

Localisation en champ proche par formation de voies: Algorithme rapide et analyse de résolution

Ali ABBADI^{2,1}, Karim ABED-MERAÏM¹, Cécile CAPDESSUS¹, Adel BELOUHRANI³, Faouzi SOLTANI⁴

¹Laboratoire PRISME
8 Rue Léonard de Vinci, 45072, Orléans, France

²Laboratoire Micro-onde Radar
BP17, Bordj El Bahri, 16046, Alger, Algérie

³Ecole Nationale Polytechnique, Département Electronique
10 Avenue Hassan Badi, El-harrach, Alger 16200 Algérie

⁴Laboratoire Traitement de signal
Université de Constantine 1, 25000, Constantine, Algérie

ali.abbadi@univ-orleans.fr, karim.abed-meraim@univ-orleans.fr
cecile.capdessus@univ-orleans.fr, adel.belouchrani@enp.edu.dz, fsoltan@yahoo.fr

Résumé – Dans cet article, nous nous intéressons au problème de la localisation passive de sources en champ proche par une antenne linéaire uniforme. Plus précisément, nous proposons d’exploiter l’algorithme FQPT (Fast Quadratic Phase Transform) pour la formation de voies (FV) rapide permettant l’estimation efficace des paramètres distance-angle des sources. Une analyse du gain de complexité de l’algorithme et de sa version sous architecture parallèle est présentée. Dans une seconde partie de l’article, nous développons des expressions analytiques des résolutions angulaires et en distance associées à cette FV. Nous présentons finalement des résultats de simulations permettant d’illustrer les résultats obtenus par cette analyse de résolution.

Abstract – In this paper, we focus on the passive near field source localization problem. For uniform linear arrays (ULA), we propose a fast beamforming algorithm based on the FQPT. Then, we present a thorough analysis of the algorithm’s numerical cost gain when using a parallel architecture. In a second part of the paper, we determine the analytical expressions of the achievable resolutions for the ranges, the bearings and the sources distances (i.e. a joint range and bearing resolution representing the minimum distance required to distinguish two closely spaced near field sources). Simulations are provided at the end of the paper to illustrate the resolution study results.

1 Introduction

Le problème de localisation en champ proche est considéré pour des sources qui sont à ‘faibles’ distances du réseau de capteurs (typiquement à quelques dizaines de longueurs d’onde). Dans la littérature, on définit le champ proche comme étant la région de Fresnel [1] ou plus généralement la région dite de localisation introduite dans [2]. Ce problème de traitement d’antenne est beaucoup moins fréquent que celui de la localisation en champ lointain, mais on le rencontre dans certaines problématiques (radar ou sonar) spécifiques pour lesquelles les longueurs d’ondes sont relativement grandes (e.g. ondes acoustiques) ou lorsque la cible est en approche vers l’antenne [3].

La majorité des travaux qui ont traité le problème de localisation en champ proche [4, 5] focalisent sur l’estimation des paramètres angles et distances par des méthodes HR à Haute Résolution (coûteuses en temps de calcul).

Quelques travaux récents [2, 6] ont abordé le problème de performances limites (borne de Cramer Rao et résolution statistique limite).

Nous proposons dans ce travail une approche simple par formation de voies dite ‘somme-retard’. Celle-ci peut s’avérer très utile pour des antennes à grandes dimensions telles que celles utilisées pour la surveillance des côtes. Cependant cette méthode présente deux inconvénients. Premièrement, sa résolution est plus faible que celle des méthodes HR citées plus haut. La première contribution de cet article consiste en une analyse fine de sa résolution en angle et en distance. Deuxièmement, du fait que deux paramètres doivent être estimés, le balayage électronique de l’espace peut s’avérer coûteux en temps de calcul. Pour y remédier, nous proposons d’utiliser une technique rapide de calcul dite ‘FQPT’ [7] (Fast Quadratic Phase Transform) permettant une réduction significative de la complexité numérique de notre algorithme.

2 Formulation du problème

Nous considérons un réseau linéaire uniforme, ULA, de N capteurs omnidirectionnels avec un espacement inter-éléments d , répartis sur l'axe Oy . Lorsque les capteurs

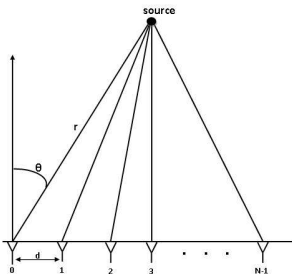


FIGURE 1 – Réseau linéaire uniforme en champ proche

du réseau ULA reçoivent le signal émis par I sources à bande étroite en champ proche appartenant à la région de Fresnel, le modèle d'observation est défini par [2, 4, 5] :

$$x_n(t) = \sum_{i=1}^I s_i(t) e^{j\tau_{n,i}} + b_n(t), \quad (1)$$

$t = 1, \dots, L; \quad n = 0, \dots, N - 1.$

où $s_i(t)$ représente le signal de la i -ème source et $b_n(t)$ est le bruit d'observation du n -ème capteur (qu'on supposera blanc temporellement et spatialement). L est le nombre d'échantillons observés. Rappelons que le déphasage entre le capteur de référence 0 et le n -ième capteur (figure 1) s'écrit sous la forme :

$$\tau_{n,i} = \frac{2\pi}{\lambda} (\sqrt{r_i^2 + d^2 n^2} - 2r_i n \sin \theta_i - r_i) \quad (2)$$

où la paire (θ_i, r_i) désigne la direction d'arrivée et la distance de la source i par rapport au capteur de référence 0. Aussi, λ désigne la longueur d'onde et d l'espacement inter-éléments. Le développement limité de l'équation (2) au second ordre est donné par :

$$\tau_{n,i} = -\frac{2\pi}{\lambda} n d \sin \theta_i + \frac{2\pi}{r_i \lambda} n^2 d^2 \cos^2 \theta_i + o\left(\frac{d^2}{r_i}\right) \quad (3)$$

Sous l'hypothèse que les sources sont présentes dans la région de Fresnel, définie par $0.62 \sqrt{\frac{((N-1)d)^3}{\lambda}} \leq r \leq \frac{2((N-1)d)^2}{\lambda}$ [5], le terme $o\left(\frac{d^2}{r_i}\right)$ [4, 5] peut être négligé. Afin de faciliter l'expression (3), nous définissons les deux paramètres qui caractérisent les directions d'arrivée et les distances des sources (appelés angles électriques de la i -ième source) :

$$\omega_i = -2\pi \left(\frac{d}{\lambda}\right) \sin(\theta_i) \quad \text{et} \quad \phi_i = \pi \frac{d^2}{r_i \lambda} \cos^2(\theta_i) \quad (4)$$

Avec l'approximation au second ordre du paramètre de déphasage, le modèle d'observation sur le n -ième capteur s'écrit alors :

$$x_n(t) = \sum_{i=1}^I s_i(t) e^{j(\omega_i n + \phi_i n^2)} + b_n(t), \quad (5)$$

$t = 1, \dots, L; \quad n = 0, \dots, N - 1.$

Notre objectif est de localiser des sources à bande étroite appartenant à la région de Fresnel par l'estimation des paramètres $\{\omega_i, \phi_i\}$ et par conséquent $\{\theta_i, r_i\}$ en utilisant la

formation de voies. En effet, la FV a l'avantage de simplicité et de robustesse comparée à d'autres méthodes HR.

Cependant, la simplicité et le faible coût sont compromis ici vu que l'on a deux (02) paramètres à estimer. Pour y remédier, nous avons eu recours à l'algorithme FQPT pour une implémentation rapide de cette FV.

3 Formation de voies rapide

La formation de voies dite 'somme-retard' est définie par le filtrage spatial :

$$y(t) = \mathbf{a}^H(\omega, \phi) \mathbf{x}(t) \quad (6)$$

où $\mathbf{x}(t) = [x_0(t), \dots, x_{N-1}(t)]^T$ et $\mathbf{a}(\omega, \phi) = [1, e^{j(\omega+\phi)}, \dots, e^{j(\omega(N-1)+\phi(N-1)^2)}]^T$. La puissance de ce signal est estimée par :

$$\frac{1}{L} \sum_{t=1}^L |y(t)|^2 = \mathbf{a}^H(\omega, \phi) \hat{\mathbf{R}} \mathbf{a}(\omega, \phi) \quad (7)$$

$\hat{\mathbf{R}} = (\sum_t \mathbf{x}(t) \mathbf{x}(t)^H) / L$ est l'estimée de la matrice de covariance des signaux capteurs. L'estimation des paramètres (ω_i, ϕ_i) , $i = 1, \dots, I$ des sources consiste à trouver les I pics de la fonction

$$J(\omega, \phi) = \mathbf{a}^H(\omega, \phi) \hat{\mathbf{R}} \mathbf{a}(\omega, \phi) \quad (8)$$

Ceci est réalisé par une recherche sur une grille uniforme de points dans le plan des paramètres (ω, ϕ) . Pour accélérer le processus de la formation de voies, nous proposons d'adapter l'algorithme FQPT pour estimer d'abord les paramètres $\{\omega_i, \phi_i\}$ pour en déduire les distances, r_i , et les directions d'arrivées, θ_i , des sources.

$$\begin{cases} \hat{\theta}_i = -\arcsin\left(\frac{\hat{\omega}_i \lambda}{2\pi d}\right) \\ \hat{r}_i = \frac{d^2 \pi}{\lambda \hat{\phi}_i} \cos^2(\hat{\theta}_i) \end{cases} \quad (9)$$

L'algorithme FQPT est défini par [7] :

$$Y_t(l, k) = FQPT(x_n(t), l, k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n(t) e^{-j2\pi\left(\frac{k}{N}n + \frac{l}{M}n^2\right)} \quad (10)$$

où $x_n(t)$ est un signal représenté par une somme (bruitée) de chirps (i.e. signaux à phase quadratique).

Si l'on considère $\omega_k = \frac{2\pi k}{N}$ et $\phi_l = \frac{2\pi l}{M}$, on retrouve l'équation de filtrage spatial (6). A cet effet, l'algorithme de formation de voies rapide proposé s'écrit :

$$Y_t(k, l) = FQPT(x_n(t)) \quad (11)$$

$$J(k, l) = \sum_{t=1}^L |Y_t(k, l)|^2 \quad (12)$$

Le calcul rapide de la FQPT repose sur trois propriétés (voir [7] pour plus de détails) :

- La décomposition : $z_t^{(l)}(n) = x_n(t) e^{-j2\pi \frac{l}{M} n^2}$, alors $FQPT(x_n(t)) = DFT_n[z_t^{(l)}(n)]$ où DFT_n désigne la transformée de Fourier portant sur l'indice n ;

- La décimation : utilisée par l’algorithme de transformée de Fourier rapide FFT :

$$DFT_m(z_t^{(l)}(2^r m + s)) = DFT_m(z_t^{(l)}(2^{r+1} m + s)) + e^{-j2\pi \frac{k}{N} 2^r} DFT_m(z_t^{(l)}(2^{r+1} m + s + 2^r)),$$

- La symétrie : $z_t^{(l+\frac{M}{2^{r+1}})}(2^r m + s) = z_t^{(l)}(2^r m + s) e^{-j2\pi \frac{s^2}{2^{r+1}}}$, ce qui conduit à :

$$DFT_m[z_t^{(l+\frac{M}{2^{r+1}})}(2^r m + s)] = DFT_m[z_t^{(l)}(2^r m + s)] e^{-j2\pi \frac{s^2}{2^{r+1}}}.$$

Cet algorithme de FV sera désigné dans la suite par ‘Fast Near Field Digital Beamforming’ (FNF_DBF).

3.1 Complexité de calcul

Nous comparons ici la complexité de calcul¹ de la technique FNF_DBF à celle d’une implémentation directe de la formation de voies. Le calcul par FQPT coûte :

$$N_{FNF_DBF} = MN - M - N \quad (13)$$

alors qu’un calcul direct de la transformée de phase quadratique coûterait :

$$N_{DBF} = N^2 M \quad (14)$$

Le gain de calcul est donc de :

$$\frac{N_{DBF}}{N_{FNF_DBF}} \approx \frac{N^2}{N-1} \approx N \quad (15)$$

Pour une implémentation sur circuits programmable FPGA, en utilisant le parallélisme des opérations, la complexité de calcul de l’algorithme devient (les détails sont omis dans cet article) :

$$N_{FNF_DBF}(Cycle_{FPGA}) = 3\left(\frac{M}{N} + \log_2 N + 1\right) + 5 \log_2 N \quad (16)$$

4 Analyse de résolution

Dans cette section, nous présentons une analyse de la résolution conjointe limite en distance et en angle nécessaire pour la séparation entre deux sources proches.

4.1 Résolution en (ω, ϕ)

Les expressions approchées de la résolution selon ω et ϕ sont analysées, à partir de simulations numériques. A cet effet, nous évaluons l’ouverture du lobe du réseau linéaire pour différentes valeurs de N . Le tableau 1, récapitule les valeurs de résolution obtenues pour les angles électriques ω et ϕ (ces résolutions sont notées $\delta\omega$ et $\delta\phi$ respectivement).

Basé sur cette analyse numérique mais aussi sur l’analyse théorique dans [8], nous retiendrons comme valeurs approximées de résolution : $\delta\omega = \frac{4\pi}{N}$ et $\delta\phi = \frac{4\pi}{N^2}$. Ce résultat, nous permet de faire un choix approprié des pas de la grille du balayage électronique de notre FV comme étant : $\frac{2}{N}$ et $\frac{2}{N^2}$ (i.e. on prend $M = N^2$ dans l’algorithme FQPT).

1. On ne donne ici que le coût de la transformée d’un seul vecteur.

TABLE 1 – Variation de $\delta\omega$ et $\delta\phi$ en fonction N

N	16	32	64	128	256	512	1024
$\delta\omega(\frac{2\pi}{N})$	0.89	0.88	0.89	0.89	0.89	0.87	0.84
$\delta\phi(\frac{2\pi}{N^2})$	0.93	0.89	0.88	0.87	0.87	0.87	0.86

4.2 Résolution en (θ, r)

Dans cette section, les expressions analytiques de la taille limite de la cellule de résolution sont développées. La résolution conjointe selon r et θ passe par la résolution des inégalités suivantes :

$$\begin{cases} \delta\omega \geq \frac{4\pi}{N} \\ \delta\phi \geq \frac{4\pi}{N^2} \end{cases} \quad (17)$$

Pour deux (02) sources localisée à $\theta_1 = \theta$, $\theta_2 = \theta + \delta\theta$, $r_1 = r$ et $r_2 = r + \delta r$, le développement de Taylor au premier ordre nous permet d’écrire :

$$\begin{cases} |\delta\theta| \geq \frac{2\lambda}{Nd \cos(\theta)} \\ \left| \frac{\delta r \cos^2(\theta)}{r^2} + \frac{\delta\theta \sin(2\theta)}{r} \right| \geq \frac{4\lambda}{(Nd)^2} \end{cases} \quad (18)$$

Ceci conduit finalement aux expressions de résolution suivantes :

$$\begin{cases} \delta\theta \geq \frac{2\lambda}{Nd \cos(\theta)} \\ \delta r \geq \frac{4\lambda r}{Nd \cos^2(\theta)} \cdot \left(\frac{r}{Nd} + |\sin(\theta)| \right) \end{cases} \quad (19)$$

De l’équation (19), on peut déduire la distance minimale entre deux sources requise pour leur séparation :

$$\begin{aligned} d_{min}^2 &\geq \|(\delta r \sin(\theta) + r \delta\theta \cos(\theta))\vec{i} + (\delta r \cos(\theta) - r \delta\theta \sin(\theta))\vec{j}\|^2 \\ &\geq r^2 \delta\theta^2 + \delta r^2 \end{aligned}$$

En remplaçant les expressions de δr et $\delta\theta$, la distance minimale s’écrit alors :

$$d_{min}^2 \geq \left(\frac{2\lambda r}{Nd \cos(\theta)}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{2}{\cos^2(\theta)} \cdot \left(\frac{r}{Nd} + 2|\sin(\theta)|\right)^2\right) \quad (20)$$

5 Résultats et discussions

Pour valider les résultats théoriques, deux exemples numériques sont présentés. Les données de simulations sont générées à l’aide de l’équation (1). Nous considérons un réseau linéaire de $N = 16$ capteurs, espacés de $d = \frac{\lambda}{2}$. Les plages de variation des paramètres sont $\theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ et $0.62\sqrt{\frac{((N-1)d)^3}{\lambda}} \leq r \leq \left(\frac{2((N-1)d)^2}{\lambda}\right)$ et les paramètres des sources sont indiqués dans chaque exemple. Le premier exemple, illustre la résolution conjointe pour la localisation de deux sources situées en champ proche. La position de la source 1 est $(\theta_1, r_1) = (14.47, 15m)$ où $(\omega_1, \phi_1) = (-0.785, 0.0249)$ pour $\lambda = 0.5m$, et la position de la seconde varie selon les cas.

La figure 2 montre que les deux sources sont bien résolues (séparées) pour les trois premiers cas traités, pour le quatrième nous avons évalué l’influence de la résolution

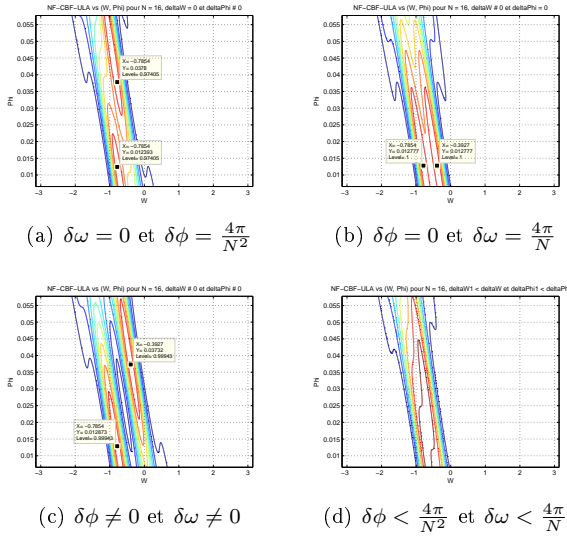


FIGURE 2 – Tracé de $|J(\omega, \phi)|$ pour $N = 16$

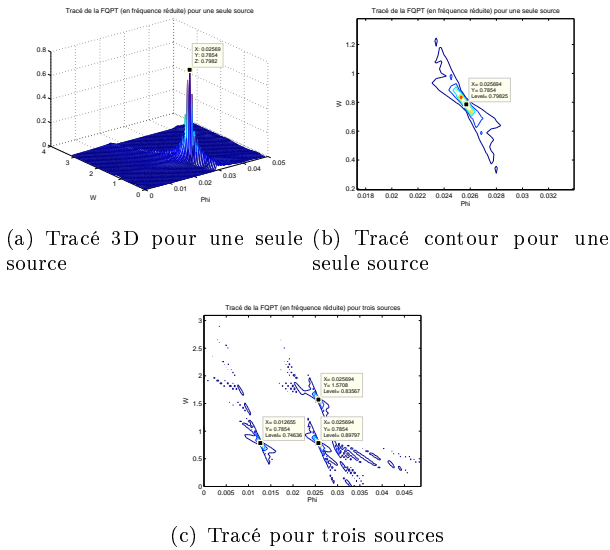


FIGURE 3 – Tracé de FNF_DBF pour $N = 128$

conjointe, où nous avons trouvé qu'on peut avoir des résolutions conjointes meilleures pour $(\delta\omega, \delta\phi) > (\frac{1}{4}(\delta\omega, \delta\phi))$ théorique.

Dans le deuxième exemple, nous donnons un exemple de localisation par l'algorithme FNF_DBF. La position de la source 1 est $(\theta_1, r_1) = (-14.47, 15m)$ où $(\omega_1, \phi_1) = (0.785, 0.0249)$.

La figure 3 montre que les sources sont correctement localisées pour tous les cas traités. Le nombre d'opérations (multiplication + addition) pour $N = 128$ est de 2080640 donnant un temps d'exécution de 42ms sur un processeur séquentiel de vitesse 6.7ns. Sur un circuit programmable d'une hologie de 250MHz, ce temps devient 1.7720μs. Un calcul direct donne 268435456 opérations pour un temps d'exécution sur un processeur séquentiel de vitesse 6.7ns

de 5s.

6 Conclusion

Ce travail considère la localisation passive de sources en champ proche par formation de voies. L'algorithme FNF_DBF a été proposé pour accélérer l'implémentation de la formation de voies classique. Le gain de calcul réalisé est de l'ordre du nombre de capteurs. Ensuite, nous avons analysé la résolution limite conjointe nécessaire pour la localisation correcte des sources situées en champ proche. Des expressions de résolutions ont été développées. Enfin, nous avons illustré par des simulations les performances de l'algorithme et le choix approprié de la taille de la cellule de résolution.

Références

- [1] C. A. Balanis. *Antenna theory, analysis and design*. John Wiley, 3rd Edition, 2005.
- [2] Y. Begriche, M. Thameri, K. Abed-Meraim. *Exact conditional and unconditional Cramér-Rao bounds for near field localization*. Digital Signal Processing, Volume 31, pp. 45-58, 2014.
- [3] A.L. Swindlehurst, T. Kailath. *Passive direction-of-arrival and range estimation for near-field sources*. Fourth Annual ASSP Workshop on Spectrum Estimation and Modeling, pp. 123-128, Aug. 1988.
- [4] K. Abed-Meraim, Y. Hua, and A. Belouchrani. *Second-order near field source localization : Algorithm and performance analysis*. Proc. Asilomar Conf. Signals, Syst., Comput., pp. 723-727, Nov. 1996.
- [5] M. N. El Korso, G. Bouleux, R. Boyer, and S. Marcos. *Sequential estimation of the range and the bearing using the zero-forcing MUSIC approach*. in Proc. EUSIPCO, Glasgow, Scotland, pp. 1404-1408, Aug. 2009.
- [6] M. N. El Korso, R. Boyer, A. Renaux, and S. Marcos. *Statistical analysis of achievable resolution limit in the near field source localization context*. Elsevier Signal Processing, Volume 92, Issue 2, pp. 547-552, February 2012.
- [7] M. Z. Ikram, K. Abed-Meraim, Y. Hua. *Fast Quadratic Phase Transform for Estimating the Parameters of Multicomponent Chirp Signals*. Digital Signal Processing, Volume 7, Issue 2, pp. 127-135, 1997.
- [8] P. R. White, J. D. Locke. *Performance of methods based on the fractional fourier transform for the detection of linear frequency modulated signals*. IET Signal Processing, Volume 6, pp. 478-483, 2011.