

Allocation de puissance en vue d'un routage efficace dans les réseaux sans fils

Pierre GEROLD¹, Pierre DUHAMEL¹, Florence ALBERGE¹

¹Laboratoire des Signaux et Systèmes
Univ. Paris-Sud, UMR8506 Orsay, F-91405; CNRS, Gif-sur-Yvette, F-91192;
Supelec, Gif-sur-Yvette, F-91192

pierre.gerold@lss.supelec.fr, pierre.duhamel@lss.supelec.fr, florence.alberge@lss.supelec.fr

Résumé – Cet article propose une méthode d'optimisation du routage dans un réseau sans fils de type CDMA. La présence d'interférences et leur prise en compte explicite rend le problème non convexe et non trivial à initialiser. Une procédure d'optimisation dont la convergence est garantie est exhibée. L'analyse des performances de cette procédure montre un gain de puissance significatif notamment en comparaison de la transmission directe et cela malgré la présence d'interférences significatives entre les communications envisagées.

Abstract – This paper proposes an optimization procedure for wireless networks using CDMA communication links. Interferences are taken into account explicitly. It makes the problem non convex and causes issues in the initialisation procedure. We exhibit an optimization algorithm, whose convergence is guaranteed. The performance analysis of this algorithm shows a significant energy economy compared with a direct transmission despite significant interferences between communications.

1 Introduction

1.1 Contexte

Considérons un réseau coopératif avec un nombre modéré de participants, supervisé par une station de base qui gère la manière dont s'effectuent les communications. Tous les utilisateurs partagent au maximum la même ressource, leurs émissions sont donc susceptibles d'interférer (pour des raisons pratiques un nombre arbitraire d'utilisateurs est amené à partager deux bandes indépendantes). Certains de ces utilisateurs cherchent à communiquer avec d'autres utilisateurs de ce réseau, et demandent un certain débit pour chaque communication. Tous les utilisateurs sont prêts à contribuer à cet objectif (rôle de relais). Nous cherchons à minimiser la puissance totale dépensée par les partenaires du réseau tout en respectant les débits demandés pour chaque communication. Pour ceci, nous supposons tous les paramètres des canaux connus par la station de base, qui va effectuer l'allocation des ressources correspondantes (puissances de chaque émetteur et relais) et choisir les chemins parcourus par chaque flux.

Ce problème est d'une nature tout à fait semblable à un problème de routage, que nous allons résoudre de la manière la plus générale possible : les interférences sont prises en compte exactement (pas d'approximation "au plus proche voisin", par exemple), et les flux peuvent être partagés entre plusieurs chemins. Le réseau fonctionne donc en mode "decode, split and forward", c'est à dire

que chaque nœud est capable de décoder le flux entrant, et éventuellement de le renvoyer suivant plusieurs chemins après ré-encodage. Par hypothèse, un flux dont le débit est inférieur à la capacité d'un lien est supposé décodable sans erreur.

Le problème que nous étudions, notamment la volonté de mutualiser les ressources et de gérer l'interférence nous a conduit à supposer des communications de type CDMA asynchrones entre les utilisateurs. Des procédures d'optimisation dans des réseaux CDMA ont déjà été étudiées dans [1] avec la volonté de maximiser un critère de débit via une approximation négligeant le bruit. Ces travaux ont été poursuivis dans [2] qui a permis d'obtenir des solutions exactes. La minimisation de puissance via l'espace des routages a été abordée dans [3] sans garantir la convergence de la procédure. Dans cet article nous optons pour une méthode permettant (si l'on arrive à initialiser) de garantir la convergence du processus d'optimisation. Par nature le problème à résoudre peut ne pas avoir de solution, si les demandes des utilisateurs sont trop grandes. Alors l'initialisation de notre procédure devient impossible, on est ainsi capable de décider si les demandes utilisateurs sont valides ou non avant de lancer l'optimisation proprement dite.

1.2 Mise en forme du problème

Le problème que l'on cherche à résoudre est un problème de minimisation de puissance sous deux contraintes.

Le routage que l'on choisit de réaliser dans le réseau sans fils doit permettre de satisfaire toute les communications demandées par les utilisateurs. Ensuite, pour un routage donné, l'on doit être capable de trouver un jeu de puissance associé qui permette de réaliser ce routage, et ce malgré la présence d'interférences entre les communications.

On suppose un graphe dirigé $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}\}$ et des vecteurs \mathbf{p}, \mathbf{r} respectivement l'ensemble des puissances et des débits associés aux arêtes du graphe \mathcal{V} . On introduit également un jeu de poids \mathbf{w} associé à ces mêmes arêtes, qui modélise un coût plus ou moins grand de l'utilisation de puissance sur chaque arête. Enfin on note \mathfrak{F} l'ensemble des jeux de débits associés aux arêtes \mathcal{V} qui satisfont à la demande des utilisateurs en débit (on précisera plus loin, ce que sont exactement ces demandes). Alors on peut formuler notre problème sous la forme suivante :

$$\min_{\mathbf{p}} \mathbf{w}^T \mathbf{p} \quad (1)$$

$$\text{s.t. } \gamma(r_l) \leq \text{SINR}_l(\mathbf{p}) \quad (2)$$

$$\mathbf{r} \in \mathfrak{F} \quad (3)$$

où γ est la fonction qui à un débit donné associe le SINR requis pour pouvoir transmettre à ce débit. Cette formulation pose plusieurs problèmes. Le premier est la non convexité de la contrainte (2). Le second est que les contraintes (2) et (3) peuvent être incompatibles, c'est à dire que certaines demandes des utilisateurs sont simplement irréalisables. Le domaine faisable est l'ensemble des débits satisfaisant les demandes et pour lesquels il existe une solution en puissance. Pour un jeu de demandes donné, on ne connaît pas a priori de points appartenant à ce domaine, ni même si de tel points existent.

Nous proposons dans cet article une méthode basée sur une résolution directe du problème à chaque pas d'optimisation, combinée à des approximations successives convexes du problème exact. Nous proposons de résoudre le critère comme la composition de plusieurs fonctions traitant chacune une contrainte (voir figure 1).

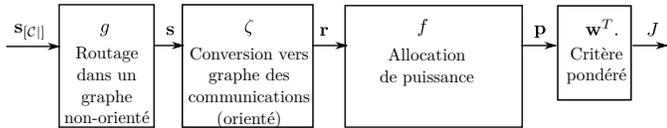


FIGURE 1 – Méthode de résolution

2 Routage

Nous modélisons le routage par des flots de données, caractérisés par la conservation du débit à chaque nœud. En effet, pour tous les nœuds qui jouent le rôle de relai, tout débit reçu doit être ré-émis afin d'optimiser l'énergie dépensée.

En utilisant les outils issus de la théorie des circuits

[4], et en les adaptant à la structure de notre réseau (débits forcément positifs si on modélise le réseau par un graphe), on peut trouver une fonction qui génère tous les routages satisfaisant un vecteur donné de demandes des utilisateurs. (voir 2.1 pour un exemple).

$$\mathbf{r} = \zeta \circ g(\mathbf{S}_{[c]}) = \zeta(\mathbf{K}\mathbf{S}_{[c]} + \mathbf{B}) \quad (4)$$

où \mathbf{K} est une matrice de taille $(L/2 - N + 1, L/2)$ (L est toujours pair, puisqu'entre chaque nœud pouvant communiquer il existe un lien montant et un lien descendant), N est le nombre d'utilisateurs dans le réseau, L le nombre de liens. \mathbf{B} est une matrice de taille (L, T) où T est le nombre de transmissions. Elle peut être vue comme une traduction des demandes utilisateurs dans le graphe dans lequel on fait le routage. $\mathbf{S}_{[c]}$ est un vecteur de débits 'libres' c'est à dire un vecteur dont les composantes sont les débits de certains liens que l'on peut régler à n'importe quelle valeur sans violer la contrainte de conservation des débits de données. Ces débits libres seront les variables de notre problème d'optimisation. En pratique, on peut régler un vecteur de paramètres pour chaque transmission, ce qui fait de $\mathbf{S}_{[c]}$ une matrice de taille $(L/2 - N + 1, T)$. Enfin, ζ est la fonction définie ci-dessous (on note \cdot^+ et \cdot^- pour partie positive et partie négative).

$$\zeta : \mathbb{R}_{L/2 * T} \rightarrow \mathbb{R}_L^+ \\ \zeta(\mathbf{S}) = \mathbf{r} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1^+ + \mathbf{s}_2^+ + \dots + \mathbf{s}_T^+ \\ \mathbf{s}_1^- + \mathbf{s}_2^- + \dots + \mathbf{s}_T^- \end{bmatrix}$$

Exemple 2.1. On considère dans cet exemple deux transmissions : une du nœud 2 au nœud 3 à un débit $rate_1 = 3\text{bit/Hz}$, l'autre du nœud 1 au nœud 2 à un débit $rate_2 = 2\text{bit/Hz}$ (voir figure 2).

On peut exprimer tout les routages possibles valides de cet exemple à partir des débits associés au co-arbre, dans ce cas précis l'arête 3, entre les nœuds 2 et 3.

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \\ S_{31} & S_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} [S_{31}, S_{32}] + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -3 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Par exemple si $[S_{31}, S_{32}] = [2, -1]$

$$\mathbf{r} = \zeta(\mathbf{S}) = \begin{bmatrix} S_{11}^+ + S_{12}^+ \\ S_{21}^+ + S_{22}^+ \\ S_{31}^+ + S_{32}^+ \\ S_{11}^- + S_{12}^- \\ S_{21}^- + S_{22}^- \\ S_{31}^- + S_{32}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + 1 \\ 0 + 1 \\ 2 + 0 \\ 0 + 0 \\ 1 + 0 \\ 0 + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ r_5 \\ r_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3 Optimisations successives convexes

3.1 Modèle de communication

Dans cet article on considère des communications de type CDMA, du point de vue de la bande de base (après

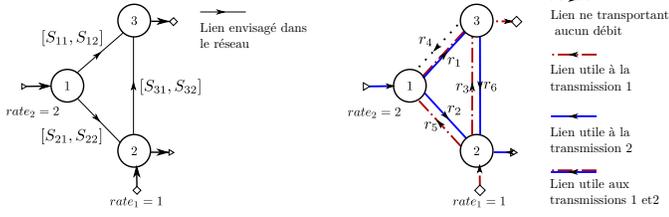


FIGURE 2 – Exemple de routage pour deux transmissions

desétalement du spectre). On modélise le gain en puissance du à l'éloignement par le modèle classique suivant $p_r = pK_a \left(\frac{d_0}{d}\right)^\delta$. On traduit ensuite ces gains dans un formalisme 'par lien'. Si $l = k$, on considère un lien codé en CDMA, sinon il s'agit d'un gain d'interférence entre deux liens.

$$\begin{cases} \text{si } l = k & G_{ll} = K_c K_a \left(\frac{d_0}{d_{ll}}\right)^\delta F_{ll} \\ \text{si } l \neq k & G_{kl} = K_a \left(\frac{d_0}{d_{kl}}\right)^\delta F_{kl} \end{cases}$$

K_a et d_0 sont respectivement une constante sans dimension et une distance caractéristique qui dépend du récepteur. δ est un terme modélisant la perte due à la propagation du signal. Il est choisi égal à 2 dans les simulations. On modélise le fast fading par un terme F_{ij} tiré selon une distribution de Rayleigh de moyenne 1. Enfin le gain de codage CDMA est noté K_c . En notant n_l la puissance du bruit perçu sur le lien l , on peut donc écrire le SINR du lien de communication l sous la forme :

$$SINR_l = \frac{G_{ll} p_l}{n_l + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq l}}^L G_{kl} p_l} \quad (5)$$

3.2 Critère en puissance

Une fois obtenu un vecteur de débits \mathbf{r} exprimé dans le graphe de communication, on s'intéresse à l'obtention d'un vecteur de puissance vérifiant l'équation (2). Ce système peut se réécrire sous la forme $(\mathbf{I} - \mathbf{\Gamma}(\mathbf{r})\mathbf{H}) \cdot \mathbf{p} \geq \mathbf{\Gamma}(\mathbf{r})\mathbf{h}$, où \mathbf{I} est la matrice identité, $\mathbf{\Gamma}(\mathbf{r}) = \text{diag}(\gamma(r_1), \gamma(r_2), \dots, \gamma(r_L))$

$$, (\mathbf{H})_{ij} = \begin{cases} \frac{G_{ij}}{G_{ii}} & \text{si } i \neq j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \text{ et } \mathbf{h} = \left(\frac{n_1}{G_{11}}, \frac{n_2}{G_{22}}, \dots, \frac{n_L}{G_{LL}}\right)^T$$

On prend $\gamma : x \rightarrow e^x - 1$ comme une version normalisée de la capacité de Shannon. Pour une allocation de puissance optimale il est facile de montrer que le système vérifie l'égalité. Ensuite, on montre qu'à la condition que le problème ait une solution positive pour le vecteur de débit \mathbf{r} , on peut écrire le vecteur de puissance sous une forme explicite. Cela permet de définir la fonction f

$$\begin{aligned} f : \mathcal{D}(f) \subset \mathbb{R}_{2L}^+ &\rightarrow \mathbb{R}_{2L}^+ \\ \text{if } (\mathbf{I} - \mathbf{\Gamma}(\mathbf{r})\mathbf{H}) &\text{ is positive invertible} \\ \mathbf{p} = f(\mathbf{r}) &= (\mathbf{I} - \mathbf{\Gamma}(\mathbf{r})\mathbf{H})^{-1} \mathbf{\Gamma}(\mathbf{r})\mathbf{h} \\ \text{else } f(\mathbf{r}) &\text{ is not defined} \end{aligned} \quad (6)$$

On peut montrer que f n'est pas une fonction convexe de \mathbf{r} pour tout \mathbf{H} (c.a.d. pour toute configuration géométrique du réseau sans fil), exhiber un exemple suffit.

3.3 Critère approché

Pour pouvoir résoudre le problème d'optimisation nous proposons un critère approché, convexe, supérieur au critère original pour tout \mathbf{r} sauf en un point où le critère approché est égal au critère réel. On va pour cela utiliser une version approchée de f , notée \hat{f} . Cette fonction est égale à la fonction f au point noté $\hat{\mathbf{r}}$. On suppose ce point dans le domaine de définition de f .

$$\hat{f} : \mathcal{D}(\hat{f}) \subset \mathcal{D}(f) \subset \mathbb{R}_{2L}^+ \rightarrow \mathbb{R}_{2L}^+$$

si $(\mathbf{I} - \hat{\mathbf{\Gamma}}(\hat{\mathbf{r}})\mathbf{H})$ possède un inverse positif

$$f(\mathbf{r}) \leq \hat{f}(\mathbf{r}) = (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{\Gamma}}(\hat{\mathbf{r}})\mathbf{H})^{-1} \hat{\mathbf{\Gamma}}(\hat{\mathbf{r}})\mathbf{h}$$

sinon $\hat{f}(\mathbf{r})$ n'est pas défini (7)

où $\hat{\mathbf{\Gamma}}(\hat{\mathbf{r}}) = \text{diag}(\hat{\gamma}^{\hat{r}_1}(r_1), \hat{\gamma}^{\hat{r}_2}(r_2), \dots, \hat{\gamma}^{\hat{r}_L}(r_L))$, avec $\hat{\gamma}^{r_0} : r \rightarrow (e^{r_0} - 1) \cdot e^{\frac{r-r_0}{1-e^{-r_0}}}$ une approximation log-convexe de γ exacte en r_0 . Cette approximation est duale de celle faite dans [2] pour rendre concave un critère de type somme de débits. Il est possible de montrer que la fonction \hat{f} est convexe sur son domaine de définition.

3.4 Optimisations successives

En utilisant l'approximation introduite au paragraphe précédent, on peut pour tout critère $J_{\mathbf{w}}(\mathbf{s}_{[C]})$ introduire un critère approché $\hat{J}_{\mathbf{w}}(\mathbf{s}_{[C]})$ (voir équation (9) et (8)). Ces deux critères sont égaux au point $\hat{\mathbf{r}}$.

$$J_{\mathbf{w}}(\mathbf{s}_{[C]}) = \mathbf{w}^T \cdot f \circ \zeta \circ g(\mathbf{s}_{[C]}) \quad (8)$$

$$\hat{J}_{\mathbf{w}}(\mathbf{s}_{[C]}) = \mathbf{w}^T \cdot \hat{f} \circ \zeta \circ g(\mathbf{s}_{[C]}) \quad (9)$$

Lemme 3.4.1. *Le critère $\hat{J}_{\mathbf{w}}(\mathbf{s}_{[C]})$ est une fonction convexe de $\mathbf{s}_{[C]}$*

La preuve peut être pleinement développée en appliquant les règles de composition de fonctions conservant la convexité.

Notre algorithme calcule l'approximation (9) du problème en un point et optimise ce critère. Nous rafraichissons ensuite (9) au point résultat de l'optimisation, ce qui fait décroître la valeur courante du critère. Enfin, nous itérons cette procédure jusqu'à la convergence, qui est garantie par la décroissance monotone du critère (voir algorithme 1) L'initialisation est problématique car on a a priori aucune information sur $\mathcal{D}(f)$. Cet ensemble peut même être vide. La solution pratique mise en œuvre est d'utiliser une euristique pour initialiser. L'euristique d'initialisation employée dans cet article consiste à énumérer tout les chemins à trois sauts (ou moins) entre les nœuds sources et les nœuds puits d'une transmission. On propose

ensuite une combinaison linéaire de ces chemins avec des poids aléatoires dont la somme vaut le débit de la transmission. Si cette initialisation échoue, on retire des poids et on re-teste. Dans les simulations, le nombre d'essais maximum est fixé à 1000.

Algorithm 1: Procédure d'optimisation

Tant que $s_{[c]} \notin \mathcal{D}(f)$

1. on propose un routage aléatoire $s_{[c]}$ avec l'heuristique expliquée en 3.4
2. calcul du vecteur de puissance associé $\mathbf{p} = f \circ \zeta \circ g(s_{[c]})$
3. si $\mathbf{p} \geq \mathbf{0}$, alors $s_{[c]} \in \mathcal{D}(f)$

Tant que $J[i]$ n'a pas convergé

1. $\hat{\mathbf{r}} = \zeta \circ g(s_{[c]})$ calcul du point d'approximation
 2. $s_{[c]} = \arg \min_{s_{[c]}} \hat{J}_{\mathbf{w}}^{\hat{\mathbf{r}}}(s_{[c]})$ minimisation convexe par une méthode du sous gradient
 3. $J[i] = J_{\mathbf{w}}(s_{[c]})$
-

4 Simulations

La figure 3, présente pour un réseau fixé une route optimisée. On impose une demande de transmission entre les nœuds 0 et 7. Les débits les plus élevés sont représentés en traits plus larges. La figure 4, présente une analyse de performance de notre procédure. Pour cette simulation, on considère deux transmissions impliquant quatre nœuds placés selon un carré de 1000 mètres de coté. Les transmissions doivent se croiser et sont relayées par 8 relais placés aléatoirement uniformément dans le carré. Les résultats sont moyennés sur 40 configurations tirées selon ces paramètres. Les taux affichés à chaque point sont les taux de rejet des demandes utilisateurs. Le reste des paramètres est commun aux deux simulations. Le gain de codage CDMA considéré est $K_c = 32$ ce qui est petit par rapport aux normes CDMA en vigueur. Les gains des canaux sont tirés aléatoirement selon une distribution de Rayleigh. Le puissance de bruit est supposé uniforme $\forall j \in \{1 \dots L\}, n_j = 10^{-9} W/Hz$,

5 Conclusion et perspectives

Nous avons développé dans cet article une méthode d'optimisation du routage dans des réseaux de types CDMA avec garantie de convergence. L'analyse en performance de notre procédure montre l'intérêt énergétique du relaying par rapport aux méthodes basées sur la transmission directe. Un des développement futur de ce travail consiste à obtenir des économies d'énergie similaires avec seulement une connaissance partielle des gains canaux. Cette connaissance partielle peut être obtenu de façon réaliste via une estimation de la position des utilisateurs.

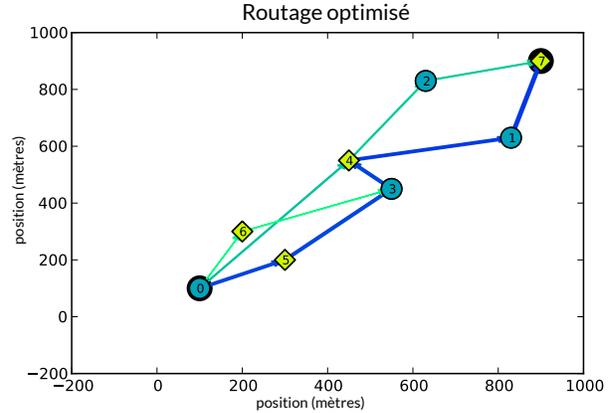


FIGURE 3 – Exemple d'un routage optimisé

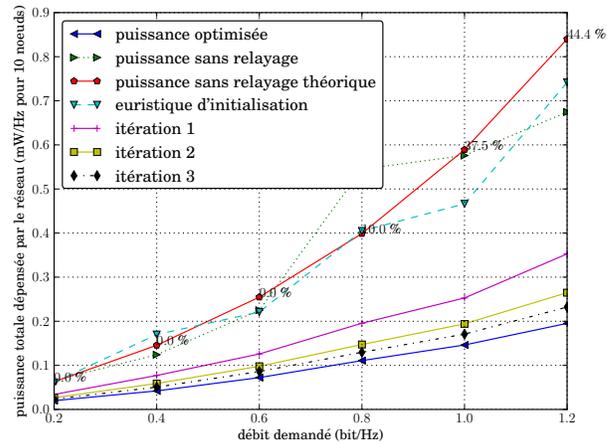


FIGURE 4 – Analyse de performances sur réseaux aléatoires

Références

- [1] D. O'Neill, D. Julian, and S. Boyd, "Adaptive management of network resources," in *Vehicular Technology Conference, 2003. VTC 2003-Fall. 2003 IEEE 58th*, vol. 3. IEEE, 2003, pp. 1929–1933.
- [2] J. Papandriopoulos and J. Evans, "SCALE : a low-complexity distributed protocol for spectrum balancing in multiuser DSL networks," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 55, no. 8, pp. 3711–3724, 2009.
- [3] J. Yuan, Z. Li, W. Yu, and B. Li, "A cross-layer optimization framework for multihop multicast in wireless mesh networks," *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, vol. 24, no. 11, pp. 2092–2103, 2006.
- [4] L. Chua, *Computer-aided analysis of electronic circuits*. Prentice-Hall Series in Electrical and Computer Engineering, Englewood Cliffs : Prentice-Hall, 1975.