

Traitement d'antenne acoustique par analyse parcimonieuse des signaux issus de microphones

JOSEPH LARDIES ; MARC BERTHILLIER

Institut FEMTO-ST ; Département de Mécanique Appliquée
24 Rue de l'Épitaphe, 25000 Besançon, France
joseph.lardies@univ-fcomte.fr

Résumé – On propose une méthode efficace pour déterminer le paramètre de régularisation lors de la localisation de sources de bruit par représentation parcimonieuse des signaux issus d'une antenne acoustique. Cette méthode est basée sur l'analyse de la fonction de répartition du bruit et permet d'éliminer les sources parasites, qui apparaissent si le paramètre de régularisation est mal choisi. La technique développée utilise un nombre faible d'échantillons temporels et la décomposition en sous-espaces de la matrice de covariance des signaux n'est pas effectuée. D'autre part, il n'est pas nécessaire de connaître le nombre de sources présentes dans le milieu observé. Les résultats, aussi bien numériques qu'expérimentaux, montrent les bonnes performances de cette méthode

Abstract – Our purpose is the determination of the regularization parameter in a sparse representation of output sensors used for the localization of acoustic point sources. This method is based in the analysis of the cumulative distribution function of noise to obtain a large dynamic range of the regularization parameter. We can then eliminate the spurious peaks in the spatial spectrum. The method uses a low number of time samples and does not use the subspace decomposition of the covariance matrix of signals. It is not necessary to know the exact number of sources radiating in the field. Numerical and experimental results are presented showing the effectiveness of the procedure.

1. Introduction

L'objet de cette communication est la localisation de sources sonores ponctuelles à partir des signaux provenant des capteurs formant une antenne acoustique. On se place dans une ambiance acoustique, mais les propos exprimés dans cette communication peuvent être généralisés à d'autres domaines dans lesquels un réseau de capteurs reçoit des ondes électromagnétiques, sismiques, ... Il suffit que les sorties soient séparément accessibles. Les traitements d'antenne traditionnels par l'algorithme de Capon et par les algorithmes sous-espaces (MUSIC, ESPRIT, norme minimale) ont des problèmes de résolution spatiale lorsque les sources sont cohérentes ou lorsque le nombre d'échantillons temporels à traiter est faible [1,2]. Nous proposons une approche basée sur une représentation parcimonieuse spatiale des signaux provenant des capteurs pour localiser des sources rayonnantes cohérentes ou non et lorsque le nombre d'échantillons temporels est faible. Le principe d'une telle représentation repose sur l'hypothèse qu'un ensemble d'observations, dans notre cas les signaux des microphones, peut être décrit par un nombre très réduit de paramètres définis dans un espace adéquat [3,5]. Dans cette représentation parcimonieuse un premier terme va quantifier l'erreur (ou le résidu) entre un modèle de traitement d'antenne et les observations et un second terme va favoriser les modèles parcimonieux [6,7]. Ces deux termes sont liés par le paramètre de régularisation qui constitue un compromis entre parcimonie de la solution et fidélité aux mesures. Le choix du paramètre de régularisation est donc primordial. Si le paramètre de régularisation est trop faible une multitude de solutions parasites ou "fantômes" vont apparaître et nous aurons un spectre spatial avec des pics redondants. Si le paramètre de régularisation est trop important des solutions vont être rejetées et nous aurons un spectre spatial dans lequel des sources ne seront pas localisées. On présente dans cette communication trois méthodes pour estimer ce paramètre de régularisation : une méthode basée sur la courbe en L et deux méthodes basées sur

l'analyse de la distribution des éléments de la matrice de covariance du bruit. Des simulations et des résultats expérimentaux en chambre anéchoïque montrent l'efficacité de la méthode sur la localisation des sources sonores. Cette communication fait suite à [7] dans lequel il était proposé une représentation parcimonieuse spatiale en traitement d'antenne sans analyser l'influence du paramètre de régularisation.

2. Modélisation du signal

On considère une antenne acoustique formée de N capteurs identiques et P sources ponctuelles placées dans un milieu de propagation. Le signal observé à la sortie des capteurs à l'instant t s'écrit de manière générale [1, 2]:

$$y(t) = A(\theta) s(t) + b(t) = \sum_{i=1}^P a(\theta_i) s_i(t) + b(t) \quad (1)$$

avec $s(t)$ le vecteur ($P \times 1$) des amplitudes complexes des signaux émis par les P sources, $A(\theta) = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_P)]$ la matrice ($N \times P$) des vecteurs directionnels, c'est aussi la matrice de transfert caractéristique du modèle de propagation. C'est cette matrice $A(\theta)$ qui contient toute l'information sur la position des sources. On notera $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_P]^T$ le vecteur contenant les paramètres (les positions) des sources. $b(t)$ est le vecteur ($N \times 1$) du bruit apparaissant sur chaque capteur. A partir de la connaissance de $y(t)$ on se propose d'estimer les positions $\{\theta_i\}$ des sources lorsque le nombre d'échantillons temporels est faible (inférieur à 50), en utilisant une représentation parcimonieuse du spectre spatial.

3. Représentation parcimonieuse spatiale

3.1 Présentation du problème de parcimonie

Le problème d'estimation paramétrique indiqué par la relation (1) est transformé en un problème de représentation parcimonieuse de localisation de sources. Pour cela nous introduisons une représentation redondante de la matrice de transfert A en considérant plusieurs positions possibles des

sources $\{\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_L\}$. Ici on a L positions possibles. Cette matrice constitue un dictionnaire redondant de position des sources et réalise un échantillonnage spatial ou un quadrillage de l'espace analysé. Les atomes de ce dictionnaire sont les L positions potentielles des sources à localiser. Ce nombre de positions L est beaucoup plus grand que le nombre de sources réelles P , et même beaucoup plus grand que le nombre de capteurs N . La matrice A de taille $(N \times L)$ est connue et ne dépend pas de la position exacte des sources, contrairement à la relation (1) avec $A(\theta)$. Cette matrice de transfert est construite sous la forme suivante :

$$A(\tilde{\theta}) = [a(\tilde{\theta}_1), a(\tilde{\theta}_2), \dots, a(\tilde{\theta}_L)] \quad (2)$$

D'autre part, les amplitudes complexes des signaux atteignant l'antenne acoustique à l'instant t peuvent être exprimées par un vecteur de dimension $(L \times 1)$: $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_L(t)]^T$ où le $k^{\text{ième}}$ élément $x_k(t)$ n'est pas nul et égal à $s_k(t)$ si $x_k(t)$ et $s_k(t)$ correspondent à la même position de source, alors que tous les autres éléments sont nuls. Nous avons la représentation :

$$y(t) = A(\tilde{\theta}) x(t) + b(t) \quad (3)$$

Le vecteur d'observation $y(t)$ apparaissant dans (1) ou (3) est identique, mais la localisation des sources est maintenant conditionnée par les valeurs non nulles de $\{x(t)\}$. Nous avons transformé le problème de l'estimation paramétrique des positions des sources en un problème d'estimation parcimonieuse spatiale de ces sources : le spectre spatial de $x(t)$ présentera des pics importants aux positions exactes des sources et, en théorie, des valeurs nulles ailleurs. Avec T échantillons temporels on définit la matrice $Y(N \times T)$ des données temporelles : $Y = [y(1) y(2) \dots y(T)]$, la matrice $X(L \times T)$ formée des L vecteurs parcimonieux (la parcimonie est spatiale et non temporelle) et la matrice $B(N \times T)$ du bruit. Nous avons :

$$Y = A(\tilde{\theta})X + B \quad (4)$$

La matrice X a par construction une structure bidimensionnelle : une dimension est relative à l'espace, auquel nous affectons l'indice i qui varie de 1 à L et l'autre dimension est relative au temps, auquel nous affectons l'indice j qui varie de 1 à T . Nous désirons imposer une parcimonie uniquement spatiale sur les éléments de X . Pour cela nous considérons la norme l_2 des vecteurs ligne de X , c'est-à-dire nous considérons $x_i^{(l_2)}$ pour chaque vecteur ligne et nous effectuons une pénalité en norme l_1 du vecteur $x^{(l_2)} = [x_1^{(l_2)}, x_2^{(l_2)}, \dots, x_L^{(l_2)}]^T$. Nous avons alors un problème de minimisation sous contraintes faisant intervenir un terme d'attache aux données (ou un terme d'erreur résiduelle) en norme de Frobenius et une pénalité en norme l_1 sur la parcimonie. Ce problème se met sous la forme suivante:

$$\min \|x^{(l_2)}\|_{l_1} \text{ sous la contrainte } \|Y - A(\tilde{\theta})X\|_F^2 \leq \beta^2 \quad (5)$$

où β est le paramètre de régularisation. Un compromis entre fidélité aux mesures et parcimonie de la solution est à trouver et la nature du compromis dépendra de la valeur de β : un β faible favorise les solutions correspondant aux mesures alors

qu'un β important conduira à une solution parcimonieuse, au risque de s'éloigner des mesures. La parcimonie du vecteur résultant $x^{(l_2)}$ correspond à la parcimonie du spectre spatial et notre but est donc de déterminer $x^{(l_2)}$ lorsque le nombre d'échantillons T est faible. Une approche algorithmique s'appuyant sur la formulation SOCP (Second Order Cone Programming) [8] sera utilisée. Auparavant il faut estimer la valeur du paramètre de régularisation. Trois méthodes vont être présentées.

3.2 Estimation du paramètre de régularisation par la courbe en L

La détermination de la valeur optimale du paramètre de régularisation peut se faire en étudiant les variations de la solution parcimonieuse en norme l_1 en fonction de l'écart aux données en norme de Frobenius

$$\|x^{(l_2)}\|_{l_1} = f(\|Y - A(\tilde{\theta})X\|_F^2) \quad (6)$$

Lorsque nous traçons $\log(\|x^{(l_2)}\|_{l_1})$ en fonction de

$\|Y - A(\tilde{\theta})X\|_F^2$ nous obtenons une courbe qui a typiquement une forme en L [9] et les points situés sur la courbe correspondent aux valeurs du paramètre de régularisation. La valeur optimale du paramètre de régularisation est obtenue en considérant le point qui se trouve sur le "coin" de la courbe en L. Malheureusement cette courbe présente très souvent plusieurs paliers et il est difficile d'extraire la valeur optimale du paramètre de régularisation et s'avère donc défailante. Une approche basée sur l'analyse de la distribution statistique de l'erreur résiduelle est proposée.

3.3 Estimation du paramètre de régularisation par une distribution du Chi2

Nous proposons de déterminer le paramètre de régularisation automatiquement lorsque le bruit est statistiquement connu ou estimé. Soit $X(\beta)$ la matrice spatio-temporelle estimée en utilisant le paramètre de régularisation β . Suivant Malioutov [6], l'idée naturelle est de choisir le paramètre β de sorte que la valeur du résidu suit la même loi statistique que celle du bruit. Si la distribution statistique du bruit est connue, Malioutov propose de choisir β de sorte que $\|Y - A(\tilde{\theta})X(\beta)\|_F^2$ se rapproche "au mieux" de $\|B\|_F^2$.

On note b_{mn} l'élément (m,n) de la matrice B . Malioutov suppose que le bruit est gaussien, indépendant et identiquement distribué (i.i.d.) de variance σ^2 . Nous avons

$$\|B\|_F^2 = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^T b_{mn}^2 \quad (7)$$

ce qui est la somme du carré de NT variables aléatoires indépendantes gaussiennes centrées et de variance σ^2 . Par conséquent, $\|B\|_F^2$, normalisée par σ^2 , suit la loi du Chi2 à

NT degrés de liberté (d.d.l.) : $\frac{\|B\|_F^2}{\sigma^2} \sim \chi_{NT}^2$. La fonction de répartition d'une distribution du Chi2 à NT d.d.l. est

$$p = F(z, NT) = \int_0^z \frac{t^{(NT-2)/2} e^{-t/2}}{2^{NT/2} \Gamma(NT/2)} dt \quad (8)$$

où Γ est la fonction Gamma (intégrale eulérienne de seconde espèce). La fonction inverse de cette fonction de répartition pour une probabilité p (ou un intervalle de confiance donné) et NT d.d.l. est

$$z = F^{-1}(p, NT) = \{z : F(z, NT) = p\} \quad (9)$$

La loi de distribution du bruit étant connue, on peut utiliser un intervalle de confiance pour estimer $\|B\|_F^2$ et par la suite déterminer le paramètre de régularisation en utilisant la fonction inverse $F^{-1}(p, NT)$, pour une probabilité de localisation donnée et NT d.d.l. Cependant, lorsqu'on utilise la distribution du Chi2 et lorsque le nombre d'échantillons temporels est faible (inférieur à 50), même un intervalle de confiance de 0,999 ne nous permet pas de trouver convenablement le paramètre de régularisation permettant la suppression des sources parasites du spectre spatial (voir le paragraphe 4 sur les applications). On peut donner une explication en considérant la contrainte de l'équation (5)

$$\|Y - A(\tilde{\theta})X\|_F^2 = \|A(\tilde{\theta})S - A(\tilde{\theta})X\|_F^2 + \text{trace}[B(A(\tilde{\theta})S - A(\tilde{\theta})X)^H] + \text{trace}[(A(\tilde{\theta})S - A(\tilde{\theta})X)B^H] + \|B\|_F^2 \quad (10)$$

Par conséquent, si nous utilisons seulement l'égalité $\beta^2 = \|B\|_F^2$ pour déterminer le paramètre de régularisation le bruit parasite ne sera pas éliminé (même avec un intervalle de confiance de 0,999) et des sources parasites apparaîtront dans le spectre spatial. La valeur du paramètre de régularisation obtenue par la distribution du Chi2 est trop faible et on doit donc "élargir" le domaine de $\|B\|_F^2$, autrement dit le paramètre de régularisation doit avoir une plage dynamique plus importante. D'après (5) la valeur du paramètre β doit être suffisamment importante pour que la probabilité que $\|B\|_F^2 \geq \beta$ soit faible.

3.4 Estimation du paramètre de régularisation par une distribution de Raleigh

On considère que le bruit est complexe, gaussien, indépendant et identiquement distribué (i.i.d.) de variance σ^2 . L'élément (m,n) de la matrice B s'écrit $b_{mn} = c_{mn} + j d_{mn}$ avec $m=1,2,\dots,N$ et $n=1,2,\dots,T$

$$\|B\|_F^2 = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^T (c_{mn}^2 + d_{mn}^2) \quad (11)$$

Or si c_{mn} et d_{mn} , sont des variables aléatoires indépendantes centrées et de même variance $\sigma^2/2$: $c_{mn} \sim N(0, \sigma^2/2)$ et $d_{mn} \sim N(0, \sigma^2/2)$ alors $|b_{mn}| = \sqrt{c_{mn}^2 + d_{mn}^2}$ obéit à la distribution de Rayleigh. La fonction de répartition de la distribution de Rayleigh est :

$$p_{mn} = G(|b_{mn}|, \sigma^2/2) = \int_0^{|b_{mn}|} \frac{2t e^{-t^2/\sigma^2}}{\sigma^2} dt \quad (12)$$

La fonction inverse de la fonction de répartition de la distribution de Rayleigh pour une probabilité p_{mn} et un paramètre d'échelle (ou variance) $\sigma^2/2$ est :

$$|b_{mn}| = G^{-1}(p_{mn}, \sigma^2/2) = \left\{ |b_{mn}| : G(|b_{mn}|, \sigma^2/2) = p_{mn} \right\} \quad (13)$$

et nous déduisons

$$\|B\|_F^2 = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^T |b_{mn}|^2 = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^T G^{-1}(p_{mn}, \sigma^2/2) \leq NT G^{-1}(p_{\max}, \sigma^2/2) = \beta_{\text{Rayl}}^2 \quad (14)$$

expression dans laquelle $p_{\max} = \max\{p_{mn}\}$. La valeur du paramètre de régularisation sera obtenue en considérant la fonction inverse de la fonction de répartition de la distribution Rayleigh et en utilisant (14).

4. Applications

On considère une antenne acoustique formée de 6 capteurs, équidistants de $d/\lambda = 0,5$. Deux sources non corrélées sont situées à 0° et 10° par rapport à la normale de l'antenne. Le nombre d'échantillons temporels est $T=50$ et le rapport signal sur bruit (RSB) est de 20 dB. Les Figures 1(a et b) nous montrent les variations du paramètre de régularisation en utilisant les 3 méthodes présentées. La courbe en L (Figure 1(a)) présente plusieurs paliers et il est difficile de déterminer la valeur du paramètre de régularisation. La Figure 1(b) présente les variations du paramètre de régularisation en fonction de la probabilité p de localisation des sources (ou l'intervalle de confiance) en utilisant la distribution du Chi2 et la distribution de Rayleigh. Une plage dynamique plus importante apparaît avec la distribution de Rayleigh.

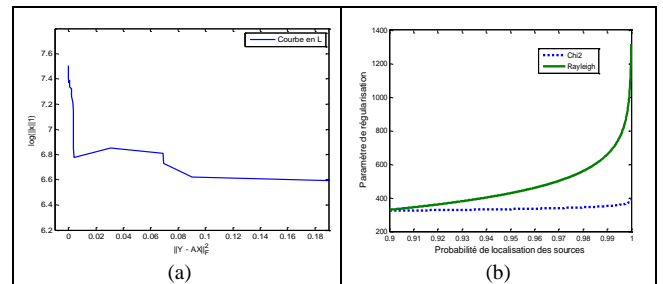


Figure1. (a) Paramètre de régularisation par la méthode en L ; (b) Paramètre de régularisation en fonction de la probabilité de localisation par la distribution du Chi2 et par la distribution de Rayleigh

La Figure 2 (a) montre 20 spectres spatiaux lorsque le paramètre de régularisation est obtenu par la distribution du Chi2 avec une probabilité de localisation de 0,99. Le nombre des sources parasites est trop important et il est impossible de localiser les deux sources réelles. Un intervalle de confiance de 0,999 est considéré dans la Figure 2(b). Des pics parasites sont toujours présents. L'utilisation du paramètre de régularisation en utilisant la distribution du Chi2 ne nous permet pas de supprimer les sources "fantômes". La Figure 2(c) nous montre les 20 spectres spatiaux lorsque le paramètre de régularisation est déterminé par la distribution de Rayleigh avec un intervalle de confiance de 0,99. Les deux sources non corrélées peuvent être localisées sans ambiguïté.

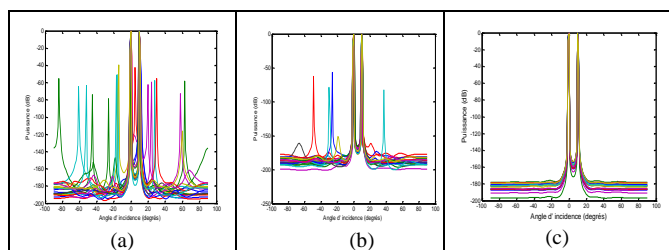


Figure 2. Spectre spatial par parcimonie avec la distribution du Chi2 : $p=0,99$ (a) ; $p=0,999$ (b) ; avec la distribution de Rayleigh et $p=0,99$ (c) (les deux sources sont décorrélées)

Considérons maintenant le cas de deux sources cohérentes situées à 0° et 10° par rapport à la normale de l'antenne. Le nombre d'échantillons est $T=50$ et $RSB=20$ dB. La Figure 3(a) nous montre les variations du paramètre de régularisation en fonction de la probabilité de localisation. La Figure 3(b) montre les 20 spectres spatiaux des deux sources cohérentes en utilisant la distribution de Rayleigh et $p=0,99$. Les deux sources peuvent être localisées.

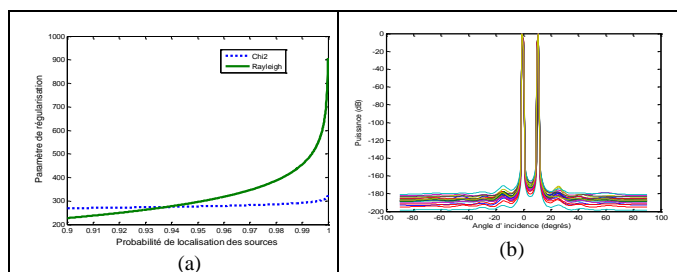


Figure 3. (a) Spectre spatial par parcimonie en utilisant la distribution de Rayleigh avec $p=0,99$; (b) Paramètre de régularisation en fonction de la probabilité de localisation par la distribution du Chi2 et par la distribution de Rayleigh (les deux sources sont cohérentes)

La Figure 4 (a) nous montre le dispositif expérimental utilisé en chambre anéchoïque pour localiser deux sources sonores générées par deux hauts parleurs, qui émettent des ondes sinusoïdales. La distance entre les microphones est $d=\lambda/2$. Les variations du paramètre de régularisation en fonction de la probabilité de localisation des sources sont représentées sur la Figure 4(b) pour les deux distributions. Le paramètre de régularisation sera obtenu en utilisant la distribution de Rayleigh avec une probabilité de localisation $p=0,99$. Le spectre spatial obtenu par parcimonie (Figure 4c) nous permet de localiser les deux sources.

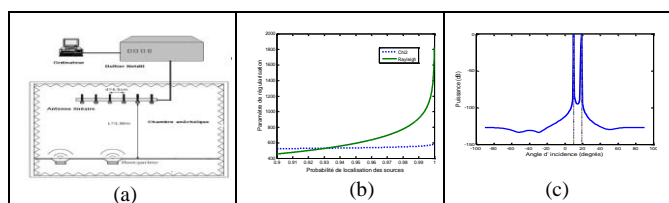


Figure 4. (a) Schéma expérimental en chambre anéchoïque ; (b) Variations du paramètre de régularisation en fonction de la probabilité de localisation par la distribution du Chi2 et par la distribution de Rayleigh ; (c) Spectre spatial expérimental par parcimonie en utilisant la distribution de Rayleigh avec $p=0,99$

La méthode est par la suite utilisée pour localiser des sources à large bande comprenant un ou deux harmoniques : à $\theta_1 = 60^\circ$ on a deux harmoniques de 320 Hz et 480 Hz, à $\theta_2 = 68^\circ$ on a un harmonique de 320 Hz, à $\theta_3 = 100^\circ$ on a deux

harmoniques de 400 Hz et 480 Hz et à $\theta_4 = 108^\circ$ on a un harmonique de 400 Hz. Comme le montre la Figure 5, la méthode de parcimonie nous permet de localiser ces signaux contrairement à la méthode MUSIC.

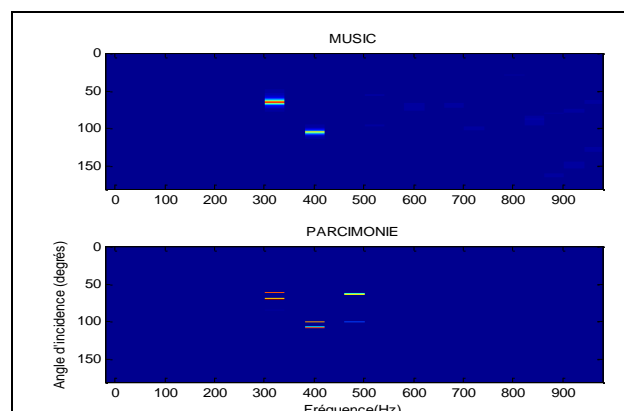


Figure 5. Localisation de sources à large bande

5. Conclusion

Le paramètre de régularisation joue un rôle primordial lors de la localisation de sources par parcimonie : un paramètre trop faible conduit à l'apparition de sources parasites dans le spectre spatial. Nous avons effectué une analyse pour obtenir la valeur de ce paramètre en se fixant une probabilité de localisation. Sous l'hypothèse que le bruit est complexe, gaussien et i.i.d., on élargit le domaine dynamique du paramètre de régularisation en utilisant la distribution de Rayleigh. L'algorithme développé présente d'excellentes performances en simulation et expérimentalement en chambre anéchoïque lors de la localisation de sources sonores.

Références

- [1] S.U. Pillai; *Array signal processing*; Springer-Verlag; 1989
- [2] S. Marcos ; *Les méthodes à haute résolution* ; Edition Hermès, Paris, 1998
- [3] J.J. Fuchs; More on sparse representations in arbitrary bases; *IEEE Trans. on IT*, Vol. 50, pp. 1341-1344; 2004
- [4] D.L. Donoho and X. Huo; Uncertainty principles and ideal atomic decomposition; *IEEE Trans. on IT*, Vol. 47, pp. 2845-2862; 2001
- [5] S. Bourguignon, H. Carfantan and T. Bohm; Spar Spec : a new method for fitting multiple sinusoids with irregularly sampled data; *Astronomy&Astrophysics*; Vol. 462, pp. 379-387; 2007
- [6] D.M. Malioutov; *A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays*, Master Thesis, MIT, 2003
- [7] J. Lardiès, H. Ma, M. Berthillier ; Localisation de sources de bruit par représentation parcimonieuse des signaux issus d'une antenne acoustique, GRETSI 2011, Bordeaux
- [8] J.S. Sturm; Using SeDuMi 1.02, a Matlab toolbox for optimization over symmetric cones; *Optimization Methods and Software*; Vol. 11, pp. 625-653; 1999
- [9] P.C. Hansen; The L-curve and its use in the numerical treatment of inverse problems; *Advances in Computational Bioengineering*; Edit. P. Johnston; 2000