

# Régularisations spatiales pour la décomposition de signaux EEG sur un dictionnaire temps-fréquence

Yoann ISAAC<sup>1,2</sup>, Quentin BARTHÉLEMY<sup>1</sup>, Jamal ATIF<sup>2</sup>, Cédric GOUY-PAILLER<sup>1</sup>, Michèle SEBAG<sup>2</sup>

<sup>1</sup>CEA, LIST, Laboratoire d'analyse des données et d'intelligence des systèmes  
91191 Gif-sur-Yvette CEDEX, FRANCE

<sup>2</sup>TAO, CNRS – INRIA – LRI  
91405 Orsay, FRANCE

Yoann.Isaac@cea.fr, Quentin.Barthelemy@cea.fr,  
Jamal.Atif@lri.fr, Cedric.Gouy-Pailler@cea.fr, Michele.Sebag@lri.fr

**Résumé** – Ce papier considère la décomposition parcimonieuse de signaux EEG sur un dictionnaire sur-complet temps-fréquence. Nous comparons ici différentes combinaisons de régularisations parcimonieuses et spatiales guidant la décomposition vers des solutions plausibles physiologiquement. Notre approche est formalisée dans un problème d'optimisation convexe non-différentiable résolu grâce à une méthode proximale. L'efficacité de ces régularisations pour le débruitage de signaux EEG est testée à la fois sur des données artificielles et sur des données réelles, où notre approche est utilisée pour l'identification de potentiels évoqués P300.

**Abstract** – This paper focuses on spatially regularized overcomplete dictionary decompositions for EEG signals. We compare different combinations of parsimonious and spatial regularizations leading the decomposition to solutions physiologically plausible. The constructed multichannel EEG-oriented model is formalized in a convex framework and the non-differentiable decomposition problem is solved using a proximal iterative approach. The behaviors of the introduced priors for the denoising of EEG signal are assessed both on synthetic and real EEG data where our approach is considered for P300 single trial classification.

## 1 Introduction

Les signaux électro-encéphalographiques (EEG) permettent d'accéder à l'activité cérébrale d'un sujet via la mesure de l'activité électrique présente à la surface de son crâne. Ce sont des signaux très bruités possédant une haute résolution temporelle et une faible résolution spatiale.

Ces signaux correspondent à des mélanges d'activités électriques provenant de différentes masses neurales [1]. Ces activités sont caractérisées par leurs formes temporelles, leurs fréquences et leurs localisations spatiales. Lorsque l'on souhaite séparer ces activités, la connaissance des processus cérébraux et des propriétés de propagation des ondes électriques dans le crâne [2] permet de guider la méthode vers des solutions acceptables malgré un rapport signal à bruit très faible.

La topographie du champ électrique créée par un dipôle placé dans le crâne est par exemple régulière (floue) à cause de la diffusion de l'onde par l'os [2]. Les formes temporelles, elles, sont des mélanges de composantes oscillantes et transitoires [3].

La décomposition parcimonieuse de signaux EEG sur un dictionnaire temps-fréquence a été introduite dans [4] pour le débruitage de ces signaux. Cette méthode permet d'in-

tégrer les différents aspects de ces signaux dans un même modèle. Les *a priori* temporels ou fréquentiels guident le choix du dictionnaire, tandis que les *a priori* spatiaux peuvent être encodés en tant que contraintes sur les coefficients de décomposition [5].

De nombreuses variantes de l'algorithme du matching pursuit [6] ont été proposées pour cette décomposition. Ces méthodes utilisent l'aspect multicanal des signaux, les structures communes des essais ou les régularités spatiales pour guider cette méthode gloutonne vers de meilleures solutions : MMP (Multichannel matching pursuit) [7], TMP (topographic matching pursuit) [8], DMMP (Dependency multichannel matching pursuit) [9] et CMP (Consensus matching pursuit) [10].

Nous proposons ici, d'une part de réaliser cette décomposition par minimisation de la version relâchée convexe du problème de décomposition parcimonieuse, d'autre part de contraindre celle-ci par une combinaison de régularisations parcimonieuses et spatiales. La régularisation spatiale prend en compte l'effet de diffusion du crâne et permet de guider la décomposition vers des solutions physiologiquement plausibles, elle permet l'obtention de profils de décomposition spatiaux lisses.

Le choix d'une décomposition parcimonieuse réalisée

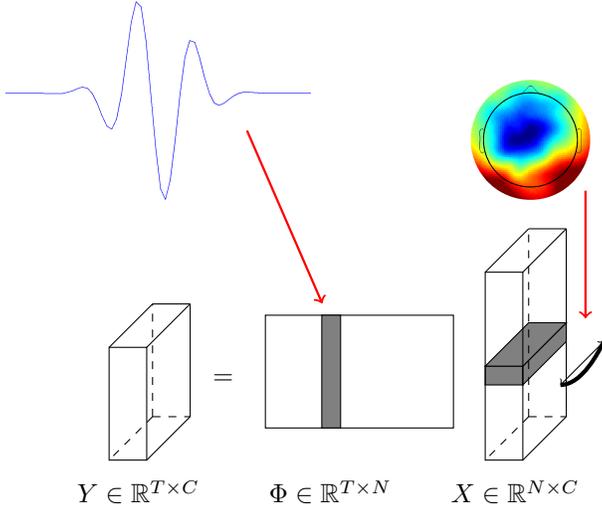


FIGURE 1 – Modèle de décomposition multicanal

par minimisation d'un problème  $\ell_1$  est motivé ici par le fort bruit présent dans les signaux EEG. En effet, les méthodes gloutonnes nécessitent moins de calcul mais présentent moins de garanties que la résolution du problème  $\ell_1$  [11], elles sont moins stables et échouent par exemple dans le cas où les signaux ne sont pas très parcimonieux dans le dictionnaire choisi [12]. Une telle approche  $\ell_1$  a déjà été considérée dans [13] pour un modèle légèrement différent ayant pour optique la résolution du problème inverse. Dans celui-ci, une norme mixte est considérée pour l'obtention d'une parcimonie structurée dans les coefficients de décomposition liant les sources aux atomes temps-fréquence.

## 2 Méthode

### 2.1 Modèle

Soit  $\{Y_k = [\mathbf{y}_k^1, \dots, \mathbf{y}_k^C] \in \mathbb{R}^{T \times C}, k \in \{1, \dots, K\}\}$  un ensemble de  $K$  signaux (essais) EEG mesurés sur  $C$  électrodes durant  $T$  échantillons temporels et  $\Phi = [\phi_1, \dots, \phi_N] \in \mathbb{R}^{T \times N}$  un dictionnaire sur-complet temps-fréquence de taille  $N$ . Les signaux des différents canaux sont décomposés parcimonieusement sur le dictionnaire comme suit :

$$\begin{aligned} \forall k \in \{1, \dots, K\}, \forall c \in \{1, \dots, C\} \\ y_k^c = \sum_{n=1}^N \mathbf{x}_k^c(n) \phi_n + \sigma_k^c \end{aligned} \quad (1)$$

où  $Y_k = \Phi X_k + \Sigma_k$

avec  $X_k = [\mathbf{x}_k^1, \dots, \mathbf{x}_k^C] \in \mathbb{R}^{N \times C}$  les vecteurs de décomposition,  $\Sigma_k = [\sigma_k^1, \dots, \sigma_k^C] \in \mathbb{R}^{T \times C}$  les vecteurs de bruit et  $T \ll N$ . Ce modèle est schématisé Figure 1.

Les activités cérébrales ayant des topographies lisses et régulières à cause de la diffusion du crâne, cette régularité est attendue dans les coefficients de décomposition

$\{\mathbf{x}_k^1, \dots, \mathbf{x}_k^C\}$ . Ainsi, la décomposition est guidée par deux types de contraintes, des contraintes parcimonieuses et des contraintes spatiales. Cette étude compare différentes combinaisons de contraintes parcimonieuses et spatiales dans une optique de débruitage des signaux EEG.

Le dictionnaire de Gabor a été choisi pour la décomposition car il permet de représenter à la fois les composantes oscillantes et transitoires du signal. Il est communément utilisé dans le cadre de l'analyse quantitative EEG [14].

### 2.2 Approximation parcimonieuse

En raison de la redondance du dictionnaire, la décomposition d'un signal sur celui-ci n'est pas unique (à erreur d'approximation fixée). Une contrainte de parcimonie permet l'obtention d'une telle solution, qui comprend alors un nombre donné  $S$  d'éléments non nuls. Le problème peut être formalisé par

$$\min_{X_k} \|Y_k - \Phi X_k\|_F^2 \quad t.q \quad \|X_k\|_0 < S, \quad (2)$$

où  $\|A\|_F = (\sum_i \sum_j |A_{i,j}|^2)^{\frac{1}{2}}$ . Il a été démontré que ce problème est NP difficile [15]. Sa solution est souvent approchée par des méthodes gloutonnes. Pour les raisons évoquées précédemment, nous considérons ici sa version convexe relâchée avec deux termes de régularisation parcimonieuse différents. Notre problème est formalisé par la minimisation de la fonction de coût

$$J(X_k) = \|Y_k - \Phi X_k\|_F^2 + \lambda J_{par}(X_k), \quad \lambda > 0, \quad (3)$$

où le terme  $J_{par}$  est soit une contrainte  $\ell_1$  de parcimonie simple  $J_{par_1}(X_k) = \|X_k\|_1$ , soit une contrainte de parcimonie groupée (par ligne) implémentée par une norme mixte  $\ell_{1,2}$ ,  $J_{par_2}(X_k) = \sum_{n=1}^N \|\mathbf{x}_k^{1 \dots C}(n)\|^2 = \|X_k\|_{1,2}$ . Les atomes sont choisis indépendamment sur les différents canaux avec la première contrainte, tandis qu'ils sont communs aux différents canaux avec la seconde.

### 2.3 Régularisation spatiale

Dans ce travail, nous proposons l'introduction d'une régularisation spatiale en complément de la régularisation parcimonieuse. Cette régularisation encode la régularité spatiale supposée précédemment sur la structure spatiale des coefficients de décomposition. Deux termes sont considérés :

$$\begin{aligned} J_{spat_1}(X_k) &= \sum_{n=1}^N \sum_{e=1}^C \sum_{s \in V(e)} (\mathbf{x}_k^e(n) - \mathbf{x}_k^s(n))^2 \\ J_{spat_2}(X_k) &= \sum_{n=1}^N \sum_{e=1}^C (|V(e)| \mathbf{x}_k^e(n) - \sum_{s \in V(e)} \mathbf{x}_k^s(n))^2 \end{aligned}$$

avec  $V(e)$  le voisinage de l'électrode  $e$ .

$J_{spat_1}$  constitue une proposition de régularisation imposant pour un atome donné des coefficients proches pour les électrodes spatialement proches.  $J_{spat_2}$  représente quant à lui

un terme de pénalisation Laplacienne déjà considéré dans un cas de Matching Pursuit multicanal [16].

Le problème peut alors s'écrire comme la minimisation du coût

$$J(X_k) = \|Y_k - \Phi X_k\|_F^2 + \lambda J_{par}(X_k) + \mu J_{spat}(X_k)$$

$$\lambda > 0, \quad \mu > 0 .$$

## 2.4 Optimisation

La fonction de coût précédente peut s'écrire sous la forme générale :  $J(X) = f(X) + g(X)$ , avec  $f$  convexe, différentiable, dont le gradient est L-Lipschitzien et  $g$  convexe, non différentiable.

Les méthodes proximales sont particulièrement adaptées pour la minimisation de ce genre de fonction [17]. Elles consistent en un schéma d'optimisation itératif basé sur une linéarisation locale de la fonction au point courant :

$$X_{i+\frac{1}{2}} = h(X_i, \dots, X_1) \quad (4)$$

$$X_{i+1} = \text{Prox}_{\frac{1}{L}g}(X_{i+\frac{1}{2}} - \frac{1}{L}\nabla f(X_{i+\frac{1}{2}})) \quad (5)$$

avec :  $\text{Prox}_g(y) = \text{argmin}_x \frac{1}{2}\|y - x\|^2 + g(x)$ .

Lorsque la fonction  $h$  est bien choisie il est possible d'obtenir un taux de convergence en  $O(\frac{1}{i^2})$ . Beck et al [18] proposent dans cette optique de choisir :

$$t_{i+1} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4t_i^2}}{2} \quad (6)$$

$$h(X_i, X_{i-1}) = X_i + \frac{t_i - 1}{t_{i+1}}(X_i - X_{i-1}) \quad (7)$$

Cette méthode est nommée FISTA (Fast Iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm).

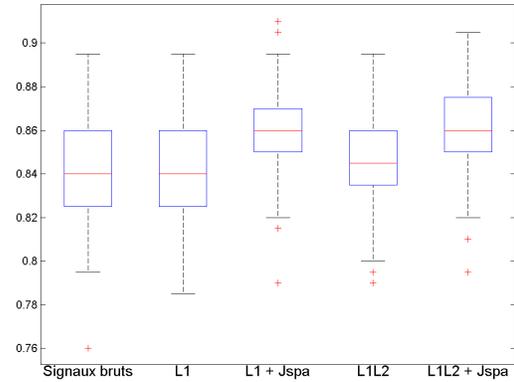
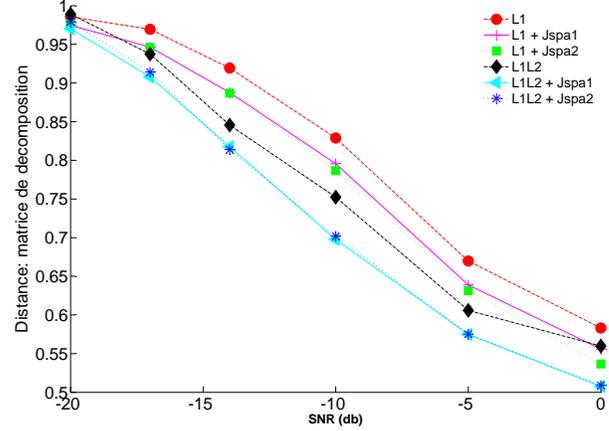
## 3 Résultats expérimentaux

L'approche présentée ci-dessus est considérée ici pour le débruitage de signaux artificiels et la classification de signaux P300.

### 3.1 Données artificielles

À partir d'un dictionnaire de Gabor  $\Phi$ , nous avons synthétisé un ensemble de signaux  $\{Y_k\}_{k \in \{1, \dots, K\}}$ . Pour chacun des ces signaux une matrice de décomposition  $\hat{X}_k$  respectant l'*a priori* de régularité spatiale décrit précédemment a été créée, puis les signaux synthétisés par :  $Y_k = \Phi \hat{X}_k$ . Ces signaux ont ensuite été bruités (bruit blanc gaussien), puis décomposés sur le dictionnaire avec les différentes régularisations parcimonieuses et spatiales. Les matrices de décomposition ainsi obtenues ont alors été comparées aux matrices utilisées pour la synthèse via le critère suivant :  $d(X_k, \hat{X}_k) = \frac{\|X_k - \hat{X}_k\|_F}{\|\hat{X}_k\|_F}$ .

L'expérience est réalisée pour différentes valeurs du rapport signal à bruit (RSB) allant de 0 dB à -20 dB. Les



**FIGURE 2** – Haut : Débruitage de signaux artificiels par différentes combinaisons de régularisations spatiales et parcimonieuses. Bas : Classification de signaux réels approchés par la méthode ci-dessus avec ces mêmes régularisations.

résultats sont résumés dans la Figure 2 pour des coefficients de régularisation optimaux (minimisant le critère). Nos résultats suggèrent deux conclusions, d'une part les régularisations spatiales proposées améliorent le débruitage des signaux et d'autre part la contrainte de parcimonie  $\ell_{1,2}$  semble être plus efficace que la contrainte  $\ell_1$  pour les signaux construits dans cette expérience. Ces différences sont significatives pour un RSB relativement faible (autour de -10dB) et s'atténue lorsque le signal est peu bruité ou très bruité. Nous pouvons noter aussi que les deux termes de régularisations spatiales donnent des performances similaires pour ces signaux.

### 3.2 Données réelles

Nous avons ensuite évalué cette approche dans un cadre discriminatif avec des signaux réels EEG d'interface cerveau machine (jeu de données IIB de la seconde compétition BCI). Les signaux choisis contiennent un potentiel évoqué nommé P300 apparaissant 300ms après un stimulus at-

tendu. Le but de l'expérience est d'étudier si la méthode de débruitage présentée permet d'améliorer la détection de tels potentiels. Les signaux utilisés dans l'expérience ont été découpés entre 150ms et 450ms après les stimulus (attendu ou non) et filtrés entre 0 et 20Hz.

Les signaux sont premièrement décomposés sur un dictionnaire de Gabor à l'aide de différentes combinaisons de régularisations  $\ell_1$ ,  $\ell_1 + J_{spa_1}$ ,  $\ell_{1,2}$ ,  $\ell_{1,2} + J_{spa_1}$ . Au vu des résultats obtenus sur les données artificielles, nous ne considérons ici qu'une régularisation spatiale. Ils sont ensuite reconstruits via  $\hat{Y}_k = \Phi \hat{X}_k$ , puis un algorithme de classification est utilisé pour la détection des P300. Cette classification est réalisée par un BLDA (Bayesian Linear Discriminant Analysis) qui s'est montré particulièrement efficace pour la détection de P300 [19, 20]. À partir de 500 signaux de chaque classe, le BLDA est entraîné sur 400 signaux (de chaque classe) tirés au hasard puis testé sur les autres.

Afin d'évaluer les performances des différentes régularisations, cette procédure est répétée 100 fois. Les résultats sont présentés dans la Figure 2. Une analyse de variance des résultats obtenus montre une différence significative (p-valeur=2.4e-13) entre les distributions. Une étude paire à paire des distributions montre alors une supériorité significative (p-valeur = 0.05, t-test avec correction de Bonferroni) des méthodes employant une régularisation spatiale. Les groupes significativement différents sont {Signaux bruts,  $\ell_1$ ,  $\ell_{1,2}$ } et  $\{\ell_1 + J_{spa_1}, \ell_{1,2} + J_{spa_1}\}$ . La régularisation spatiale proposée améliore le débruitage des signaux EEG et permet ainsi une détection plus efficace des potentiels évoqués P300.

## 4 Conclusion

Nous proposons ici une méthode de débruitage des signaux EEG par décomposition parcimonieuse sur un dictionnaire temps-fréquence. Cette décomposition est régularisée spatialement afin de prendre en compte l'effet de diffusion du crâne. La régularisation proposée est efficace pour des rapports signal à bruit très faibles et permet d'améliorer les taux de classification de potentiels évoqués comme le P300.

L'apprentissage du dictionnaire à partir d'une base de signaux EEG [21] pourrait permettre d'améliorer encore les performances de ce débruitage.

## Références

[1] E. Niedermeyer and F.H.L. Da Silva, *Electroencephalography : basic principles, clinical applications, and related fields*, Lippincott Williams & Wilkins, 2005.

[2] P.L. Nunez and R. Srinivasan, *Electric fields of the brain : the neurophysics of EEG*, Oxford University Press, USA, 2006.

[3] P. Valdés, J. Bosch, R. Grave, J. Hernandez, J. Riera, R. Pascual, and R. Biscay, "Frequency domain models of the EEG," *Brain topography*, vol. 4, no. 4, pp. 309–319, 1992.

[4] P.J Durka and K.J Blinowska, "Analysis of EEG transients by means of matching pursuit," *Annals of biomedical engineering*, vol. 23, no. 5, pp. 608–611, 1995.

[5] T. Koenig, F. Marti-Lopez, and P. Valdes-Sosa, "Topographic time-frequency decomposition of the EEG," *NeuroImage*, vol. 14, no. 2, pp. 383–390, 2001.

[6] S.G. Mallat and Z. Zhang, "Matching pursuits with time-frequency dictionaries," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 41, no. 12, pp. 3397–3415, 1993.

[7] P.J. Durka, A. Matysiak, E.M. Montes, P.V. Sosa, and K.J. Blinowska, "Multichannel matching pursuit and EEG inverse solutions," *Journal of neuroscience methods*, vol. 148, no. 1, pp. 49–59, 2005.

[8] M. Gratkowski, J. Haueisen, L. Arendt-Nielsen, and F. Zanow, "Topographic matching pursuit of spatio-temporal bioelectromagnetic data," *Przeglad Elektrotechniczny*, vol. 83, no. 11, pp. 138–141, 2007.

[9] D. Studer, U. Hoffmann, and T. Koenig, "From EEG dependency multichannel matching pursuit to sparse topographic EEG decomposition," *Journal of neuroscience methods*, vol. 153, no. 2, pp. 261–275, 2006.

[10] C.G Bénar, T Papadopoulo, B Torrèsani, and M Clerc, "Consensus matching pursuit for multi-trial EEG signals," *Journal of neuroscience methods*, vol. 180, no. 1, pp. 161–170, 2009.

[11] D. Needell, J. Tropp, and R. Vershynin, "Greedy signal recovery review," in *Signals, Systems and Computers, 2008 42nd Asilomar Conference on*. IEEE, 2008, pp. 1048–1050.

[12] D.L. Donoho, "For most large underdetermined systems of linear equations the minimal l1-norm solution is also the sparsest solution," *Communications on pure and applied mathematics*, vol. 59, no. 6, pp. 797–829, 2006.

[13] A. Gramfort, D. Strohmeier, J. Haueisen, M. Hamalainen, and M. Kowalski, "Functional brain imaging with M/EEG using structured sparsity in time-frequency dictionaries," in *Information Processing in Medical Imaging*. Springer, 2011, pp. 600–611.

[14] P.J Durka, *Matching Pursuit and Unification in EEG Analysis*, Artech House, 1 edition, Apr. 2007.

[15] G. Davis, S. Mallat, and M. Avellaneda, "Adaptive greedy approximations," *Constructive approximation*, vol. 13, no. 1, pp. 57–98, 1997.

[16] D Studer, U Hoffmann, and T Koenig, "From EEG dependency multichannel matching pursuit to sparse topographic EEG decomposition," *Journal of Neuroscience Methods*, vol. 153, no. 2, pp. 261–275, June 2006.

[17] Y. Nesterov, *Gradient methods for minimizing composite objective function*, CORE, 2007.

[18] A. Beck and M. Teboulle, "A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems," *SIAM Journal on Imaging Sciences*, vol. 2, no. 1, pp. 183–202, 2009.

[19] U. Hoffmann, J.M. Vesin, T. Ebrahimi, and K. Diserens, "An efficient p300-based brain-computer interface for disabled subjects," *Journal of Neuroscience methods*, vol. 167, no. 1, pp. 115–125, 2008.

[20] B. Rivet, A. Souloumiac, V. Attina, and G. Gibert, "xDawn algorithm to enhance evoked potentials : application to brain-computer interface," *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, vol. 56, no. 8, pp. 2035–2043, 2009.

[21] Q. Barthélemy, C. Gouy-Pailler, Y. Isaac, A. Souloumiac, A. Larue, and J.I Mars, "Multivariate temporal dictionary learning for EEG," *Journal of neuroscience methods*, vol. 215, pp. 19–28, 2013.