

Réception itérative MIMO basée sur la propagation de croyance et des codes LDPC non-binaires

Ali HAROUN¹, Charbel ABDEL NOUR¹, Matthieu ARZEL¹, Christophe JEGO²

¹Institut Mines-Télécom, Télécom Bretagne, CNRS Lab-STICC UMR 6285
Technopôle Brest-Iroise, CS 83818, 29238 Brest Cedex 3, France

²IPB, Enseirb-Matmeca, CNRS IMS UMR 5218
351 Cours de la Libération, 33405 Talence Cedex, France

Ali.Haroun@telecom-bretagne.eu, Charbel.abdelnour@telecom-bretagne.eu
Matthieu.Arzel@telecom-bretagne.eu, christophe.jego@ims-bordeaux.fr

Résumé – Dans cet article, nous présentons un récepteur itératif qui combine un détecteur MIMO suivi d'un décodeur NB-LDPC avec un démappeur de constellation d'ordre élevé. Un détecteur MIMO sous-optimal basé sur l'algorithme de propagation de croyance est étudié comme une alternative à un détecteur optimal maximum de vraisemblance. L'information extrinsèque est échangée entre le détecteur et le décodeur au cours d'un processus itératif. Les diagrammes EXIT permettent d'analyser le comportement de convergence du détecteur MIMO-BP proposé.

Abstract – In this paper, we introduce an efficient iterative receiver combining a MIMO detector followed by an NB-LDPC decoder with a high-order constellation demapper. A suboptimal MIMO detector based on the belief propagation algorithm is investigated as an alternative to an optimal maximum likelihood detector. Extrinsic information is exchanged between the detector and the decoder thanks to an iterative process. EXIT charts enable to analyze the convergence behaviour of the proposed MIMO-BP detector.

1 Introduction

La recherche portant sur des systèmes de communications numériques MIMO (Multiple Input Multiple Output) s'est focalisée dans un premier temps sur l'établissement des performances théoriques de tels systèmes et sur la proposition d'ensembles émetteur/récepteur permettant de tirer bénéfice de l'utilisation de plusieurs antennes [1]. Les systèmes MIMO permettent d'accroître la capacité des liens de communication sans fil grâce à l'apport d'une diversité spatiale [2]. En outre, l'association des techniques MIMO avec des codes correcteurs d'erreurs (FEC) permet d'aboutir à transmissions fiables. Depuis l'invention des turbocodes en 1993 [3], le traitement itératif appelé turbo égalisation ou turbo détection permet d'obtenir des gains importants en termes de Taux d'Erreur Symbole (TES), par rapport à un traitement non itératif [4]. Malgré la multitude des travaux de recherche dans ce domaine et l'existence de plusieurs détecteurs MIMO [5], la complexité du détecteur et la latence associée demeurent parmi les principaux axes d'amélioration possibles. C'est pourquoi, les techniques de détection MIMO basées sur la propagation de croyance (BP) apparaissent comme une solution offrant de forts potentiels pour une implémentation matérielle.

Les codes LDPC (Low-Density Parity-Check) binaires ont été définis pour la première fois par Gallager en 1962 [6]. Cependant, ces travaux n'ont pas fait l'objet d'études plus approfondies pendant 30 ans. Grâce à l'invention des turbocodes et

du traitement itératif, les codes LDPC furent redécouverts au milieu des années 1990. En 1998, une première version non-binaire a été proposée [7]. Elle était capable de surpasser les codes LDPC binaires en terme de performance, surtout pour des trames courtes [8]. Grâce à sa structure non-binaire, cette famille fut naturellement associée à des constellations d'ordre élevées [9]. Pour les mêmes raisons, elle fut également utilisée pour des systèmes multi-antennes MIMO à haut débit. La proposition d'un traitement itératif en réception basé sur les graphes bipartites respectifs du détecteur MIMO et du décodeur de code LDPC doit permettre la conception de récepteurs flexibles caractérisés par de faibles latences. Lors de cette étude, nous avons modélisé une chaîne de transmission MIMO intégrant une détection basée sur la propagation de croyance suivie d'un décodage de codes NB-LDPC également basé sur le même algorithme, en optimisant les échanges de messages. La méthode des diagrammes EXIT (EXtrinsic Information Transfer) non-binaires [10] a été appliquée afin d'analyser la convergence du récepteur itératif.

Cet article est organisé comme suit. Dans la section 2, nous présentons notre récepteur itératif MIMO-BP. La section 3 est dédiée à l'explication de la méthode des diagrammes EXIT et à l'évaluation des performances de notre système. Finalement nous concluons cet article.

2 Récepteur itératif MIMO-BP

Dans cet article, nous modélisons une chaîne de transmission MIMO intégrant un codeur NB-LDPC sur $GF(64)$ avec une modulation d'amplitude en quadrature MAQ 64 suivie d'un multiplexage spatial composé de $N_t = 2$ antennes à l'émission et de $N_r = 2$ antennes à la réception. Le signal reçu y_j à chaque instant sur la $j^{\text{ème}}$ antenne de réception est la somme des symboles bruités issus des N_t signaux transmis. La chaîne de réception MIMO intègre une détection basée sur l'algorithme BP suivie d'un décodage de codes NB-LDPC également basé sur le même algorithme. L'algorithme BP est un

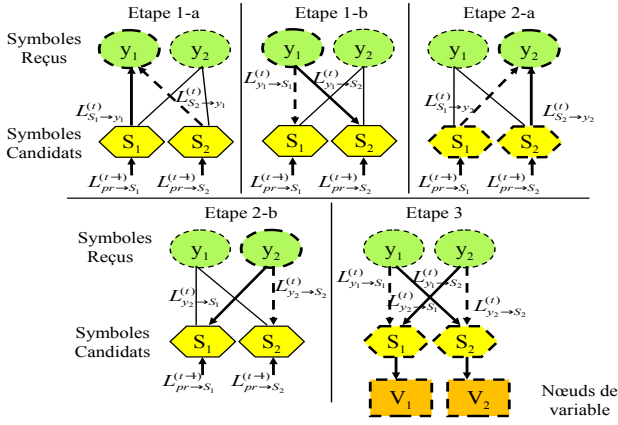


FIGURE 1 – Récepteur itératif MIMO-BP

algorithme itératif faisant partie de la classe des algorithmes sous-optimaux, il a pour atout d'offrir de forts potentiels pour une intégration matérielle par rapport aux algorithmes optimaux comme celui basé sur le maximum de vraisemblance (MV). Il calcule le vecteur des informations souples des Log-Rapports de Vraisemblance (LRV) des symboles candidats S_i devant être envoyés au décodeur NB-LDPC. Tout d'abord, tous les messages *a priori* des vecteurs LRV associés aux symboles S_i sont initialisés à zéro. Ensuite, trois étapes sont appliquées lors de l'exécution d'une itération comme indiqué sur la Figure 1.

1-) L'étape 1-a consiste à envoyer les vecteurs LRV *a priori* des $i^{\text{èmes}}$ symboles candidats S_i au $j^{\text{ème}}$ symbole reçu y_j . Dans le nœud y_j , le vecteur LRV pour chaque symbole candidat S_i est mis à jour par le calcul de toutes les distances Euclidiennes entre la séquence reçue à la $j^{\text{ème}}$ antenne et les séquences candidates, en tenant compte des informations *a priori* des autres symboles candidats S_i . Durant l'étape 1-b, les vecteurs LRV envoyés du $j^{\text{ème}}$ symbole reçu y_j aux $i^{\text{èmes}}$ symboles candidats S_i peuvent être exprimés par :

$$L_{y_j \rightarrow S_i}^{(t)} = [L_{[S_i, \alpha_0]}; L_{[S_i, \alpha_1]}; \dots; L_{[S_i, \alpha_{63}]}]^T \quad (1)$$

où $L_{[S_i, \alpha_k]}$, $k = 0, 1, 2, \dots, 63$, représente la fiabilité que le symbole candidat S_i soit égal à $\alpha_k \in GF(64)$ avec

$$L_{[S_i, \alpha_k]} = \log \left(\frac{\sum_{S_m \in GF(64), (m \neq i)}^{S_i = \alpha_k} P(y_j | S, \mathbf{H}) Pr(S \setminus S_i)}{\sum_{S_m \in GF(64), (m \neq i)}^{S_i = \alpha_0} P(y_j | S, \mathbf{H}) Pr(S \setminus S_i)} \right) \quad (2)$$

où $j = 1, 2, \dots, N_r$, $i = 1, 2, \dots, N_t$, $m = 1, 2, \dots, N_t$, et S_m représente tout symbole candidat connecté au symbole reçu y_j à l'exclusion de S_i , avec

$$P(y_j | S, \mathbf{H}) = \frac{1}{\sqrt{\pi \sigma_w^2}} \exp \left(-\frac{1}{\sigma_w^2} \left| y_j - \sum_i h_{j,i} S_i \right|^2 \right) \quad (3)$$

et

$$Pr(S \setminus S_i) = \prod_{\substack{m=1 | m \neq i \\ S_m \in GF(64)}}^{N_t} Pr(S_m) \quad (4)$$

représente toutes les informations *a priori* à l'exception des informations *a priori* de S_i . La probabilité $Pr(S \setminus S_i)$ peut être réécrite comme suit :

$$Pr(S \setminus S_i) = \prod_{\substack{m=1 \\ (m \neq i)}}^{N_t} Pr(S_m = \alpha_0) \exp \left(\sum_{\substack{m=1 | m \neq i \\ \alpha_k \in GF(64)}}^{N_t} L_{[S_m, \alpha_k]} \right) \quad (5)$$

En utilisant (3) et (5), une nouvelle expression de l'équation (2) peut être obtenue :

$$L_{[S_i, \alpha_k]} = \log \left(\frac{\sum_{S_m \in GF(64), (m \neq i)}^{S_i = \alpha_k} \exp(\mu)}{\sum_{S_m \in GF(64), (m \neq i)}^{S_i = \alpha_0} \exp(\mu)} \right) \quad (6)$$

$$\text{où } \mu = -\frac{1}{\sigma_w^2} \left| y_j - \sum_i h_{j,i} S_i \right|^2 + \sum_{\substack{m=1 | m \neq i \\ \alpha_k \in GF(64)}}^{N_t} L_{[S_m, \alpha_k]}.$$

Pour simplifier le calcul de l'équation (9), l'approximation $\max \log(e^x + e^y) \approx \max(x, y)$ est appliquée. L'équation (6) peut être simplifiée comme suit :

$$L_{[S_i, \alpha_k]} \approx \max_{\substack{S_i = \alpha_k \\ S_m \in GF(64), (m \neq i)}} \left\{ \mu + \sum_{\substack{m=1 | m \neq i \\ \alpha_k \in GF(64)}}^{N_t} L_{[S_m, \alpha_k]} \right\} - \max_{\substack{S_i = \alpha_0 \\ S_m \in GF(64), (m \neq i)}} \left\{ \mu + \sum_{\substack{m=1 | m \neq i \\ \alpha_k \in GF(64)}}^{N_t} L_{[S_m, \alpha_k]} \right\} \quad (7)$$

2-) A l'issue de l'étape 1-b, les symboles candidats S_i sont mis à jour par :

$$L_{S_i}^{(t)} = \sum_{k=1}^{N_r} L_{y_k \rightarrow S_i}^{(t)} + L_{pr \rightarrow S_i}^{(t-1)} \quad (8)$$

où $\sum_{k=1}^{N_r} L_{y_k \rightarrow S_i}^{(t)}$ désigne les vecteurs LRV échangés entre le $j^{\text{ème}}$

symbole reçu y_j et le $i^{\text{ème}}$ symbole candidat S_i . $L_{pr \rightarrow S_i}^{(t-1)}$ représente le vecteur LRV *a priori* de l'information extrinsèque provenant du décodeur NB-LDPC au cours de l'itération précédente. Durant l'étape 2-a, le message envoyé du symbole S_i au symbole reçu connecté y_j peut être exprimé par :

$$L_{S_i \rightarrow y_j}^{(t)} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{N_r} L_{y_k \rightarrow S_i}^{(t)} + L_{pr \rightarrow S_i}^{(t-1)} = L_{S_i}^{(t)} - L_{y_j \rightarrow S_i}^{(t-1)} \quad (9)$$

$L_{S_i \rightarrow y_j}^{(t)}$ est utilisé comme une nouvelle information *a priori* pour le nouveau calcul des vecteurs LRV associés au $(j+1)^{\text{ème}}$ symbole reçu. Durant l'étape 2-b, le même calcul effectué dans l'équation (2) est appliqué afin de calculer $L_{y_j \rightarrow S_i}^{(t)}$ associé au $(j+1)^{\text{ème}}$ symbole reçu. Plusieurs intra-itérations au sein du détecteur MIMO-BP sont effectuées par le passage de nouveau à l'étape 1-a jusqu'à l'étape 2-b avant de mettre à jour les symboles candidats durant l'étape 3.

3-) Finalement, les symboles candidats sont mis à jour par les informations provenant des $j^{\text{èmes}}$ symboles reçus et les informations extrinsèques provenant du décodeur NB-LDPC au cours de l'itération précédente. Les informations souples associées aux symboles sont ensuite envoyées au décodeur NB-LDPC :

$$L_{pr \rightarrow V_p}^{(t)} = L_{S_i}^{(t)} - L_{pr \rightarrow S_i}^{(t-1)} \quad (10)$$

Le processus de décodage est itéré selon un ordonnancement horizontal [11] jusqu'à la convergence vers un mot de code ou jusqu'à la fin des itérations. Après le décodage, une information extrinsèque est renvoyée vers le détecteur. Les messages provenant du décodeur sont exploités comme des informations *a priori* pour un nouveau traitement.

3 Diagrammes EXIT et simulations

Cette section propose une analyse de la convergence entre le détecteur MIMO-BP et le décodeur NB-LDPC [12]. Tout d'abord, l'information mutuelle I_E à la sortie du détecteur est une fonction de l'énergie par bit utile Eb/N_0 (dB) du canal et de l'information *a priori* I_A à l'entrée du détecteur telle que $I_E = T(I_A, Eb/N_0)$. Un canal virtuel ayant une distribution gaussienne est utilisé pour générer I_A et pour modéliser la sortie du décodeur durant les itérations de détection [13]. Dans les figures suivantes, I indique le nombre d'inter-itérations entre le détecteur et le décodeur, *det* et *dec* indiquent respectivement le nombre d'itérations au sein du détecteur et du décodeur. En vue d'évaluer les performances du détecteur MIMO-BP, le détecteur MIMO-MV est retenu comme référence. Dans la figure 2, I_A représente l'information mutuelle à l'entrée du détecteur et I_E représente l'information mutuelle à la sortie du détecteur. La figure 2 montre que la trajectoire du détecteur MIMO-BP converge vers celle du détecteur MIMO-MV après seulement trois itérations.

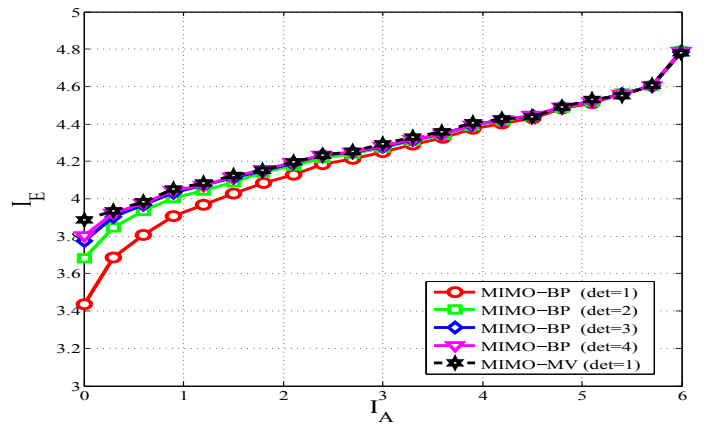


FIGURE 2 – Trajectoires des détecteurs MIMO pour un $Eb/N_0=11$ dB

Les trajectoires de décodage non-binaire qui sont obtenues dans [10] sont données dans la Figure 3. $I_{V \text{ vers } P}$ représente l'information mutuelle au sein des noeuds de variable, alors que $I_{P \text{ vers } V}$ représente l'information mutuelle au sein des noeuds de parité. L'information mutuelle $I_{V \text{ vers } P}$ est donnée par :

$$I_{V \text{ vers } P}^{(i)} = T(I_{P \text{ vers } V}^{(i)}, I_E) \quad (11)$$

avec $I_{P \text{ vers } V}^{(0)} = 0$, $I_{V \text{ vers } P}^{(0)} = I_E$ et i designant le nombre d'itérations au sein du décodeur. La courbe en tirets rouge $P \text{ vers } V$ correspond à l'état du décodage du noeud de parité tel que :

$$I_{P \text{ vers } V}^{(i)} = T(I_{V \text{ vers } P}^{(i-1)}) \quad (12)$$

La trajectoire du décodeur MIMO-BP peut être divisée en 16 segments qui relient les points de 0 à 16 comme représenté sur la Figure 3. Les points impairs et pairs représentent respecti-

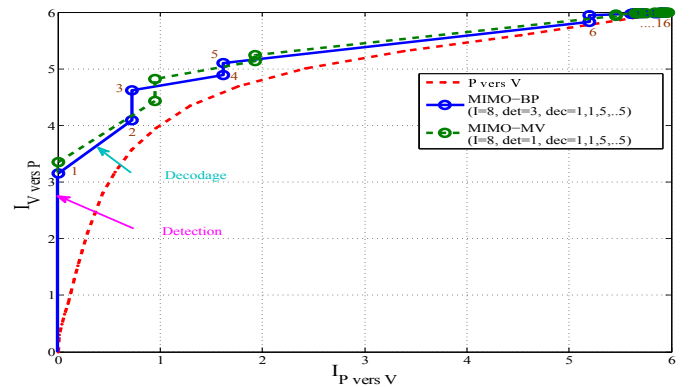


FIGURE 3 – Trajectoires des récepteurs MIMO pour un $Eb/N_0=11$ dB

vement l'information mutuelle au niveau des sorties du détecteur et du décodeur. Le premier point de la trajectoire MIMO-BP est l'état initial du décodeur après 3 itérations de détection (ligne verticale). Le second point correspond à l'état du décodeur après une itération de décodage NB-LDPC qui est exploité

comme une nouvelle information mutuelle à l'entrée du détecteur. Ce processus se poursuit jusqu'au point (6,6). Un ordonnancement pertinent pour les inter-itérations entre le détecteur et le décodeur a été trouvé par cette méthode. Cet ordonnancement permet une convergence rapide vers des performances à moindre coût calculatoire. Il implique 8 inter-itérations entre le détecteur et le décodeur, 3 itérations au sein du détecteur et 1 itération au sein du décodeur durant les deux premières inter-itérations, puis 5 itérations au sein du décodeur par la suite.

Les performances de notre système de réception itérative MIMO-BP sont présentées dans la figure 4. Le canal de transmission retenu est un canal non sélectif en fréquence à évanouissements Rayleigh. À la réception, un détecteur MIMO-BP suivi d'un décodeur NB-LDPC de longueur $N=384$ symboles pour rendement $R=1/2$ sont utilisés. Les performances sont exprimées en terme de TES. Dans la Figure 4, aucune dé-

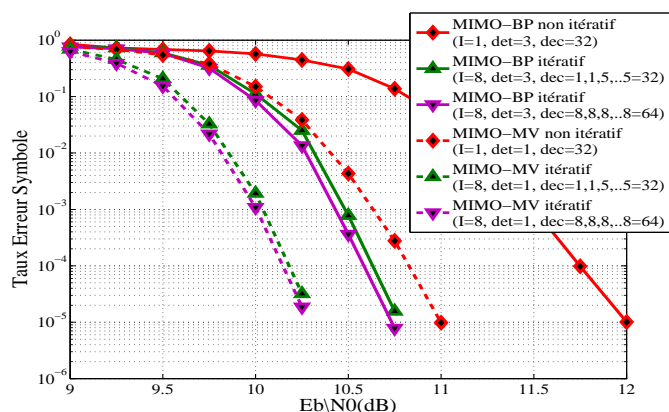


FIGURE 4 – TES en fonction de l'énergie par bit utile E_b/N_0 (dB)

gradation significative au niveau des performances n'est observée après l'application de l'ordonnancement proposé. Par conséquent, une réduction d'environ 50% du nombre d'itérations de décodage est obtenue par rapport au système initial. D'autre part, nous constatons que le détecteur MIMO-MV surpasse le détecteur MIMO-BP d'environ 1 dB dans le cas d'un récepteur non-itératif. Cette valeur diminue de 0,5 dB après 8 inter-itérations. En revanche, l'algorithme BP répartit la complexité calculatoire du détecteur MIMO suivant le nombre d'antennes à la réception [14]. Enfin, une réception itérative associée au détecteur MIMO-BP après 8 inter-itérations améliore les performances d'environ 0.5 dB par comparaison avec le détecteur MIMO-MV non-itératif.

4 Conclusion

Dans cet article, nous avons modélisé une chaîne de transmission MIMO intégrant une détection basée sur l'algorithme BP suivie d'un décodeur NB-LDPC. La proposition d'un traitement itératif en réception basé sur cet algorithme permet la

conception de récepteurs flexibles ayant une faible latence. Il offre également un avantage indéniable au niveau de la complexité calculatoire par rapport à un détecteur MV. Par contre, une pénalité pouvant atteindre 1 dB est observée dans certains cas. En appliquant le traitement itératif, le récepteur proposé surpasse le récepteur optimal non-itératif de 0,5 dB.

Références

- [1] G. J. Foschini and M. J. Gans, "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas," *Wir. Pers. Com.*, vol.2, pp 311-335, 1998.
- [2] I. E. Telatar, "Capacity of multi-antenna gaussian channels," *European Transactions On Telecommunications*, vol. 10, pp.585-595. 1999.
- [3] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, "Near shannon limit error-correcting coding and decoding : Turbo-codes. 1," *IEEE International Conference on Communications*, vol. 2, pp. 1064-1070, 1993.
- [4] C. Douillard, M. Jezequel, C. Berrou, P. Didier, and A. Picart, "Iterative correction of intersymbol interference : turbo-equalization," *European transactions on telecommunications*, vol. 6, pp. 507-512, 1995.
- [5] S. Gounai and T. Ohtsuki, "Convergence acceleration of iterative signal detection for mimo system with belief propagation," *Globecom*, pp. 1-5, 2006.
- [6] R. Gallager, "Low density parity check codes," *Transaction on Information Theory*, vol. 8, pp. 21-28, 1962.
- [7] M. Davey and D. MacKay, "Low density parity check codes over $gf(q)$," *IEEE Communications Letters*, vol. 2, pp. 165-167, 1998.
- [8] D. MacKay and M. Davey, "Evaluation of gallager codes for short block length and high rate applications," *Syst. and Graph. Models In Codes*, pp. 113-130, 1999.
- [9] F. Guo and L. Hanzo, "Low complexity non-binary ldpc and modulation schemes communicating over mimo channels," *Conference in Vehicular Technology*, vol. 2, pp. 1294-1298, 2004.
- [10] J. Yang, C. Nour, and C. Langlais, "Joint factor graph detection for ldpc and stbc coded mimo systems : A new framework," *Process. in Inter. Symp. on Turbo Codes and Iter. Inform.*, pp. 122-126, 2010.
- [11] A. Voicila, D. Declercq, M. Fossorier, and F. Verdier, "Décodage des codes ldpc non binaires : un algorithme à très faible complexité," *GRETSI, Troyes, France*, 2007.
- [12] A. Grant, "Convergence of non-binary iterative decoding," *Globecom*, vol. 2, pp. 1058-1062, 2001.
- [13] J. Hu and T. Duman, "Graph-based detector for blast architecture," *ICC '07*, pp.1018-1023, 2007.
- [14] X. Yang, Y. Xiong, and F. Wang, "An adaptive mimo system based on unified belief propagation detection," *IEEE ICC*, pp. 4156-4161, 2007.