonieuses du volume de particules donnent de meilleurs résultats par rapport aux méthodes classiques. En 2013, Wieneke [7] a proposé un algorithme appelé IPR (Iterative Particle Reconstruction) pour reconstruire les positions des particules 3D dans un volume.

Cependant, les techniques de reconstruction déjà proposées ne prennent pas suffisamment en compte la forme particulière des objets ainsi que leurs interactions. Vu la taille des données, l’utilisation mémoire de ces méthodes reste toujours très élevée. Pour résoudre ces problèmes, une méthode fondée sur les processus “objets” pour reconstruire les volumes de particules 3D semblent être particulièrement adaptée [8]. Dans cet article, nous allons donc nous intéresser à des problèmes de reconstruction dans un espace de configurations de grande dimension. L’article est organisé comme suit : dans la section 2, après avoir introduit les processus ponctuels marqués (PPM), nous présentons une nouvelle méthode de reconstruction, appelée IOD-PVRMPP (Initialization by Object Detection - Particle Volume Reconstruction based on Marked Point Process). Dans la section 3, nous comparons la méthode IOD-PVRMPP à la méthode MinLOS-MART en utilisant des données simulées avec différentes densités de particules. Enfin, nous concluons

\*Le présent travail a été réalisé dans le cadre du projet AFDAR (Advanced Flow Diagnostics for Aeronautical research), fondé par le programme de la commission Européenne FP7, grant n°265695 et le projet FEDER n°34754

et donnons quelques perspectives à ce travail.

$$\hat{y} = \underset{y}{\operatorname{argmin}} U(y|\theta) \quad (3)$$

## 2 Reconstruction de volumes par PPM

### 2.1 Définition du processus ponctuel marqué

Soit  $K \subset \mathbb{R}^n$  un domaine d'observation de taille  $\nu(K) \in \mathbb{R}^*$ . Un Processus Ponctuel (PP) dans  $K$  est une configuration finie de points distincts  $\{k_i \in K, i = 1, \dots, N\}$ . Pour former des objets plus complexes, il est possible d'attacher des marques à ces points. On parle alors de Processus Ponctuels Marqués (PPM). Soit  $(M, \mathcal{M}, \nu_M)$  l'espace de probabilité qui décrit les marques. Une configuration aléatoire finie de points marqués (objets) est un échantillon d'un PPM si le processus des positions de ces objets est un PP. En s'appuyant sur ces définitions, les éléments d'intérêt d'une image ou d'un volume sont considérées comme étant un ensemble d'objets identifiés par leur positions et leurs caractéristiques géométriques [9–11].

Notre objectif est de reconstruire un ensemble de particules 2D ou 3D dont les positions appartiennent à un espace continu (*i.e.* une position d'une particule  $nD$  appartient à  $\mathbb{R}^n$ ,  $n = 2$  ou  $3$ ) tout en tenant compte de l'énergie acquise dans les images ou projections. Dans notre cas, les points correspondent aux positions centrales des particules  $nD$  et les marques sont les paramètres de gaussiennes isotropes ou anisotropes modélisant la forme des particules. Par conséquent, une telle configuration de particules  $nD$  est donnée par  $y = \{(k_1, m_1), \dots, (k_n, m_{n(y)})\}$ .  $k_i \in K$  et  $m_i \in M$  avec  $i = 1, \dots, n(y)$ , où  $n(y)$  et  $m_i$  désignent respectivement le nombre de particules  $nD$  et la marque associée au point  $k_i$ . Ce processus fournit une représentation naturellement parcimonieuse des configurations d'objets d'intérêts localisés dans le volume.

Une configuration de PPM est classiquement considérée comme étant une réalisation issue d'une densité de probabilité non normalisée  $f$  qui est une distribution de Gibbs :

$$f(y|\theta) \propto \exp(-U(y|\theta)) \quad (1)$$

avec  $y$  une configuration de particules  $nD$ ,  $\theta$  un ensemble de paramètres déjà fixés. L'énergie  $U(y|\theta)$  permet de modéliser les interactions entre les particules et elle se compose de deux termes : 1) une énergie d'attache aux données, notée  $U_d(y|\theta_d)$ , qui reflète l'adéquation entre une configuration de particules  $nD$  et les données acquises. Nous avons proposé une formulation de cette énergie en utilisant le critère des moindres carrés [8] et 2) une énergie interne notée  $U_{int}(y|\theta_{int})$  qui joue le rôle d'un *a priori* sur ce genre de configurations. Dans notre cas,  $U_{int}(y|\theta_{int})$  est l'énergie d'un processus de Strauss [8] qui comprend deux paramètres  $\beta$  et  $\gamma_a \in [0.0, 1.0[$  qui permettent respectivement de définir un nombre moyen de particules et de pénaliser des configurations avec des couples de particules considérées comme trop proches. Ceci nous conduit à l'équation suivante :

$$U(y|\theta) = U_d(y|\theta_d) + U_{int}(y|\theta_{int}) \quad (2)$$

et  $\theta = \theta_d \cup \theta_{int}$ . Ainsi, pour une valeur donnée de  $\theta$ , une configuration permettant d'obtenir une reconstruction de volume possède une énergie totale minimale :

Le calcul du minimum global de l'énergie est réalisé avec le recuit simulé qui est une méthode d'optimisation stochastique [12]. Il est fondée sur la simulation d'une chaîne de Markov non-homogène (voir [10,13] pour des exemples). Une définition appropriée de l'énergie d'attache aux données nous permet de converger vers une configuration appropriée de particules  $nD$  qui coïncide avec les données acquises. Nous présentons maintenant une nouvelle méthode de reconstruction appelée IOD-PVRMPP.

### 2.2 Reconstruction par IOD-PVRMPP

L'approche proposée, vise à améliorer la méthode de reconstruction de volume de particules 3D appelée PVRMPP que nous avons présentée dans [8]. Pour cela, nous avons ajouté une étape d'initialisation, appelée IOD, qui a pour objectif de fournir une configuration initiale à l'algorithme PVRMPP, afin d'en accélérer la convergence. Ces deux étapes s'appuient sur le formalisme des PPM présenté précédemment.

La méthode d'initialisation s'inspire d'une technique de reconstruction de positions 3D appelée "triangulation". Elle comporte trois étapes : 1) la détection des particules 2D dans chaque image de projection en utilisant un PPM ; 2) l'identification des particules épipolaires 2D à partir du résultat de détection [14] ; 3) la reconstruction des particules 3D à partir des ensembles identifiés de particules épipolaires 2D : les position 3D sont calculées par triangulation [15] et les marques sont calculées par rétro-projection des marques associées à chaque ensemble de particules 2D épipolaires en utilisant une fonction de transfert optique [16]. Une fois la première estimation du volume de particules 3D réalisée, la méthode PVRMPP s'applique sur la population estimée et permet, en utilisant les caractéristiques du terme d'attache aux données, de modifier la population de particules afin de converger vers la population idéale. Les changements effectués sur les populations de particules 3D au cours des itérations se manifestent sous la forme d'un ensemble de mouvements qui sont présentés dans la section suivante.

### 2.3 Simulation d'un processus ponctuel marqué

Un PPM est classiquement simulé en utilisant un algorithme RJMCMC exploitant une dynamique de Metropolis-Hasting-Green (MHG) [10, 17]. La simulation du processus en se basant sur cette dynamique est réalisée en utilisant des mouvements de naissance et de mort afin de modifier les espaces des configurations [18]. En plus de ces mouvement, une configuration peut être modifiée en déplaçant ses objets afin d'améliorer leurs positions. Ensuite, les différentes propositions sont acceptées avec une probabilité  $\min\{1, \tau_i\}$ ,  $i = N, M$  ou  $Tr$  (pour Naissance, Mort et Translation), avec  $\tau_i$  le rapport de Green. Pour chaque mouvement,  $\tau_i$  est proportionnel (voir [8] pour la formule complète) au rapport  $\frac{f(y'|\theta)}{f(y|\theta)} = \exp\{-\Delta U\}$ ,  $\Delta U = U(y'|\theta) - U(y|\theta)$ , avec  $y'$  la configuration proposée.

Un recuit simulé peut être réalisé en divisant l'énergie par une température  $T$  et en simulant le processus en partant d'une température élevée  $T_0$  vers une faible température  $T_f$ . Nous présentons maintenant quelques résultats expérimentaux.

### 3 Résultats

Un ensemble de volumes synthétiques et d'images de projection ont été générées en utilisant un générateur d'image développé en langage C++ à l'aide de la bibliothèque *SLIP* [19]. La taille d'un volume synthétique est  $500 \times 500 \times 150$ . Quatre projections de taille  $500 \times 500$ , avec des densités de particules variant de 0.0004 à 0.2 ppp (particules par pixel), ont alors été générées en sachant que 0.05 ppp est le niveau de densité de particules de référence en Tomo-PIV [1]. Le nombre  $N_p$  de particules 3D générées dans les volumes synthétiques varie ainsi de 100 à 50000 particules.

TABLE 1 – Ensemble de paramètres de la méthode PVRMPP

ppp	$N_p$	$\beta$	$T_0$	$f_n$	$f_{tr}$	$N_{it}$
0.0004	100	$2.66 \cdot 10^{-6}$	0.025	0.50	0.50	$15 \cdot 10^3$
0.0008	200	$5.33 \cdot 10^{-6}$	0.025	0.50	0.50	$18 \cdot 10^3$
0.0020	500	$1.33 \cdot 10^{-5}$	0.035	0.50	0.50	$24 \cdot 10^3$
0.0040	1000	$2.66 \cdot 10^{-5}$	0.045	0.50	0.50	$50 \cdot 10^3$
0.0080	2000	$5.33 \cdot 10^{-5}$	0.045	0.50	0.50	$13 \cdot 10^4$
0.0200	5000	$1.33 \cdot 10^{-4}$	0.048	0.60	0.50	$55 \cdot 10^4$
0.0500	12500	$3.33 \cdot 10^{-4}$	0.850	0.75	0.40	$81 \cdot 10^5$
0.1000	25000	$6.66 \cdot 10^{-4}$	0.850	0.75	0.40	$25 \cdot 10^6$
0.2000	50000	$1.33 \cdot 10^{-3}$	0.850	0.75	0.40	$32 \cdot 10^6$

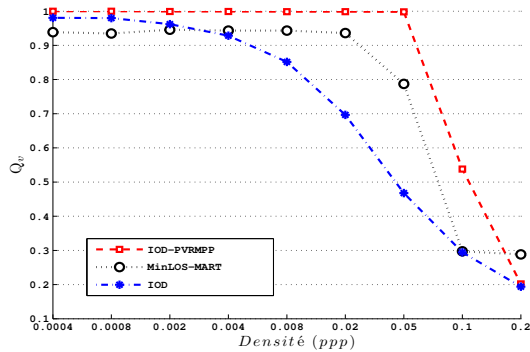


FIGURE 1 – Évolution de la qualité de reconstruction de volume  $Q_v$  par rapport aux densités de particules.

Pour cette étude expérimentale, nous avons fixé l'intensité centrale et le diamètre de toutes les particules : le diamètre est de 5 pour les particules 3D et de 3 pour les particules 2D ; la distribution d'intensité des particules est modélisée par une densité gaussienne isotrope multi-variée. Le modèle de calibration est le modèle "Pinhole" sans distorsion. Le système d'acquisition est simulé avec 4 caméras : deux caméras sur un côté avec un angle de vue de  $30^\circ$  ; deux autres caméras sur le côté opposé du même plan du volume [4]. Pour PVRMPP, un ensemble de paramètres présentés dans le tableau 1 a été

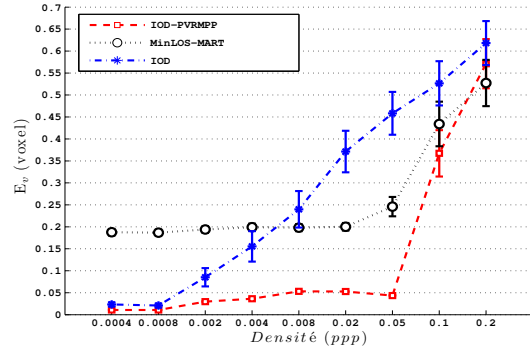


FIGURE 2 – Évolution de l'erreur de position moyenne  $E_v$  dans un volume par rapport aux densités de particules.

choisi après plusieurs simulations pour chaque densité en essayant de trouver le meilleur compromis entre la qualité de reconstruction, le taux de particules fantômes et le temps de calcul, en considérant la robustesse d'une version optimisée de la méthode MART. Dans le tableau 1,  $f_{tr}$  correspond à la probabilité de sélectionner un mouvement de translation. Les mouvements de naissance et de mort sont choisis dans un premier temps avec la probabilité  $1 - f_{tr}$ , et, dans une deuxième sélection aléatoire, avec les probabilités  $f_n$  et  $f_m = 1 - f_n$  respectivement.  $\gamma_a$  est fixé à 0.05. Le recuit simulé est configuré avec une température initiale  $T_0$  et une température finale fixe  $T_f$  égale à 0.02. Un schéma de décroissance classique a été choisi :  $T_t = T_0 q^t$  où  $t$  représente l'itération courante,  $q = (T_f/T_0)^{\frac{1}{N_{it}}}$  le paramètre du schéma de décroissance et  $N_{it}$  est le nombre d'itérations. Chaque itération consiste en une seule proposition de mouvement de "Naissance" / "Mort" / "Translation" de la dynamique RJMCMC.

Afin d'évaluer la qualité de reconstruction, nous avons calculé la corrélation croisée ( $Q_v$ ) entre les volumes reconstruits et ceux de références. La figure 1 montre que la méthode IOD-PVRMPP offre une meilleure qualité de reconstruction que la méthode MinLOS-MART pour une densité de particules allant jusqu'à 0.1 ppp. La qualité de la reconstruction de la méthode IOD-PVRMPP décroît lorsque le chevauchement entre les particules 2D dans les images augmente. Pour évaluer la précision de la méthode IOD-PVRMPP, nous avons calculé l'erreur sur la position ( $E_v$ ) entre les particules 3D dans les volumes reconstruits et ceux de références. Les résultats montrent un niveau de précision très élevé avec une erreur moyenne variant entre 0.01 et 0.043 voxel pour une densité de particules allant jusqu'à 0.05 ppp (Fig.2). Dans nos expériences, les temps de calcul des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART (5 itérations) sont similaires pour une densité de particules allant jusqu'à 0.02 ppp et devient ensuite plus important pour notre méthode. Néanmoins, il est à noter que l'algorithme que nous avons développé est un prototype qui peut encore être optimisé. Seulement 8 paramètres sont associés à une particule ce qui signifie un espace mémoire RAM moins important par rapport au stockage volumique classique. La méthode PVRMPP nécessite entre 0.07 et 34 Mo de stockage mémoire pour ces

cas synthétiques contre 286 Mo pour l'algorithme MinLOS-MART. Le gain mémoire augmente avec la taille du volume.

## 4 Conclusion

Dans ce papier, une nouvelle méthode "orientée objets" pour la reconstruction de volumes de particules 3D a été présentée. Elle exploite les processus ponctuels marqués simulés à l'aide d'un algorithme RJMCMC. Une méthode d'initialisation d'une configuration de particules 3D a été aussi proposée. L'optimisation est réalisée avec la méthode du recuit simulé. Nous avons montré, sur des cas synthétiques, la pertinence du terme d'attache aux données pour l'initialisation et la reconstruction des volumes de particules 3D. Notre méthode, comparée à la méthode MinLOS-MART, donne des résultats très intéressants pour une densité de particules allant jusqu'à 0.05 ppp. Afin d'appréhender les limites de la méthode, nous comptons la tester sur des données bruitées. Par ailleurs, nous envisageons aussi de la comparer avec d'autres techniques "non basées voxels" [7,20]. Finalement, l'application de la méthode à des cas expérimentaux réels nécessitera vraisemblablement l'inclusion de nouveaux mouvements dans la dynamique RJMCMC afin de modifier le rayon et l'intensité centrale de chaque particule.

## Références

- [1] Elsinga G. E., Scarano F., and Wieneke B., "Tomographic particle image velocimetry," *Exp Fluids*, vol. 41, pp. 933–947, 2006.
- [2] Worth N. A. and Nickels T. B., "Acceleration of tomo-piv by estimating the initial volume intensity distribution," *Experiments in Fluids*, vol. 45, no. 5, pp. 847–856, 2008.
- [3] Atkinson C. H. and Soria J., "An efficient simultaneous reconstruction technique for tomographic particle image velocimetry," *Experiments in Fluids*, vol. 47, no. 4-5, pp. 553–568, 2009.
- [4] Thomas L., Tremblais B., and David L., "Optimization of the volume reconstruction for classical tomo-piv algorithms (mart, bimart and smart) : synthetic and experimental studies," *Measurement Science and Technology*, vol. 25, no. 3, pp. 035303, 2014.
- [5] Discetti S. and Astarita T., "A fast multi-resolution approach to tomographic piv," *Experiments in Fluids*, vol. 52, no. 3, pp. 765–777, 2012.
- [6] Petra S., Schröder A., and Schnörr C., "3d tomography from few projections in experimental fluid dynamics," in *Imaging Measurement Methods for Flow Analysis*, vol. 106 of *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multi-disciplinary Design*, pp. 63–72. Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- [7] Wieneke B., "Iterative reconstruction of volumetric particle distribution," *Measurement Science and Technology*, vol. 24, no. 2, pp. 024008, 2013.
- [8] Ben-Salah R., Alata O., Thomas L., Tremblais B., and David L., "3d particle volume tomographic reconstruction based on marked point process : Application to tomography in fluid mechanics," in *IEEE ICASSP 2014*, 2014.
- [9] Daley D. J. and Vere-Jones D., *An Introduction to the Theory of Point Processes : Volume I : Elementary Theory and Methods, Second Edition*, vol. 1, Springer, New York, 2nd edn. springer edition, 2003.
- [10] Stoica R., Descombes X., and Zerubia J., "A gibbs point process for road extraction from remotely sensed images," *Int. J. Computer Vision*, vol. 57, no. 2, pp. 121–136, May 2004.
- [11] Chatelain F., Costard A., and Michel O.J.J., "A bayesian marked point process for object detection. application to muse hyperspectral data," in *IEEE ICASSP 2011*, 2011, pp. 3628–3631.
- [12] Geman S. and Geman D., "Stochastic relaxation : gibbs distributions and the bayesian restoration of images," *IEEE Trans. on PAMI*, vol. 9, pp. 721–741, 1984.
- [13] Alata O., Burg S., and Dupas A., "Grouping/degrouping point process, a point process driven by geometrical and topological properties of a partition in regions," *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 115, pp. 1324–1339, 2011.
- [14] Wieneke B., "Volume self-calibration for 3D particle image velocimetry," *Experiments in Fluids*, vol. 45, no. 4, pp. 549–556, 2008.
- [15] Hartley R. I and Sturm P., "Triangulation," *Computer vision and image understanding*, vol. 68, no. 2, pp. 146–157, 1997.
- [16] Schanz D., Gesemann S., Schröder A., Wieneke B., and Novara M., "Non-uniform optical transfer functions in particle imaging : calibration and application to tomographic reconstruction," *Measurement Science and Technology*, vol. 24, no. 2, pp. 024009, 2013.
- [17] Green P. J., "Reversible jump markov chain monte carlo computation and bayesian model determination," *Biometrika*, vol. 82, no. 4, pp. 711–732, 1995.
- [18] Preston C. J., "Spatial birth-and-death processes," *Bulletin of the International Statistical Institute*, vol. 46, pp. 371–391, 1977.
- [19] Tremblais B., David L., Arrivault D., Dombre J., Chatellier L., and Thomas L., "Slip : Simple library for image processing (version 1.0)," <http://sliplib.free.fr>, 2010.
- [20] Champagnat F., Cornic P., Cheminet A., Leclaire B., LeBesnerais G., and Plyer A., "Tomographic piv : particles versus blobs," *Measurement Science and Technology*, vol. 25, no. 8, pp. 084002, 2014.