

# Codage spatio-temporel adaptatif pour les systèmes MIMO utilisant un codage de canal à fort pouvoir de correction

AMMAR EL FALOU, CHARLOTTE LANGLAIS, CHARBEL ABDEL NOUR, CATHERINE DOUILLARD

Institut Mines-Telecom, Telecom Bretagne, UMR CNRS 3192 Lab-STICC  
Département Electronique, Technopole Brest-Iroise CS 83818, 29238 Brest Cedex 3  
Université européenne de Bretagne, France

Ammar.ElFalou@telecom-bretagne.eu, Charlotte.Langlais@telecom-bretagne.eu,  
Charbel.AbdelNour@telecom-bretagne.eu, Catherine.Douillard@telecom-bretagne.eu

**Résumé** - Les codes spatio-temporels pour les systèmes multi-antennes MIMO sont traditionnellement conçus selon les critères du rang-déterminant appropriés pour les rapports signal-à-bruit (RSB) élevés. Cependant, les systèmes de communications utilisent des codes correcteurs d'erreur à fort pouvoir de correction garantissant un faible taux d'erreurs même à des faibles RSB. Dans ce papier, nous proposons un critère de conception des codes espace-temps non-asymptotique basé sur l'information mutuelle au niveau binaire. Selon ce critère, nous optimisons la structure du code trace-orthonormal pour tous les RSB afin d'obtenir un code adaptatif selon le RSB. Le code adaptatif proposé améliore les performances du système, en termes de taux d'erreur binaire, comparativement aux codes spatio-temporels du système WiMAX pour tous les rendements de codage de canal, et ce sans augmenter la complexité du système.

**Abstract** – Space time block codes (STBC) for multiple-input multiple-output (MIMO) systems are commonly designed according to the rank-determinant criteria, suitable at high signal-to-noise ratios (SNRs). However, communication systems employ capacity-approaching error correcting codes ensuring low error rates even at low SNRs. In this paper, we propose a non-asymptotic STBCs design criterion based on the bitwise mutual information. According to this criterion, we optimize the trace-orthonormal STBC structure for all SNRs. The resulting code becomes adaptive with respect to the SNR. It improves system performance, in terms of bit error rate, compared to adopted STBCs in WiMAX for all coding rates without an increase in system complexity.

## 1 Introduction

Les systèmes de communication modernes sans fil tels que WiMAX, DVB-NGH, WiFi, HSPA+ et 4G ont adopté l'utilisation de plusieurs antennes en émission et en réception [1]. Pour ces systèmes dits Multiple Input Multiple Output (MIMO), le codage espace-temps en blocs ou Space Time Block Code (STBC) est une technologie prometteuse permettant d'augmenter le débit et la fiabilité des communications sans fil [2]. Les STBCs sont généralement conçus selon des critères asymptotiques comme les critères du rang-déterminant [3], appropriés pour les rapports signal-à-bruit (RSB) élevés. En revanche, les standards définissent l'utilisation du codage MIMO en association avec un codage correcteur d'erreur puissant ou Forward Error Correcting (FEC) comme un turbo code ou un code Low-Density Parity-Check (LDPC), garantissant de faibles taux d'erreurs même pour de faibles valeurs de RSB. Ainsi, dans [4], il est indiqué que les performances du système sans codage de canal se révèlent insuffisantes pour prédire les performances du système MIMO codé.

Dans ce travail, nous étudions la construction des STBCs pour les systèmes MIMO utilisant un FEC à fort pouvoir de correction. Tout d'abord, nous proposons un critère de construction non-asymptotique des STBCs, basé sur la maximisation de l'information mutuelle

entre les bits émis et reçus, dite Bitwise Mutual Information (BMI). Puis, grâce à ce nouveau critère, nous optimisons la structure du code STBC trace-orthonormal [5]. L'information mutuelle obtenue au récepteur étant différente pour chaque point de RSB, l'optimisation est menée pour chaque point de RSB et conduit à l'obtention d'un code trace-orthonormal adaptatif. Celui-ci donne des performances identiques ou meilleures que celles des codes du standard WiMAX pour tous les rendements de codage FEC. De plus, nous montrons que, à faibles RSB, la détection de ce code est moins complexe que celle du code classique non adaptatif. La construction de codes adaptatifs constitue un enjeu important pour les systèmes de communication car ils offrent de meilleures performances pour une complexité de détection moindre.

## 2 Modèle du système

On considère un système MIMO ayant  $N_t$  antennes d'émission,  $N_r$  antennes de réception, et une transmission à travers un canal de Rayleigh quasi-statique où les coefficients du canal changent pour chaque mot de code STBC de longueur  $T$ . On suppose que l'information sur l'état du canal est parfaitement connue au récepteur, mais pas à l'émetteur. Le système est décrit comme suit (cf. Figure 1) :

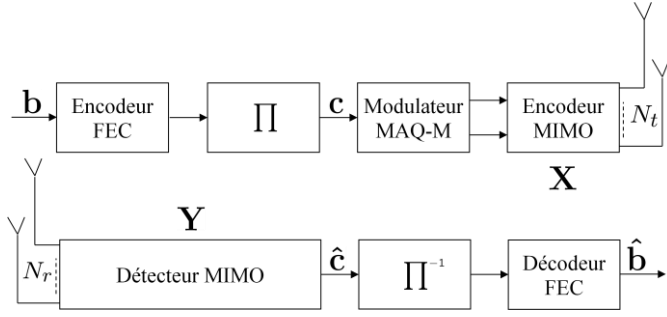


Figure 1. Structure du système à l'émission et à la réception

**Emetteur :** un mot d'information  $\mathbf{b}$  est encodé par un code correcteur d'erreur puissant ayant un rendement de codage  $R_c$ . Le mot de code résultant est ensuite permuté avec un entrelaceur aléatoire  $\Pi$  pour former le mot de code entrelacé  $\mathbf{c}$ .  $\mathbf{c}$  est modulé selon une constellation MAQ-M où  $M = 2^m$  est l'ordre de la modulation et  $m$  représente le nombre de bits par symbole. Le modulateur fournit un bloc de  $N_t \times T$  symboles MAQ-M noté  $S_i$  à l'encodeur MIMO. Enfin, la sortie de l'encodeur MIMO notée  $\mathbf{X}$  et de taille  $N_t \times T$  est émise sur les  $N_t$  antennes d'émission durant  $T$  périodes d'utilisation du canal.

Le canal MIMO est défini par la matrice  $\mathbf{H}$  ayant des coefficients indépendants et identiquement distribués (iid) circulaires symétriques qui suivent une loi Gaussienne complexe ayant une densité de probabilité  $\sim \text{CN}(0,1)$ .  $\text{CN}(\mu, \sigma^2)$  est la densité de probabilité d'une variable Gaussienne complexe ayant une moyenne  $\mu$  et une variance  $\sigma^2$ . Un bruit blanc Gaussien additif  $\mathbf{N}$ , ayant des coefficients iid qui suivent une loi  $\text{CN}(0, \sigma^2)$ , est ajouté au signaux reçus.

La relation entre l'entrée et la sortie du canal est donnée par :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{N} \quad (1)$$

**Récepteur :**  $N_r \times T$  signaux bruités, représentés par  $\mathbf{Y}$ , sont reçus sur les  $N_r$  antennes de réception. Un détecteur optimal à maximum de vraisemblance à sorties souples estime les symboles émis et fournit les probabilités  $P(c_i=1)$  ( $c_i$  est le  $i$ -ème bit du mot de code  $\mathbf{c}$ ), notées  $\hat{c}_i$ , au désentrelaceur. Ces probabilités désentrelacées sont fournies au décodeur FEC de type MAX-log MAP qui génère une estimation  $\hat{\mathbf{b}}$  du mot d'information  $\mathbf{b}$ .  $\hat{\mathbf{b}}$  est comparé à  $\mathbf{b}$  pour calculer le taux d'erreur binaire (TEB).

### 3 Critère de l'information mutuelle moyenne sur les bits ou BMI

Dans cette section, nous présentons dans un premier temps les critères classiques de conception des STBCs. Ensuite, nous présentons le critère de l'information mutuelle au niveau binaire, ou critère de la BMI.

#### 3.1 Critère du rang-déterminant

La minimisation de la borne de l'union sur la probabilité d'erreur par paire aboutit aux critères de construction des STBCs les plus connus [3] :

- 1) **Critère de rang :** Pour obtenir une diversité maximale, le rang  $r$  de la matrice de différence des mots de code  $\Delta = (\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})$  doit être maximisé pour toutes les valeurs possibles de la paire  $(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ . Le gain en diversité est défini par  $d = rN_r$ . Quand  $r = N_t$ , le STBC est dit à rendement plein et à diversité pleine.
- 2) **Critère du déterminant :** Le déterminant minimum du STBC est défini par :

$$\delta = \min_{\mathbf{X} \neq \hat{\mathbf{X}}} \prod_{i=1}^r \lambda_i \quad (2)$$

où  $\lambda_i; i = 1, \dots, r$  sont les valeurs propres non-nulles de la matrice  $\Delta \Delta^H$  ( $\Delta^H$  est la transformée hermitienne de  $\Delta$ ).

$\delta^{1/N_t}$  donne le gain de codage du STBC. Ainsi, pour obtenir les meilleures performances, la valeur de  $\delta$  doit être maximisée. Cependant, pour les RSB élevés, le paramètre dominant est le gain de diversité  $d$  qui définit la pente des courbes de TEB. Ainsi, il faut d'abord s'assurer que le code STBC est à diversité pleine puis maximiser son gain de codage  $\delta^{1/N_t}$ .

#### 3.2 Critère de l'information mutuelle moyenne sur les bits ou BMI

Les critères classiques de construction des codes STBC sont asymptotiques, c'est-à-dire qu'ils considèrent un  $\text{RSB} \rightarrow \infty$ . Cependant les systèmes de télécommunication actuels sont conçus pour des points de fonctionnement situés dans la gamme des faibles et moyens RSB. Pour cela, nous proposons un critère non-asymptotique qui vise à maximiser l'information mutuelle entre les bits émis et reçus, dite *Bitwise Mutual Information*, pour un RSB donné. L'information mutuelle est calculée selon [6] :

$$\begin{aligned} \text{BMI} &= 1 - E[\log_2(1 + \exp(-L))] \\ &\approx 1 - \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \log_2(1 + \exp(-u_n L_n)) \end{aligned} \quad (3)$$

où  $L_n = \ln \frac{1 - \hat{c}_n}{\hat{c}_n}$ ,  $u_n = (-1)^{c_n}$ ,  $E[\ ]$  désigne la

moyenne statistique et  $L$  le logarithme de rapport de vraisemblance relatif au bit reçu.  $N$  est supposé suffisamment grand pour estimer avec précision la BMI. La valeur de la BMI est calculée par des simulations Monte Carlo en passant une séquence de  $N$  bits dans le modulateur, l'encodeur MIMO, le canal et détecteur MIMO. À un RSB donné, la valeur du paramètre d'optimisation du code STBC qui donne la plus grande BMI est choisie (cf. section 5).

L'application du critère de la BMI pour tous les systèmes MIMO  $N_t \times N_r$  est simple. Cependant nous

restreignons notre étude au système 2×2 et prenons comme exemple le système WiMAX.

#### 4 Profils 2×2 du système WiMAX

Le système worldwide interoperability for microwave access (WiMAX) utilise les codes MIMO du standard IEEE 802.16e-2005. Deux profils sont obligatoires pour la voie descendante. Le premier est le code d'Alamouti [7] appelé Matrice A (MA). Il est à diversité pleine mais à rendement unitaire. Le deuxième profil est le multiplexage spatial appelé Matrice B (MB) [8], qui a un rendement plein. Afin de bénéficier des gains de diversité et de multiplexage, un autre profil, variante du code d'or [9], appelé Matrice C (MC), est inclus dans le standard IEEE 802.16-e. Pour les RSBs élevés, le code d'or est connu comme étant le meilleur STBC pour les systèmes MIMO 2×2.

#### 5 Code trace-orthonormal adaptatif

Dans cette section, nous présentons le STBC trace-orthonormal proposé dans [5] pour les systèmes MIMO 2×2, puis nous l'optimisons selon le critère de la BMI.

##### 5.1 Code trace-orthonormal

Le code trace-orthonormal est construit à partir de deux points de vue : celui de la théorie de l'information et celui de la minimisation de la probabilité d'erreur à la détection. Quatre symboles d'informations  $S_1, S_2, S_3, S_4$  sont transmis sur deux antennes durant deux instants de temps de la manière suivante [5]:

$$\mathbf{X}^{TO} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$X_{11} = (S_1 + S_2) \cos \theta + (S_2^* - S_1^*) \sin \theta$$

$$\text{où } X_{12} = e^{j\frac{\pi}{4}} \left[ (S_3 + S_4) \sin \theta + (S_4^* - S_3^*) \cos \theta \right]$$

$$X_{21} = e^{j\frac{\pi}{4}} \left[ (S_3 + S_4) \cos \theta + (S_3^* - S_4^*) \sin \theta \right]$$

$$X_{22} = (S_1 + S_2) \sin \theta + (S_1^* - S_2^*) \cos \theta$$

$\theta$  représente le paramètre d'optimisation du code trace-orthonormal, à choisir selon le critère sélectionné. Dans [5],  $\theta$ , optimisé selon le critère du déterminant, prend la valeur 13,28°. Pour cet angle, le code trace-orthonormal offre les performances du code d'or [9].

##### 5.2 Optimisation du code trace-orthonormal selon le critère de la BMI

Dans cette section, nous optimisons le code trace-orthonormal selon le critère de la BMI. Pour un  $E_{bu}/N_0$  donné où  $E_{bu}$  est l'énergie par bit d'information du système sans codage FEC et  $N_0$  est la densité spectrale de puissance monolatérale du bruit additif blanc gaussien, la BMI du code trace-orthonormal est calculée pour une plage de  $\theta$  comprise entre 0° et 90° avec un pas de 5°.

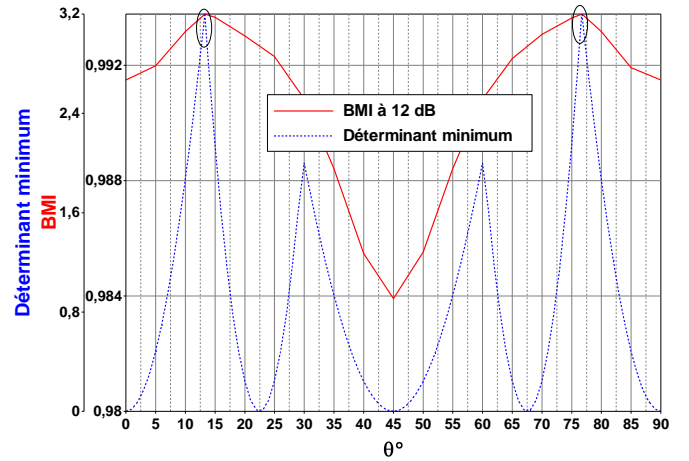


Figure 2. BMI et déterminant minimum du code trace-orthonormal en fonction de son paramètre de conception  $\theta$  pour  $E_{bu}/N_0 = 12$  dB; modulation MAQ-4.

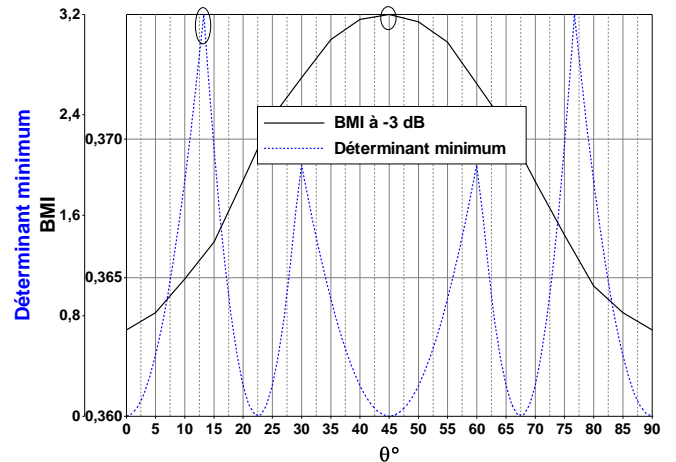


Figure 3. BMI et déterminant minimum du code trace-orthonormal en fonction de son paramètre de conception  $\theta$  pour  $E_{bu}/N_0 = -3$  dB; modulation MAQ-4.

La Figure 2 et la Figure 3 présentent le déterminant minimum et la BMI du code trace-orthonormal pour  $E_{bu}/N_0 = 12$  dB et  $E_{bu}/N_0 = -3$  dB respectivement, en fonction du paramètre  $\theta$  avec une modulation MAQ-4. Pour un  $E_{bu}/N_0$  élevé tel que 12 dB, la Figure 2 montre que l'angle qui maximise la BMI est égal à 13,28° identique à celui obtenu dans [5] selon le critère du déterminant. Ce résultat valide le critère proposé à un RSB élevé. Pour un faible  $E_{bu}/N_0$  tel que -3 dB,  $\theta$  est égal à 45° différent de la valeur originale.

En suivant la même démarche, nous avons calculé  $\theta$  qui maximise la BMI pour une plage d' $E_{bu}/N_0$ . Cette optimisation nous donne une table avec pour entrée  $E_{bu}/N_0$  et pour sortie  $\theta$ . Une interpolation polynomiale des valeurs obtenues est réalisée pour obtenir une équation analytique donnant  $\theta_{opt}^\circ$  en fonction d' $E_{bu}/N_0$ . Le code trace-orthonormal obtenu est alors dit adaptatif. Pour une modulation MAQ-4,  $\theta_{opt}^\circ$  est donné par (5).

$$\theta_{opt}^\circ = \begin{cases} 45; & \text{pour } E_{bu}/N_0 \leq -0.5 \text{ dB} \\ -0.65 \left( \frac{E_{bu}}{N_0} \right)^3 - 4.79 \left( \frac{E_{bu}}{N_0} \right)^2 - 13.8 \left( \frac{E_{bu}}{N_0} \right) + 36.47; & \text{pour } -0.5 < E_{bu}/N_0 \leq 4.25 \text{ dB} \\ 13.28; & \text{pour } E_{bu}/N_0 \geq 4.25 \text{ dB} \end{cases} \quad (5)$$

Pour un modulation MAQ-16,  $\theta_{opt}$  est présenté dans [10]. Grâce au critère de la BMI, on peut toujours calculer  $\theta_{opt}$  en fonction d' $E_{bu}/N_0$  pour tous les ordres de modulation MAQ-M.

### 5.3 Détection à faible complexité du code trace-orthonormal adaptatif, pour le cas $\theta=45^\circ$

Pour les faibles valeurs de RSB, le paramètre d'optimisation  $\theta_{opt}$  du code adaptatif vaut  $45^\circ$ . Sa structure peut alors être réécrite de la manière suivante :

$$X_{\theta=45^\circ}^{TO} = \begin{bmatrix} \text{Re}(S_2) + i\text{Im}(S_1) & e^{j\pi/4} [\text{Re}(S_4) + i\text{Im}(S_3)] \\ e^{j\pi/4} [\text{Re}(S_3) + i\text{Im}(S_4)] & \text{Re}(S_1) + i\text{Im}(S_2) \end{bmatrix} \quad (6)$$

En remplaçant  $\text{Re}(S_2) + i\text{Im}(S_1)$  par  $S'_1$ ,  $\text{Re}(S_3) + i\text{Im}(S_4)$  par  $S'_2$ ,  $\text{Re}(S_4) + i\text{Im}(S_3)$  par  $S'_3$  et  $\text{Re}(S_1) + i\text{Im}(S_2)$  par  $S'_4$ , les symboles  $S'_1, S'_2, S'_3, S'_4$  transmis en espace et en temps appartiennent à une modulation MAQ-M. Les symboles  $(S'_1, S'_2)$  peuvent ainsi être détectés indépendamment des symboles  $(S'_3, S'_4)$  avec un détecteur qui a une complexité proportionnelle à  $O(M^2)$ , au lieu d'une détection classique ayant une complexité qui croît avec  $O(M^4)$  comparable à celle du code d'or et du code trace-orthonormal original [5].

## 6 Courbes de taux d'erreur binaires (TEB)

Pour comparer le code proposé avec les codes existants, nous l'avons simulé dans le contexte du système WiMAX. Ce système utilise le turbo code 8-états double binaire comme code FEC associé aux codes MIMO présentés dans la section 4. La taille de trame est de 4800 bits et 8 itérations turbo ont été effectuées. Pour chaque point d' $E_b/N_0$ ,  $\theta$  est calculé selon (5) en tenant compte du rendement  $R_c$ .

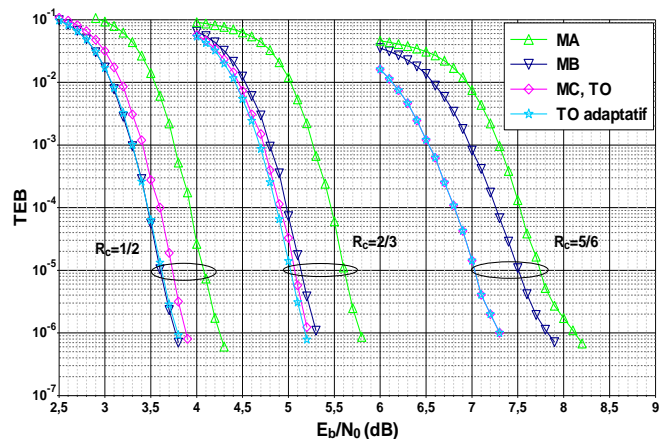


Figure 4. TEB des profils du système WiMAX et du code TO adaptatif proposé pour plusieurs rendements de codage  $R_c = 1/2, 2/3$  et  $5/6$ . Modulation MAQ-16 pour MA et modulation MAQ-4 pour MB, MC et TO adaptatif.

La Figure 4 montre que le code trace-orthonormal adaptatif proposé donne toujours les meilleures performances pour tous les rendements de codage  $R_c$ .

## 7 Conclusion

Dans ce papier, nous avons proposé un nouveau critère de conception des STBCs basé sur l'information

mutuelle au niveau binaire. Selon ce critère, nous avons optimisé la structure du code trace-orthonormal [5] pour tous les RSBs. Ayant un paramètre d'optimisation qui change avec le RSB, le code trace-orthonormal devient adaptatif. À faible RSB, ce code est détectable avec une complexité réduite proportionnelle à  $O(M^2)$ .

L'utilisation du code adaptatif est importante pour les systèmes pratiques car il offre toujours les meilleures performances sans augmenter la complexité du système. En revanche, l'utilisation des codes classiques comme le code d'or introduit une dégradation de performance et une augmentation en complexité pour les faibles rendements du codage de canal.

## Remerciements

Ce travail a été financé par la région Bretagne et le projet ANR Mobile MultiMedia, ANR-10-VERS-0010.

## Références

- [1] A. Sibille, C. Oestges A. and Zanella, "MIMO: From Theory to Implementation," *Elsevier Inc.*, 2011.
- [2] L. Zheng and D.N.C. Tse, "Diversity and multiplexing: a fundamental tradeoff in multiple-antenna channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, no. 5, pp. 1073-1096, May 2003.
- [3] V. Tarokh, N. Seshadri and A.R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communications: Performance criterion and code construction," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744-765, Mar. 1998.
- [4] A. Lozano and N. Jindal, "Transmit diversity vs. spatial multiplexing in modern mimo systems," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 9, no. 1, pp. 186 – 197, Jan. 2010.
- [5] J.-K. Zhang, J. Liu and K.M. Wong, "Trace-orthonormal full-diversity cyclotomic space-time codes," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 55, no. 2, pp. 618-630, Feb. 2007.
- [6] J. Hagenauer, "The EXIT chart-introduction to Extrinsic Information Transfer in iterative processing," in *Proc. European Signal Processing Conf.*, Sep. 2004, pp. 1541-1548.
- [7] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE J. Sel. Areas in Commun.*, vol. 16, no. 8, pp. 1451–1458, Oct. 1998.
- [8] P. W. Wolniansky, G. J. Foschini, G. D. Golden, and R. A. Valenzuela, "V-blast: an architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel," in *Proc. IEEE ISSSE*, Sep. 1998.
- [9] J.C. Belfiore, G. Rekaya and E. Viterbo, "The golden code: a  $2 \times 2$  full-rate space-time code with non-vanishing determinant," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 4, pp. 1432-1436, Apr. 2005.
- [10] A. El Falou, C. Langlais, C. Abdel Nour and C. Douillard, "Adaptive trace-orthonormal STBC for MIMO system with capacity approaching FEC codes," in *Proc. IEEE VTC Fall*, Sep. 2012.