

Estimation de la direction d'arrivée des sources polarisées avec un capteur électromagnétique à six composantes non-localisées

Yazid MERAH, Sebastian MIRON et David BRIE

Centre de Recherche en Automatique de Nancy, Université de Lorraine,
CNRS, Boulevard des Aiguillettes, B.P. 239 F-54506 Vandœuvre-lès-Nancy, France
sebastian.miron@univ-lorraine.fr

Résumé – Dans cette communication nous proposons une configuration généralisée d'une antenne vectorielle électromagnétique (EM) à composantes non-colocalisées, permettant l'utilisation du vecteur de Poynting pour l'estimation des directions d'arrivées. Nous énonçons également une condition suffisante d'identifiabilité du modèle et introduisons un nouvel algorithme permettant d'estimer les directions d'arrivée des sources incidentes de façon efficace, pour un espacement des composantes de l'antenne supérieur à $\lambda/2$. Les performances de l'algorithme sont illustrées en simulations.

Abstract – In this paper we propose a generalized non-collocated electromagnetic (EM) vector-sensor configuration allowing the use of the vector cross-product direction finding scheme. We provide a sufficient condition ensuring identifiability of source DOA parameters and propose a novel algorithm allowing the DOA estimation for inter-antenna spacing larger than $\lambda/2$. The effectiveness of the proposed approach is illustrated by numerical simulations.

1 Introduction

Un capteur électromagnétique (EM) vectoriel *colocalisé* est composé de trois dipôles électriques et trois boucles magnétiques, mutuellement orthogonaux et ayant le même centre de symétrie. Il permet la mesure des champs électrique $\mathbf{e} = [e_x, e_y, e_z]^T$ et magnétique $\mathbf{h} = [h_x, h_y, h_z]^T$. La direction d'arrivée est obtenue en calculant le vecteur de Poynting normalisé :

$$\mathbf{p} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\mathbf{e} \times \mathbf{h}^*}{\|\mathbf{e}\| \cdot \|\mathbf{h}\|} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (1)$$

où “ \times ” désigne le produit vectoriel, “ $\|\cdot\|$ ” représente la norme de Frobenius et $\{u, v, w\}$ sont les coordonnées du vecteur de Poynting dans le repère cartésien considéré. Les paramètres $\theta \in [0, \pi]$ et $\phi \in [0, 2\pi)$ représentent respectivement l'élévation et l'azimut de la source incidente. Un nombre important de méthodes d'estimation de la Direction D'Arrivé (DDA), utilisant ce type d'antenne vectorielle a été proposé durant les deux dernières décennies, e.g. [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7].

Cependant, l'inconvénient principal de ces approches est de ne pas prendre en compte le couplage EM entre les six composantes du capteur vectoriel. Dans la pratique, ce couplage peut être réduit (mais jamais complètement annulé) en utilisant des dispositifs d'isolation EM ce qui augmente considérablement le coût du système d'acquisition. Une alternative intéressante et moins coûteuse repose sur l'utilisation des antennes non-colocalisées. Cette solution présente également l'avantage d'augmenter l'ouverture physique de l'antenne, ce qui améliore les performances de la détection [8]. L'utilisation des capteurs *non-*

colocalisés nécessite cependant l'adaptation des algorithmes d'estimation de la DDA conçus pour les capteurs colocalisés. Ainsi, Wong et Yuan [8] étendent la méthode fondée sur le vecteur de Poynting au cas d'un capteur non-colocalisé possédant une géométrie particulière (dipôles et boucles alignés sur deux droites parallèles et vérifiant des conditions d'espacement).

Dans cette communication, nous proposons une configuration géométrique généralisée de capteur vectoriel non-colocalisé, permettant l'utilisation du produit vectoriel $\mathbf{e} \times \mathbf{h}^*$ pour l'estimation de la DDA. Le schéma d'acquisition proposée dans [8] peut être vu comme un cas particulier de la configuration introduite dans cet article. Nous proposons également un algorithme pour estimer les DDAs des sources polarisées incidentes sur ce type d'antenne. Il est fondé sur la minimisation d'une fonction coût non-linéaire. La solution exacte est obtenue de façon efficace, en effectuant une transformation linéaire des paramètres d'intérêt, et une recherche sur une grille discrète. La suite de la communication est organisée de la façon suivante : dans la section 2 nous introduisons la configuration géométrique généralisée d'une antenne vectorielle à composantes non-colocalisées et le vecteur de Poynting associé. Ensuite, nous décrivons dans la section 3 l'algorithme proposé et donnons une condition suffisante d'identifiabilité du modèle. L'approche proposée est comparée en simulations avec une méthode de minimisation locale directe du critère dans la section 4 et on donne enfin les conclusions de ce travail.

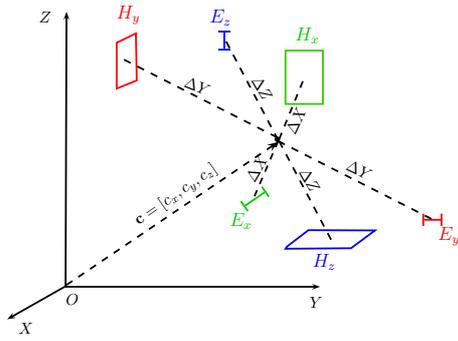


FIGURE 1 – La configuration généralisée d'un capteur vectoriel non-colocalisé. Les segments de droite représentent les dipôles électriques et les rectangles, les boucles magnétiques.

2 Une configuration généralisée d'un capteur vectoriel avec des composantes non-colocalisées

Considérons un capteur vectoriel co-localisé dont les trois dipôles et les trois boucles sont centrés sur le point $\mathbf{c} = [c_x, c_y, c_z]^T$ dans un repère $(OXYZ)$. Chaque élément dipôle/boucle $\{E_i, H_i\}$ ($i \in \{x, y, z\}$) est positionné de façon symétrique par rapport au point \mathbf{c} , comme illustré dans la figure 1. Le point \mathbf{c} sera ainsi considéré comme référence de phase pour tous les éléments de l'antenne. Les distances des dipôles/boucles par rapport à leur référence de phase sont $\Delta X, \Delta Y$ et ΔZ et les valeurs absolues de leurs projections sur les trois axes sont notées $\Delta X_i, \Delta Y_i$ et ΔZ_i , avec $i \in \{x, y, z\}$.

Si on note $\boldsymbol{\omega} = [u, v, w]^T$ et nous introduisons la notation $\exp(j\mathbf{v}) = [e^{jv_1}, e^{jv_2}, e^{jv_3}]^T$, pour tout vecteur à trois éléments $\mathbf{v} = [v_1, v_2, v_3]^T$, l'expression du vecteur de Poynting « non-colocalisé » est donnée par :

$$\tilde{\mathbf{p}}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} u e^{-\frac{j2\pi}{\lambda}((\Delta Y_x + \Delta Z_x)u + (\Delta Y_y + \Delta Z_y)v + (\Delta Y_z + \Delta Z_z)w)} \\ v e^{-\frac{j2\pi}{\lambda}((\Delta X_x + \Delta Z_x)u + (\Delta X_y + \Delta Z_y)v + (\Delta X_z + \Delta Z_z)w)} \\ w e^{-\frac{j2\pi}{\lambda}((\Delta X_x + \Delta Y_x)u + (\Delta X_y + \Delta Y_y)v + (\Delta Y_z + \Delta X_z)w)} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} u e^{-\frac{j2\pi}{\lambda}(A_1 u + B_1 v + C_1 w)} \\ v e^{-\frac{j2\pi}{\lambda}(A_2 u + B_2 v + C_2 w)} \\ w e^{-\frac{j2\pi}{\lambda}(A_3 u + B_3 v + C_3 w)} \end{bmatrix} \triangleq \boldsymbol{\omega} \circledast \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{A}\boldsymbol{\omega}\right), \quad (2)$$

où λ est la longueur d'onde, « \circledast » symbolise le produit de Hadamard (élément par élément) de deux vecteurs et la matrice \mathbf{A} est définie par $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2 \ \mathbf{a}_3]^T$, avec $\mathbf{a}_i = [A_i \ B_i \ C_i]^T$ et $i \in \{1, 2, 3\}$. Comme attendu, cette expression ne dépend pas de la position de l'antenne dans le repère, mais uniquement des positions relatives des boucles et des dipôles. Dans la section suivante nous proposons un algorithme permettant d'estimer $\boldsymbol{\omega}$ à partir de $\tilde{\mathbf{p}}$.

3 Estimation des paramètres des sources

L'analyse de l'identifiabilité du modèle (2) permet d'énoncer la condition suivante :

Proposition 1 [Condition suffisante d'identifiabilité pour modèle (2)] Si le signe de u est connu et l'espacement entre les antennes est tel que : (i) $A_1 \neq A_2 \neq A_3$, (ii) $B_1 = B_2 \neq B_3$, (iii) $C_1 = C_2 = C_3$, alors, u, v et w peuvent être estimés de façon unique à partir de $\tilde{\mathbf{p}}(u, v, w)$.

Par manque d'espace, la démonstration de cette condition n'est pas donnée dans la présente version de la communication, mais son interprétation géométrique est que les dipôles et les boucles doivent se trouver dans deux plans parallèles et tout sous-ensemble de trois éléments de l'antenne doit être non-collinéaire. La connaissance du signe de u est nécessaire afin de lever l'indétermination intrinsèque liée à la non-connaissance de la phase initiale de la source. Par la suite, nous supposons que l'on dispose des estimations des composantes électriques et magnétiques d'une source incidente sur l'antenne. Celles-ci peuvent être obtenues à l'aide de tout algorithme d'estimation du vecteur directionnel d'une source, e.g. la méthode proposée dans [3]. Une estimation du vecteur de Poynting non-colocalisé $\hat{\tilde{\mathbf{p}}}$, est ensuite obtenue en calculant le produit vectoriel $\mathbf{e} \times \mathbf{h}^*$ normalisé. L'estimation de u, v, w peut alors être formulée comme un problème de minimisation de la fonction coût :

$$\mathcal{J}(\boldsymbol{\omega}) = \left\| \hat{\tilde{\mathbf{p}}} - \tilde{\mathbf{p}}(\boldsymbol{\omega}) \right\|^2. \quad (3)$$

La fonction $\mathcal{J}(\boldsymbol{\omega})$ est non-convexe avec de nombreux minima locaux. En conséquence, une procédure d'optimisation locale impose de disposer d'une bonne initialisation permettant de converger vers le minimum global du critère. Une solution simple est d'utiliser le module des coordonnées du vecteur $\hat{\tilde{\mathbf{p}}}$ comme valeurs initiales. Notons que, si les signes de u, v et w ne sont pas connus, il faut tester les huit combinaisons possibles et retenir celle qui donne le coût minimal. Néanmoins, même pour des rapports signal à bruit (RSB) élevés, lorsque la distance entre les éléments de l'antenne est importante, le nombre de minima locaux de $\mathcal{J}(u, v, w)$ augmente, et cette approche échoue presque systématiquement. Nous proposons une méthode alternative efficace pour minimiser de façon exacte le critère. L'idée est d'effectuer un changement de variable grâce auquel le minimum global exact est trouvé par une recherche sur une grille de faible dimension. La condition suffisante d'identifiabilité donnée en début de section garantit que \mathbf{A} est inversible et la fonction coût (3) peut alors s'écrire sous la forme :

$$\mathcal{J}(\boldsymbol{\omega}) = \left\| \hat{\tilde{\mathbf{p}}} - \boldsymbol{\omega} \circledast \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{A}\boldsymbol{\omega}\right) \right\|^2. \quad (4)$$

Considérons un nouveau vecteur $\bar{\boldsymbol{\omega}} = [\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}]^T$ tel que $\bar{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{A}\boldsymbol{\omega}$ et définissons la fonction coût :

$$\mathcal{I}(\bar{\boldsymbol{\omega}}) = \mathcal{J}(\mathbf{A}^{-1}\bar{\boldsymbol{\omega}}) = \left\| \hat{\tilde{\mathbf{p}}} - (\mathbf{A}^{-1}\bar{\boldsymbol{\omega}}) \circledast \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda}\bar{\boldsymbol{\omega}}\right) \right\|^2. \quad (5)$$

Comme \mathbf{A} est inversible, si $\bar{\boldsymbol{\omega}}^* = [\bar{u}^*, \bar{v}^*, \bar{w}^*]^T$ est un minimiseur de $\mathcal{I}(\bar{\boldsymbol{\omega}})$, alors $\boldsymbol{\omega}^* = \mathbf{A}^{-1}\bar{\boldsymbol{\omega}}^*$ est un minimiseur de $\mathcal{J}(\boldsymbol{\omega})$.

Pour introduire la méthode, nous considérons pour l’instant, le cas sans bruit, et supposons que les vecteurs $\bar{\omega}$ et $\mathbf{A}^{-1}\bar{\omega}$ sont à valeurs positives. Définissons les deux critères suivants :

$$\mathcal{I}_{mod}(\bar{\omega}) = \left\| \hat{\mathbf{p}} - \mathbf{A}^{-1}\bar{\omega} \right\|^2, \quad (6)$$

$$\mathcal{I}_{exp}(\bar{\omega}) = \left\| \hat{\mathbf{p}} ./ \hat{\mathbf{p}} - \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda}\bar{\omega}\right) \right\|^2, \quad (7)$$

où “|.” symbolise l’opération module élément par élément du vecteur en argument et “./”, la division élément par élément. En analysant les expressions (5), (6) et (7) nous pouvons énoncer les propriétés suivantes :

Propriété 1 Le critère \mathcal{I}_{mod} admet un unique minimum global : $\bar{\omega}^* = \mathbf{A}|\hat{\mathbf{p}}|$.

Propriété 2 Le critère \mathcal{I}_{exp} admet des minima globaux périodiques de la forme : $\bar{\omega}^* + \mathbf{k}\lambda$ avec $\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^3$.

Propriété 3 Le critère \mathcal{I} admet un unique minimum global.

Démonstration : Minimiser \mathcal{I} revient à minimiser conjointement \mathcal{I}_{mod} et \mathcal{I}_{exp} , i.e. $\min \mathcal{I}(\bar{\omega}) = \bar{\omega}^*$.

Propriété 4 Soit $\bar{\omega}^*$ un minimiseur global de $\mathcal{I}_{exp}(\bar{\omega})$. Alors, le minimiseur global de $\mathcal{I}(\bar{\omega})$ est de la forme $\bar{\omega}^* = \bar{\omega}^* + \mathbf{k}\lambda$ et le critère $\mathcal{I}(\bar{\omega}^* + \mathbf{k}\lambda)$ est quadratique convexe par rapport à \mathbf{k} .

Démonstration : La première partie découle directement des propriétés 2 et 3. Pour démontrer la deuxième partie, il suffit de remplacer la valeur de $\bar{\omega}^*$ dans (5) et on obtient :

$$\mathcal{I}(\bar{\omega}^* + \mathbf{k}\lambda) = \left\| \hat{\mathbf{p}} - \left(\mathbf{A}^{-1}\bar{\omega}^* - \lambda\mathbf{A}^{-1}\mathbf{k} \right) \otimes \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda}\bar{\omega}^*\right) \right\|^2, \quad (8)$$

ce qui montre que le critère est convexe et quadratique par rapport à \mathbf{k} .

D’un point de vue algorithmique, ce résultat est important car il montre qu’en suivant localement la direction de la plus importante descente du critère (8), on atteint le minimum global de (5). De plus, la convexité du critère permet d’effectuer la recherche de cette direction de façon indépendante suivant les trois dimensions, ce qui permet d’accélérer l’algorithme. Dans cette version de la communication, nous proposons une version de l’algorithme basée sur une recherche exhaustive de $\bar{\omega}$ sur une grille de faible dimension. Le méthode proposée peut être résumée comme suit :

1. Effectuer le changement de variable $\bar{\omega} = \mathbf{A}\omega$.
2. Trouver un minimiseur $\bar{\omega}^*$ de $\mathcal{I}_{exp}(\bar{\omega})$. Tout algorithme d’optimisation locale peut être utilisé dans ce but.
3. Trouver le minimiseur global de $\mathcal{I}(\bar{\omega})$ selon $\bar{\omega}^* = \min_{\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^3} \mathcal{I}(\bar{\omega}^* + \mathbf{k}\lambda)$. Le domaine de recherche pour $\bar{\omega}$ est borné par $\bar{\omega}_{\min} = \mathbf{A}\omega_{\min}$ et $\bar{\omega}_{\max} = \mathbf{A}\omega_{\max}$, avec $\omega_{\max} = -\omega_{\min} = [1, 1, 1]^T$.

4. Si les signes de u, v, w ne sont pas connus *a priori*, les huit combinaisons de signes possibles doivent être testées¹, et la combinaison donnant lieu à la plus petite valeur du critère $\mathcal{I}(\bar{\omega})$ sera retenue.
5. Calculer le minimiseur du critère de départ $\mathcal{J}(\omega)$, par $\omega^* = \mathbf{A}\bar{\omega}^*$. Une étape d’optimisation locale peut être ensuite utilisée (de façon optionnelle) pour $\mathcal{J}(\omega)$ afin d’affiner l’estimation de ω^* .

4 Simulations

Dans cette section nous comparons en simulations la méthode proposée avec la méthode utilisant directement une optimisation locale du critère (3) avec, comme initialisation, les modules signés des entrées de $\hat{\mathbf{p}}$. Nous avons utilisé un algorithme de type Nelder-Mead pour toutes les procédures d’optimisation locale. Pour la méthode proposée, nous avons tracé les résultats « brut » et « affinés » (voir le pas 5 de l’algorithme). Une comparaison directe avec l’algorithme proposé dans [8] n’est pas possible car, pour la configuration d’antenne présentée dans [8], la matrice \mathbf{A} est non-inversible. De plus, dans ce cas, le changement de variable n’a pas de sens car les périodicités de sont bien identifiées *a priori*. Pour les expériences présentées dans cette section nous avons considéré deux sources à bande étroite, avec différentes fréquences centrales et des DDAs : $(\theta_1, \phi_1) = (120^\circ, 40^\circ)$ et $(\theta_2, \phi_2) = (30^\circ, 50^\circ)$. Nous avons représenté l’erreur quadratique moyenne (EQM) pour les paramètres ω des deux sources, estimés sur 30 réalisations par point calculé. L’algorithme ESPRIT développé dans [3] a été utilisé pour estimer les vecteurs directionnels $\hat{\mathbf{a}}$ des sources. Fig. 2 représente l’EQM pour les trois algorithmes en fonction du RSB, pour une configuration d’antenne donnée. Pour la géométrie de l’antenne nous avons choisi $\Delta X = \Delta Y = \Delta Z = 8\lambda$, garantissant ainsi le respect des conditions de la Proposition 1. On observe que, pour des faibles RSB, notre méthode présente un gain d’environ 15 dB par rapport à la procédure d’optimisation directe. Cela s’explique par le fait qu’à faible RSB le module de $\hat{\mathbf{p}}$ est un mauvais estimateur des paramètres u, v, w et, par conséquent, l’algorithme d’optimisation locale converge systématiquement vers un minimum local et non vers le minimum global de la fonction coût (3). Dans cette expérience, l’étape d’optimisation locale utilisée au pas 5 de la méthode proposée n’améliore pas les performances à faible RSB mais augmente légèrement la précision de l’algorithme en présence d’un fort signal source. Pour la figure 3, nous avons fixé le RSB à 10 dB et avons tracé l’EQM versus l’espacement inter-capteurs Δ/λ . La distance entre les éléments de l’antenne et leur centre de symétrie est de $\Delta X = \Delta Y = \Delta Z = \Delta$. Nous remarquons que pour de très faibles ratios Δ/λ , la précision de notre méthode est similaire à celle utilisant directement l’optimisation locale. Cela correspond à un espacement inter-éléments inférieur à $\lambda/2$, dans quel cas il n’y

1. Une valeur négative de l’un des éléments de $\bar{\omega}$ sera prise en compte par l’ajout de π dans la phase de l’élément correspondant du critère (7).

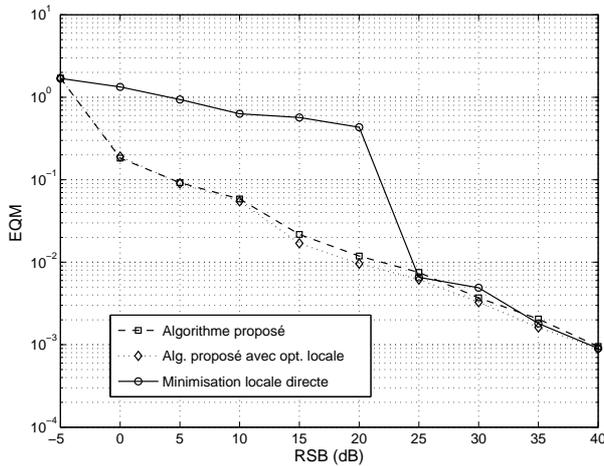


FIGURE 2 – Erreur quadratique moyenne pour l’estimation des DDA des deux sources, en fonction de RSB (dB)

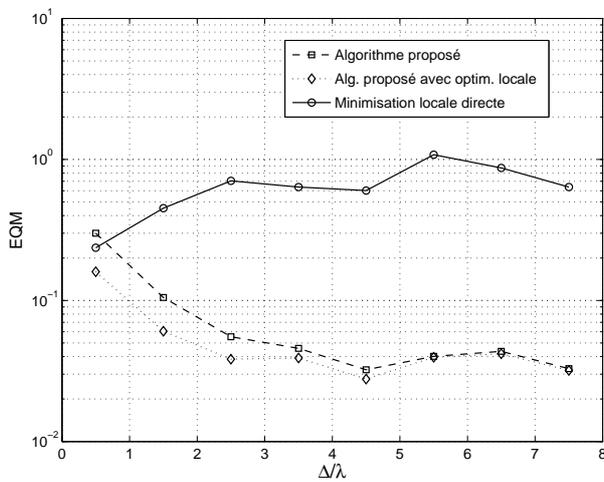


FIGURE 3 – Erreur quadratique moyenne pour l’estimation des DDA des deux sources, en fonction de Δ/λ

a pas d’ambiguïté cyclique sur la phase de $\tilde{\mathbf{p}}(u, v, w)$. Dans ce cas, le changement de variable n’a pas d’intérêt car, la minimisation directe de (4) converge toujours vers le minimum global du critère. Cependant, si la distance entre les éléments augmente (de l’ordre de plusieurs λ), la méthode échoue systématiquement car la probabilité de converger vers un minimum local devient importante. La méthode proposée ne souffre pas de cet inconvénient et continue de fournir des estimations fiables des paramètres d’intérêt même pour un écartement important des composantes de l’antenne. De plus, l’augmentation de Δ améliore la résolution de la méthode car l’ouverture physique de l’antenne devient plus importante. L’inconvénient est que la taille de la grille de recherche augmente, elle aussi, avec l’ouverture de l’antenne, ce qui alourdi le coût du calcul.

5 Conclusions

Nous introduisons un schéma d’acquisition avec un capteur EM non-colocalisé qui généralise la configuration présentée dans [8]. Pour ce schéma, nous proposons un algorithme d’estimation des DDA des sources incidentes fondé sur l’utilisation du vecteur de Poynting, et sur la minimisation d’une fonction coût non-linéaire. Une solution algorithmique pour minimiser cette fonction coût est fournie basée sur une recherche sur une grille à faible dimension. Nous montrons en simulations que la méthode proposée permet de retrouver les valeurs des paramètres, même pour des faibles RSB et des écartement important des capteurs, ce qui n’est pas le cas des approches basée sur une optimisation directe du critère. Une perspective de ce travail consiste à utiliser la convexité du critère (8) afin d’effectuer une recherche de type Greedy sur la grille, ce qui permettrait d’accélérer de façon significative l’algorithme.

Références

- [1] A. Nehorai and E. Paldi, “Vector-sensor array processing for electromagnetic source localization,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 42, no. 2, pp. 376–398, Feb. 1994.
- [2] B. Hochwald and A. Nehorai, “Polarimetric modeling and parameter estimation with applications to remote sensing,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 43, no. 2, pp. 376–398, Feb. 1995.
- [3] K. T. Wong and M. D. Zoltowski, “Uni-vector-sensor ESPRIT for multisource azimuth, elevation, and polarization estimation,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 45, no. 10, pp. 1467–1474, Oct. 1997.
- [4] K.-C. Ho, K.-C. Tan, and B. T. G. Tan, “Efficient method for estimating directions-of-arrival of partially polarized signals with electromagnetic vector sensors,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 45, no. 10, pp. 2485–2498, Oct. 1997.
- [5] K. T. Wong and M. D. Zoltowski, “Closed-form direction finding and polarization estimation with arbitrarily spaced electromagnetic vector-sensors at unknown locations,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 48, no. 5, pp. 671–681, May 2000.
- [6] M. Hurtado and A. Nehorai, “Performance analysis of passive low-grazing-angle source localization in maritime environments using vector sensors,” *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 43, no. 2, pp. 780–789, Apr. 2007.
- [7] X. Guo, S. Miron, D. Brie, S. Zhu, and X. Liao, “A CAN-DECOMP/PARAFAC perspective on uniqueness of DOA estimation using a vector sensor array,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 59, no. 7, pp. 3475–3481, July 2011.
- [8] K. T. Wong and X. Yuan, “Vector cross-product direction-finding with an electromagnetic vector-sensor of six orthogonally oriented but spatially noncollocating dipoles/loops,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 59, no. 1, pp. 160–171, Jan. 2011.