

Mélanges de processus de Dirichlet pour la modélisation et l'estimation de la densité de probabilité des interférences dégradant le lien secondaire en radio cognitive

Vincent PEREIRA, Guillaume FERRÉ, Audrey GIREMUS et Eric GRIVEL

Université Bordeaux 1 - IPB - UMR CNRS 5218 IMS - 351 cours de la Libération 33405, TALENCE Cedex, France
{vincent.pereira, guillaume.ferre, audrey.giremus, eric.grivel}@ims-bordeaux.fr

Résumé – Dans un contexte de communication de type *overlay* en radio cognitive, le signal transmis par l'utilisateur secondaire est dégradé par les signaux issus des utilisateurs primaires. Il s'agit de compenser cette dégradation du lien secondaire au niveau du récepteur du secondaire. Pour relâcher les hypothèses *a priori* sur la nature des interférences primaires, nous utilisons les mélanges de processus de Dirichlet. Ils permettent de modéliser la densité de probabilité de ces interférences. Cette dernière est estimée conjointement aux symboles et au canal de propagation du lien secondaire par filtrage particulaire marginalisé. Notre approche permet d'améliorer le pourcentage d'erreurs d'estimation des symboles par rapport à un algorithme modélisant les interférences comme un bruit gaussien.

Abstract – In the field of *overlay* cognitive radio communications, the signal transmitted by the secondary user is disturbed by signals incoming from primary users. Thus, it is necessary to compensate for this secondary-link degradation at the level of the secondary receiver. We use Dirichlet process mixtures in order to relax *a priori* assumptions on the characteristics of the primary-user induced interference. They allow us to model the probability density function of the interference. The latter is jointly estimated with the symbols and the channel of the secondary link by using marginalized particle filtering. Our approach makes it possible to improve the estimation error percentage compared with an algorithm that simply models the interference as a Gaussian noise.

1 Introduction

Un des concepts envisageables pour les réseaux de téléphonie mobile de 5^{ème} génération (5G) est la radio cognitive (RC) [1]. Elle consiste en une gestion « intelligente » du spectre radio-fréquence (RF). L'objectif est de permettre à des terminaux, utilisant différentes normes de communication, de cohabiter sur les mêmes bandes de fréquences. D'une part, des bandes de fréquences fixes sont attribuées aux utilisateurs dits primaires¹ (UP) qui peuvent ainsi communiquer de manière prioritaire. D'autre part, des utilisateurs dits secondaires² (US) sont autorisés à communiquer sur les bandes de fréquences des UP de manière non prioritaire.

Les US doivent interférer les communications des UP le moins possible. Aussi, plusieurs méthodes permettent à un US d'accéder au spectre RF. Celles-ci peuvent être classées en trois catégories : 1/ la technique dite *interweave*, 2/ l'approche *overlay*, 3/ et celle dite *underlay* [2].

La technique *interweave* consiste à exploiter les bandes de fréquences non utilisées par l'UP pendant un temps donné. Celle-ci est donc conditionnée par la détection *a priori* par l'US d'opportunités de transmissions dans le spectre de l'UP. Quant aux techniques *underlay* et *overlay*, elles permettent à un US d'utiliser une bande de fréquences occupée par un UP tout en garan-

tissant un niveau minimal d'interférence sur le signal de l'UP [3] [4]. Elles se distinguent par le niveau de connaissance *a priori* sur l'UP. D'une part, la technique *underlay* maintient la puissance des signaux générés par l'US en dessous d'un seuil acceptable pour l'UP et supposé connu. D'autre part, la technique *overlay* permet à l'US de transmettre des signaux à haute puissance sans interférer avec l'UP. Même si la capacité du système secondaire envisageable pour ces techniques est relativement faible par rapport à celle de l'accès au spectre de type *interweave*, elles permettent de s'affranchir des erreurs de détection d'activités primaires et d'assurer une disponibilité quasi-permanente du lien secondaire. Cependant, le niveau d'interférence créé par l'UP sur le signal reçu au niveau du récepteur de l'US n'est pas négligeable. Il peut être réduit sur la base d'informations *a priori* disponibles au niveau de l'US³, mais certaines d'entre elles sont difficiles à obtenir en pratique. Cela impose aussi des protocoles de communication spécifiques qui réduisent le temps de disponibilité du lien de l'US pour échanger de l'information utile.

Dans cette communication, il s'agit de limiter l'impact du système primaire sur les US dans un contexte de communications *underlay* ou *overlay* sur la base de très peu d'informations *a priori* sur l'UP. En effet, de nombreux travaux de la littérature se sont focalisés sur les performances du système primaire alors que beaucoup moins de contributions ont été apportées quant à l'optimisation du lien secondaire, notamment lorsque le sys-

1. Les utilisateurs primaires sont les utilisateurs licenciés des standards de communication actuels.

2. Les utilisateurs secondaires sont des utilisateurs non-licenciés exploitant les bandes de fréquences des utilisateurs primaires.

3. Il s'agit, par exemple, des canaux de propagation UP-UP, US-UP, etc.

tème secondaire ne dispose que de très peu d'informations *a priori* sur le système primaire. Plus précisément, notre objectif est d'estimer conjointement le canal de propagation et les symboles émis par l'US en atténuant l'effet des interférences liées aux UP. Notre contribution consiste à modéliser la distribution de probabilité de ces dernières par un modèle non-paramétrique fondé sur les mélanges de processus de Dirichlet (DPM, *Dirichlet Process Mixtures* en anglais). Ces modèles très flexibles, fondés sur des mélanges *a priori* infinis de lois gaussiennes, peuvent représenter toutes sortes de densités de probabilité [5]. Ils ont été mis à profit récemment dans différentes applications dont la modélisation des erreurs de multi-trajets en navigation GPS [6] [7]. Ils permettent, notamment, de s'affranchir de la connaissance *a priori* du nombre de signaux interférents et de leurs caractéristiques statistiques.

Cette communication est organisée comme suit : la section 2 propose une présentation des DPM. La section 3 détaille la modélisation bayésienne du problème. La section 4 décrit le principe du filtre particulière utilisé pour l'estimation des variables du modèle. Enfin, la section 5 présente et commente les résultats obtenus en testant l'algorithme sur des données simulées.

2 Mélanges de processus de Dirichlet

Soit une suite de T variables aléatoires $\{v_t\}_{t=1}^T$ distribuées suivant une distribution inconnue F .

Dans un cadre non-paramétrique, F peut être représentée sous la forme suivante :

$$F(v_t) = \int_{\Theta} f(v_t|\theta_t) dG(\theta_t), \quad (1)$$

où $\theta_t \in \Theta$ est une variable latente contenant les paramètres de la densité mélangée f , choisie par l'utilisateur. Généralement, f est une densité gaussienne de moyenne μ_t et de variance ϕ_t . Ces deux grandeurs sont stockées dans le vecteur $\theta_t = [\mu_t, \phi_t]^T$ et $f(v_t|\theta_t) = \mathcal{N}(v_t; \mu_t, \phi_t)$. Enfin, G est la distribution inconnue de mélange supposée aléatoire.

Dans un cadre bayésien, l'utilisateur doit choisir sa distribution *a priori*. Un choix possible est le processus de Dirichlet (DP, *Dirichlet Process* en anglais) qui peut être vu comme une distribution de probabilité sur l'espace des distributions de probabilité.

Si G est distribuée suivant un DP de distribution de base G_0 et de paramètre d'échelle positif α alors on note $G \sim \mathcal{DP}(G_0, \alpha)$. Afin de préciser l'expression de F , nous exprimons tout d'abord les réalisations G d'un DP. Ce sont des distributions discrètes, mais infinies. En utilisant la représentation dite « stick breaking », G peut être exprimée comme un mélange infini de mesures de Dirac de la manière suivante [8] :

$$G(\theta_t) = \sum_{j=1}^{+\infty} \pi_j \delta_{\mathbf{U}_j}(\theta_t) \text{ et } \pi_j = \beta_j \prod_{l=1}^{j-1} (1 - \beta_l), \quad (2)$$

où le vecteur $\mathbf{U}_j \stackrel{\text{iid}}{\sim} G_0$ représente le $j^{\text{ème}}$ « cluster », le sigle « iid » désigne « indépendamment et identiquement distribué » et $\delta_{\mathbf{U}_j}(\theta_t)$ est la mesure de Dirac d'argument θ_t et localisée en $\theta_t = \mathbf{U}_j$. Enfin, π_j est le $j^{\text{ème}}$ poids du mélange défini

séquentiellement avec $\beta_j \stackrel{\text{iid}}{\sim} \mathcal{B}(1, \alpha)$ où \mathcal{B} est la loi Bêta⁴. En combinant (1) et (2), la distribution inconnue F satisfait :

$$F(v_t) = \sum_{j=1}^{+\infty} \pi_j f(v_t|\mathbf{U}_j). \quad (3)$$

Ainsi, F correspond à un mélange infini de densités $f(v_t|\mathbf{U}_j)$ dont les paramètres sont contenus dans le vecteur \mathbf{U}_j .

En outre, les DP présentent des propriétés intéressantes pour l'inférence. Ils ont l'avantage d'être faciles à échantillonner en utilisant la représentation dite en urne de Polya [9] dont le principe est de marginaliser G . Ainsi, les variables latentes $\{\theta_t\}_{t=1}^T$ peuvent être simulées séquentiellement selon les lois conditionnelles :

$$p(\theta_t|\theta_{1:t-1}) = \frac{1}{\alpha + t - 1} \sum_{j=1}^{t-1} \delta_{\theta_j}(\theta_t) + \frac{\alpha}{\alpha + t - 1} G_0(\theta_t), \quad (4)$$

avec $\theta_{1:t-1} = \{\theta_1, \dots, \theta_{t-1}\}$.

Dans (4), notons qu'une valeur élevée de α favorise l'apparition d'un grand nombre de « clusters » différents.

Dans la section suivante, les DPM sont exploités pour modéliser les signaux issus des UP en radio cognitive.

3 Modélisation bayésienne du problème

On considère que les systèmes primaires et l'US utilisent une modulation à multiplexage par répartition orthogonale en fréquence (OFDM, *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* en anglais) pour transmettre leurs données et que les communications s'effectuent en liaison descendante⁵. Dans ce scénario, le signal au niveau du récepteur de l'US est perturbé par un terme additif d'interférences regroupant les contributions de l'ensemble des signaux transmis par les systèmes primaires. Il s'écrit de la manière suivante :

$$y_n = h_{n,t} * x_n + \underbrace{i_n + n_n}_{v_n} \text{ avec } i_n = \sum_{p=1}^P h_{n,t}^p * x_n^p, \quad (5)$$

où $h_{n,t}$ est la réponse impulsionnelle (RI) du canal de propagation entre la station de base secondaire (SBS) et l'US, qui peut varier entre deux symboles OFDM successifs. Les indices t et n font référence au numéro du symbole OFDM et au numéro du symbole modulant la sous-porteuse OFDM, respectivement. Par ailleurs, x_n est le signal OFDM transmis par la SBS, P est le nombre de signaux primaires interférant avec l'US, $h_{n,t}^p$ est la RI du canal de propagation entre la $p^{\text{ème}}$ antenne d'émission du système primaire et l'US, x_n^p est le signal OFDM transmis par la $p^{\text{ème}}$ antenne primaire et n_n est un terme additif de bruit thermique introduit par le récepteur de l'US.

A la sortie du démodulateur OFDM de l'US, le signal correspondant à la $k^{\text{ème}}$ sous-porteuse, $k = 1, \dots, K$, peut s'exprimer comme suit⁶ :

$$Y_t^k = H_t^k s_t^k + V_t^k \text{ avec } V_t^k = I_t^k + N_t^k, \quad (6)$$

4. La densité de la loi Bêta de paramètres a et b et d'argument $\beta \in [0, 1]$ est définie par $\mathcal{B}(\beta; a, b) = \frac{\beta^{a-1}(1-\beta)^{b-1}}{B(a, b)}$ où $B(a, b)$ est la fonction Bêta.

5. De la station de base vers le terminal mobile.

6. On suppose que le signal secondaire est synchronisé en temps et en fréquence.

où Y_t^k , H_t^k , s_t^k , I_t^k et N_t^k sont les $k^{\text{ème}}$ coefficients des transformées de Fourier discrètes (TFD) de y_n , $h_{n,t}$, x_n , i_n et n_n , respectivement.

Le problème considéré est l'estimation conjointe de s_t^k , H_t^k et de la densité de probabilité inconnue du terme additif V_t^k pour une sous-porteuse donnée. Par la suite, pour alléger les notations, nous omettons l'exposant k .

Dans un cadre bayésien, cette estimation requiert le calcul de la densité *a posteriori* de ces variables sachant les mesures $Y_{1:t} = \{Y_1, \dots, Y_t\}$. Elle dépend de (6) et des distributions *a priori* définies ci-après :

- *Symbole d'informations* s_t : par souci de simplicité mais sans perte de généralité, nous supposons que les symboles appartiennent à une constellation BPSK pour laquelle $s_t \in \{-1, 1\}$. Les deux valeurs possibles de s_t sont associées aux probabilités $\Pr[s_t = 1] = p_1$ et $\Pr[s_t = -1] = 1 - p_1$, respectivement. Le symbole s_t suit ainsi une loi de Bernoulli que l'on note :

$$\Pr[s_t; p_1] = \text{Ber}(s_t; p_1), \quad (7)$$

où Ber représente la loi de Bernoulli d'argument s_t et de paramètre p_1 . Ici, nous supposons que $p_1 = 0,5$.

- *TFD du canal de propagation* $H_t = H_t^{\mathcal{R}} + jH_t^{\mathcal{I}}$: nous considérons des variations temporelles lentes des parties réelle et imaginaire de H_t . Dans cette optique, nous modélisons séparément l'évolution de $H_t^{\mathcal{R}}$ et de $H_t^{\mathcal{I}}$ par des processus autorégressifs (AR) d'ordre 1 comme suit :

$$\begin{aligned} p(H_t^{\mathcal{R}} | H_{t-1}^{\mathcal{R}}) &= \mathcal{N}(H_t^{\mathcal{R}}; -a_1 H_{t-1}^{\mathcal{R}} + a_0, \phi_H), \\ p(H_t^{\mathcal{I}} | H_{t-1}^{\mathcal{I}}) &= \mathcal{N}(H_t^{\mathcal{I}}; -a_1 H_{t-1}^{\mathcal{I}} + a_0, \phi_H), \end{aligned} \quad (8)$$

avec a_0 et a_1 les paramètres AR et ϕ_H la variance du processus générateur.

De plus, l'équation (8) peut être réécrite sous une forme plus compacte en introduisant les vecteurs $\mathbf{x}_t = [H_t^{\mathcal{R}}, H_t^{\mathcal{I}}]^T$ et $\mathbf{u} = [a_0, a_0]^T$ ainsi que les matrices $\mathbf{F} = -a_1 \mathbf{I}_2$ et $\mathbf{Q} = \phi_H \mathbf{I}_2$ où \mathbf{I}_2 désigne la matrice identité de taille 2×2 :

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}) = \mathcal{N}(\mathbf{x}_t; \mathbf{F}\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{u}, \mathbf{Q}). \quad (9)$$

- *Interférences et bruit* $V_t = V_t^{\mathcal{R}} + jV_t^{\mathcal{I}}$. De façon générique le terme V_t peut s'écrire de la manière suivante :

$$V_t = \sum_{p=1}^P \sum_{n=1}^K \Phi_n(x_{1:K}^p) h_{n,t}^p + N_t, \quad (10)$$

où les Φ_n sont des fonctions linéaires.

Classiquement, les canaux de propagation $h_{n,t}^p$ sont supposés gaussiens et complexes. Ainsi, conditionnellement aux signaux primaires reçus par l'US, les parties réelle et imaginaire de V_t sont elles-mêmes gaussiennes. Etant donné l'absence de ces informations, nous proposons de représenter les distributions de $V_t^{\mathcal{R}}$ et de $V_t^{\mathcal{I}}$ par un DPM en utilisant (1).

Par la suite, nous définissons le vecteur $\underline{\theta}_t = [(\theta_t^{\mathcal{R}})^T, (\theta_t^{\mathcal{I}})^T]^T$ contenant les variables latentes associées respectivement aux parties réelle et imaginaire que nous supposons indépendantes. Ainsi, d'après la représentation en urne de Polya, l'évolution du vecteur $\underline{\theta}_t$ est décrite par la distribution suivante :

$$p(\underline{\theta}_t | \underline{\theta}_{1:t-1}) = p(\theta_t^{\mathcal{R}} | \theta_{1:t-1}^{\mathcal{R}}) p(\theta_t^{\mathcal{I}} | \theta_{1:t-1}^{\mathcal{I}}). \quad (11)$$

En outre, nous sélectionnons pour les distributions de base de ces DPM des lois Normale-Inverse-Gamma⁷ qui permettent de définir conjointement un modèle *a priori* pour une moyenne et une variance.

En exploitant la représentation en urne de Polya dans (4), le problème d'estimation de densité se réduit au calcul de la distribution jointe *a posteriori* des variables latentes $p(\underline{\theta}_{1:t} | Y_{1:t})$.

Etant donné le modèle bayésien que nous venons de présenter, le vecteur d'état étendu $\mathbf{X}_t = [s_t, \mathbf{x}_t^T, (\underline{\theta}_t)^T]^T$ doit être estimé récursivement à partir de l'ensemble des mesures $Y_{1:t}$. Notons que la distribution de transition du vecteur d'état étendu peut être factorisée en exploitant la règle de Bayes et les indépendances conditionnelles entre variables aléatoires de la manière suivante :

$$p(\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{1:t-1}) = \Pr[s_t; p_1] p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}) p(\underline{\theta}_t | \underline{\theta}_{1:t-1}). \quad (12)$$

Le modèle décrit dans cette section permet d'appliquer un algorithme d'estimation efficace connu sous le nom de filtre particulaire marginalisé [10] que nous présentons dans la section suivante.

4 Filtre particulaire marginalisé

Le filtre particulaire marginalisé est fondé sur la factorisation suivante de la densité *a posteriori* :

$$p(\mathbf{X}_{1:t} | Y_{1:t}) = p(\mathbf{x}_{1:t} | \underline{\theta}_{1:t}, s_{1:t}, Y_{1:t}) p(\underline{\theta}_{1:t}, s_{1:t} | Y_{1:t}). \quad (13)$$

Dans notre cas, le modèle d'évolution de \mathbf{x}_t défini dans (9) est linéaire et gaussien. De plus, conditionnellement à $\underline{\theta}_{1:t}$ et $s_{1:t}$, le modèle de mesure défini dans (6) devient également linéaire et gaussien. Ainsi, sachant $\underline{\theta}_{1:t}$ et $s_{1:t}$, la distribution $p(\mathbf{x}_{1:t} | \underline{\theta}_{1:t}, s_{1:t}, Y_{1:t})$ dans (13) est gaussienne et le filtre de Kalman peut être utilisé en tant qu'estimateur optimal au sens MMSE de la séquence $\mathbf{x}_{1:t}$. Les variables latentes $\underline{\theta}_{1:t}$ et les symboles $s_{1:t}$ sont estimés en utilisant un filtre particulaire de la manière suivante :

$$\hat{P}_N(\underline{\theta}_{1:t}, s_{1:t} | Y_{1:t}) = \sum_{i=1}^N w_t^{(i)} \delta_{\theta_{1:t}, s_{1:t}}^{(i)}(\underline{\theta}_{1:t}, s_{1:t}), \quad (14)$$

où $\{\theta_{1:t}^{(i)}, s_{1:t}^{(i)}\}_{i=1}^N$ représentent les particules, $\{w_t^{(i)}\}_{i=1}^N$ sont les poids des particules et N le nombre de particules utilisées. Chaque particule est associée à un filtre de Kalman calculant de manière récursive l'estimation de la moyenne *a posteriori* de \mathbf{x}_t , notée $\hat{\mathbf{x}}_{t|t}(\theta_{1:t}^{(i)}, s_{1:t}^{(i)})$, ainsi que la matrice de covariance de l'erreur d'estimation $\mathbf{P}_{t|t}(\theta_{1:t}^{(i)}, s_{1:t}^{(i)})$.

Enfin, l'estimation de la densité *a posteriori* marginale de \mathbf{x}_t est calculée comme suit :

$$\hat{P}_N(\mathbf{x}_t | Y_{1:t}) = \sum_{i=1}^N w_t^{(i)} \mathcal{N}(\mathbf{x}_t; \hat{\mathbf{x}}_{t|t}(\theta_{1:t}^{(i)}, s_{1:t}^{(i)}), \mathbf{P}_{t|t}(\theta_{1:t}^{(i)}, s_{1:t}^{(i)})).$$

Il s'agit d'un mélange de distributions gaussiennes.

7. La densité de la loi Normale-Inverse-Gamma d'argument $\theta = [\mu, \phi]^T$ et de paramètres $\mu_0, \kappa_0, \alpha_0$ et β_0 est définie par $\mathcal{NIG}(\theta; \mu_0, \kappa_0, \alpha_0, \beta_0) = \mathcal{N}(\mu; \mu_0, \frac{\phi}{\kappa_0}) \mathcal{IG}(\phi; \alpha_0, \beta_0)$ avec $\mathcal{IG}(\phi; \alpha_0, \beta_0)$ la densité de la loi Inverse-Gamma d'argument ϕ et de paramètres α_0 et β_0 .

5 Résultats de simulation

Nous testons notre algorithme sur des données issues d'un simulateur correspondant à une trame de $T = 500$ symboles OFDM. Nous considérons $P = 6$ signaux primaires.

Les symboles portés par les signaux primaires appartiennent à une constellation BPSK. Le canal de propagation de l'US est simulé selon le modèle (8) où les paramètres AR sont fixés de manière à introduire une grande corrélation temporelle : $a_0 = 0,02$, $a_1 = -0,98$ et $\phi_H = 0,004$. Les canaux des UP sont simulés à partir de modèles de Rayleigh sans introduire de corrélation temporelle. Les figures 1. (a) et 1. (b) correspondent aux histogrammes du terme V_t^R ainsi obtenus pour deux trames OFDM différentes⁸. Ils montrent l'importante variabilité au cours du temps de la statistique du terme d'interférences. L'estimation de la densité de V_t^R fournie par notre algorithme est superposée sur ces deux dernières figures. Ainsi, bien que la densité estimée soit stationnaire le filtre particulier n'est pas sujet au problème classique de dégénérescence lors de l'estimation de paramètres statiques [10]. Cela est dû à la représentation en urne de Polya des DP qui permet d'intégrer analytiquement la distribution statique de mélange pour n'échantillonner que des paramètres dynamiques, à savoir les variables latentes.

Les figures 1. (c) et 1. (d) montrent l'estimation (en trait plein) des coefficients H_t^R et H_t^I du canal (en tirets). Enfin le tableau 1 regroupe les pourcentages d'erreur d'estimation des symboles s_t en fonction du rapport signal sur interférences (RSI) correspondant à notre algorithme ainsi qu'à un algorithme n'utilisant pas les DPM. Ce dernier utilise une simple gaussienne englobante pour le terme d'interférences. On peut constater une amélioration des taux d'erreur, en particulier pour de faibles RSI.

6 Conclusion

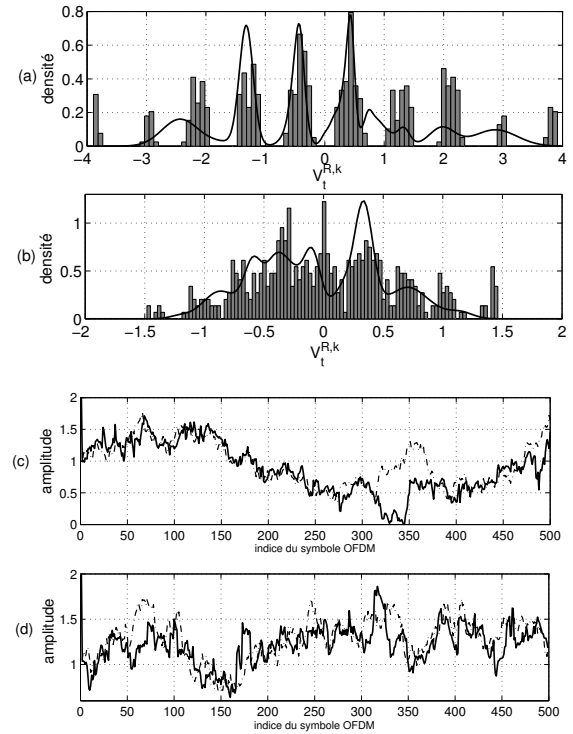
En perspective, nous pouvons noter que le modèle actuel fait l'hypothèse d'indépendance des interférences entre des instants successifs. Cette hypothèse, bien que largement utilisée dans la littérature actuelle, n'est pas toujours motivée par le sens physique. Afin de pouvoir modéliser la distribution de signaux interférants corrélés temporellement, nous explorons de nouveaux modèles fondés sur des DPM variant dans le temps.

TABLE 1 – taux (en %) d'erreur d'estimation des symboles.

RSI (en dB)	-5	-4	-3	-2	-1
sans DPM	23,4%	26,8%	20,6%	14%	13,4%
avec DPM	20,8%	20,6%	18,4%	13%	11,4%
RSI (en dB)	0	1	2	3	4
sans DPM	11,6%	7,8%	3,2%	3,6%	1,6%
avec DPM	11%	3,9%	0,4%	0,6%	0,8%

8. Les histogrammes sont obtenus à partir des 500 symboles OFDM de la trame en exploitant l'indépendance des bruits et l'invariance de leur distribution.

FIGURE 1 – (a)-(b) histogrammes et densités estimées du terme V_t^R , (c)-(d) évolution des parties réelle et imaginaire de H_t .



Références

- [1] J. Mitola III. *Cognitive Radio: An Integrated Agent Architecture for Software Defined Radio*. PhD Thesis, 2000.
- [2] A. Goldsmith, S. Jafar, I. Maric and S. Srinivasa. *Breaking Spectrum Gridlock with Cognitive Radios: An Information Theoretic Perspective*. Proceedings of the IEEE, vol. 97, no. 5, pp. 894-914, 2009.
- [3] Q. Spencer, A. Swindlehurst and M. Haardt. *Zero-Forcing Methods for Downlink Spatial Multiplexing in Multiuser MIMO Channels*. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 52, no. 2, pp. 461-471, 2004.
- [4] L. Cardoso, M. Kobayashi, Y. Ryan and M. Debbah. *Vandermonde Frequency Division Multiplexing for Cognitive Radio*. IEEE Signal Processing Advances in Wireless Communications, pp. 421-425, 2008.
- [5] F. Caron, M. Davy, A. Doucet, E. Duflos and P. Vanheeghe. *Bayesian Inference for Linear Dynamic Models with Dirichlet Process Mixtures*. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 56, no. 1, pp. 71-84, 2008.
- [6] A. Rabaoui, N. Viandier, E. Duflos, P. Vanheeghe and J. Marais. *Dirichlet Process Mixtures for Density Estimation in Dynamic Nonlinear Modeling: Application to GPS Positioning in Urban Canyons*. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 60, no. 4, pp. 1638-1655, 2012.
- [7] V. Pereira, A. Giremus, A. Rabaoui and E. Grivel. *Online EM Estimation of the Dirichlet Process Mixtures Scale Parameter to Model the GPS Multipath Error*. Proceedings of the 38th International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP), 2013.
- [8] J. Sethuraman. *A Constructive Definition of Dirichlet Priors*. Statistica Sinica, vol. 4, no. 4, pp. 639-650, 1994.
- [9] D. Blackwell and J. B. MacQueen. *Ferguson Distributions Via Polya Urn Schemes*. The annals of statistics, vol. 1, no. 2, pp. 353-355, 1973.
- [10] A. Doucet, N. de Freitas and N. Gordon. *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*. Springer, 2001.