Reconstruction d'image en présence de bruit gaussien dépendant par un algorithme Explicite-Implicite à métrique variable.

Audrey REPETTI, Emilie CHOUZENOUX et Jean-Christophe Pesquet

Laboratoire d'Informatique Gaspard Monge, Université Paris-Est Marne la Vallée Cité Descartes, 5 Boulevard Descartes, Champs sur Marne, 77454 Marne la Vallée Cedex 2, France {audrey.repetti,emilie.chouzenoux,jean-christophe.pesquet}@univ-mlv.fr

Résumé – Le but de ce travail est de reconstruire une image dégradée par un opérateur linéaire et perturbée par un bruit additif gaussien dont la variance dépend linéairement de l'image originale. La fonction d'attache aux données considérée (obtenue grâce à une estimation par maximum *a posteriori*) est non convexe et la fonction de régularisation est non lisse. Nous proposons de résoudre ce problème grâce à un algorithme Explicite-Implicite (*Forward-Backward* FB) accéléré par l'introduction d'une métrique variable. Cette métrique est choisie suivant la théorie de la Majoration-Minimisation, ce qui constitue un avantage significatif par rapport aux travaux existants où ce choix est souvent fait de manière empirique. L'algorithme présenté permet plus généralement de traiter la somme d'une fonction (non nécessairement convexe) différentiable et d'une fonction (non nécessairement différentiable) convexe. Nous montrons sa convergence en utilisant des résultats récents de l'analyse non lisse. Nos résultats de simulations illustrent l'accélération produite sur la vitesse de convergence du critère ainsi que des itérées. Les courbes de convergence obtenues montrent que notre algorithme se compare favorablement à l'algorithme FB classique et à ses formes accélérées telles que FISTA.

Abstract – The aim of this work is to restore an image degraded by a linear operator and corrupted with an additive Gaussian noise whose variance depends on the original image. The considered data-fidelity term (resulting from a maximum a posteriori approach) is non convex and the penalty function is nonsmooth. We propose to solve this problem thanks to a Forward-Backward algorithm (FB) accelerated by the use of a variable metric. This metric is chosen according to the Majorization-Minimization theory, which constitutes a significant advantage over existing works where this metric is often chosen empirically. The proposed algorithm allows us to handle more generally the sum of a differentiable (not necessarily convex) function and a convex (not necessarily differentiable) function. We prove its convergence using recent results of nonsmooth analysis. Our simulation results show the acceleration produced on the speed of convergence in terms of criterion values and iterates. The convergence curves show that our algorithm compares favorably with the classical FB algorithm and its accelerated forms such as FISTA.

1 Introduction

On s'intéresse à l'estimation $\hat{x} \in \mathbb{R}^N$ d'une image originale $\bar{x} \in \mathbb{R}^N$ à partir d'observations $z \in \mathbb{R}^M$ de la forme $z = H\bar{x} + b$, où $H \in \mathbb{R}^{M \times N}$ est une matrice modélisant la dégradation subie par l'image (e.g. un opérateur de convolution) et $b \in \mathbb{R}^M$ est un bruit additif. Une stratégie efficace pour traiter ce problème est de définir \hat{x} comme étant un minimiseur d'un critère pénalisé G = F + R, où F est une fonction d'attache aux données et R est une fonction de régularisation qui favorise certaines propriétés a priori de la solution. Nous supposons que F est différentiable de gradient Lipschitz et R est convexe, propre, semi-continue inférieurement (sci). Dans le cas où R est lisse, des algorithmes efficaces pour résoudre ce problème de minimisation sont notamment les algorithmes de gradient préconditionné [1] et de Majoration-Minimisation (MM) [2]. Dans le cas où R est non lisse, l'algorithme Explicite-Implicite (Forward-Backward, FB) [3] peut être utilisé. Cependant, ce dernier peut souffrir de lenteurs de convergence. Deux approches ont été proposées dans la littérature pour remédier à ce problème. La première repose sur une accélération de type sous-espace qui utilise des informations des itérations précédentes pour construire la nouvelle itérée (par exemple, l'algorithme FISTA [4]). La seconde s'appuie sur l'emploi d'une métrique variable, c'est-à-dire d'une modification à chaque itération de la métrique sous-jacente. Cette stratégie est utilisée par l'algorithme Explicite-Implicite à Métrique Variable (*Variable Metric Forward-Backward*, VMFB) [5, 6] :

$$x_{0} \in \operatorname{dom} R$$

Pour $k = 0, 1, \dots$
$$\begin{cases} y_{k} = \operatorname{prox}_{\gamma_{k}^{-1}A_{k}, R}(x_{k} - \gamma_{k}A_{k}^{-1}\nabla F(x_{k})), \\ x_{k+1} = x_{k} + \lambda_{k}(y_{k} - x_{k}), \end{cases}$$
(1)

où, pour tout $k \in \mathbb{N}, \nabla F(x_k)$ est le gradient de F en $x_k, A_k \in \mathbb{R}^{N \times N}$ est une matrice symétrique définie positive et $(\gamma_k, \lambda_k) \in]0, +\infty[^2$. De plus, pour tout $x \in \mathbb{R}^N$,

 $\begin{array}{l} \operatorname{prox}_{\gamma_k^{-1}A_k,R}(x) \text{ est l'opérateur proximal de } R \text{ en } x \text{ relatif à la métrique induite par } \gamma_k^{-1}A_k \ [5], \ i.e. \ l'unique minimiseur de <math display="inline">R+\frac{1}{2}\|\cdot-x\|_{\gamma_k^{-1}A_k}^2$ où, pour tout $y\in\mathbb{R}^N,$ $\|y\|_{\gamma_k^{-1}A_k}^2=y^\top(\gamma_k^{-1}A_k)y.$ On remarque que, d'une part, si $R\equiv 0$, on retrouve un algorithme de gradient préconditionné. D'autre part, si, pour tout $k\in\mathbb{N}, A_k=\mathrm{I}_N,$ où I_N est la matrice identité de $\mathbb{R}^N,$ on retrouve l'algorithme FB. En se limitant au cas où F est convexe, la convergence de l'algorithme (1) a été démontrée dans [5]. Cependant, aucune méthode constructive n'a été présentée pour choisir les matrices $(A_k)_{k\in\mathbb{N}}.$

Dans la section 2 de cet article, nous proposons une stratégie de construction des matrices $(A_k)_{k\in\mathbb{N}}$ basée sur une approche MM. Ce choix conduit à un nouveau résultat de convergence pour l'algorithme VMFB, qui reste valide dans le cas où la fonction F est non convexe. Puis, dans la section 3, nous illustrons les performances de l'approche proposée sur un exemple de reconstruction d'image.

2 Méthode proposée

Par la suite, nous supposons F de gradient L-Lipschitz sur dom R (i.e. pour tout $(x, y) \in (\text{dom } R)^2$, $\|\nabla F(x) - \nabla F(y)\| \leq L \|x - y\|$) et R convexe, propre, sci sur \mathbb{R}^N et continue sur son domaine. De plus, nous supposons que G est coercive (i.e. $\lim_{\|x\|\to+\infty} G(x) = +\infty$). Ces hypothèses nous permettent d'assurer l'existence d'un minimiseur du critère G.

2.1 Algorithme VMFB inexact

Comme il l'a été souligné dans [6], l'opérateur proximal relatif à une métrique n'est pas toujours calculable de manière explicite. Pour remédier à ce problème, nous introduisons une version inexacte de l'algorithme (1) qui nous permettra de calculer l'opérateur proximal de façon approchée.

$$x_{0} \in \text{dom} R, \tau \in]0, +\infty[\\ \text{Pour } k = 0, 1, \dots \\ \text{Trouver } y_{k} \in \mathbb{R}^{N} \text{ et } r(y_{k}) \in \partial R(y_{k}) \text{ tels que} \\ (y_{k} - x_{k})^{\top} \nabla F(x_{k}) + \gamma_{k}^{-1} \|y_{k} - x_{k}\|_{A_{k}}^{2} \qquad (2) \\ \leq R(x_{k}) - R(y_{k}), \\ \|\nabla F(x_{k}) + r(y_{k})\| \leq \tau \|y_{k} - x_{k}\|_{A_{k}}, \\ x_{k+1} = x_{k} + \lambda_{k}(y_{k} - x_{k}). \end{aligned}$$

2.2 Choix des métriques

Nous proposons de définir les matrices $(A_k)_{k \in \mathbb{N}}$, servant à définir la métrique variable des algorithmes (1) et (2), en utilisant la théorie MM. Pour tout $k \in \mathbb{N}$, la matrice A_k est choisie de façon à ce que la fonction quadratique

$$Q(\cdot, x_k) = F(x_k) + (\cdot - x_k)^{\top} \nabla F(x_k) + \frac{1}{2} (\cdot - x_k)^{\top} A_k(\cdot - x_k)$$

soit une fonction majorante de F en x_k sur le domaine de R, c'est-à-dire, pour tout $x \in \text{dom } R$,

$$F(x) \le Q(x, x_k) \text{ et } F(x_k) = Q(x_k, x_k).$$
(3)

Par ailleurs, pour tout $k \in \mathbb{N}$, A_k est supposée symétrique et de spectre borné au sens où il existe $(\underline{\nu}, \overline{\nu}) \in]0, +\infty[^2,$ avec $0 < \nu < \overline{\nu}$, tel que,

$$(\forall x \in \mathbb{R}^N) \quad \underline{\nu} \|x\|^2 \le \|x\|_{A_k}^2 \le \overline{\nu} \|x\|^2.$$
(4)

Remarquons qu'il est toujours possible de construire de telles matrices. En particulier, (3) est vérifiée si, pour tout $k \in \mathbb{N}, A_k = L I_N$, où L est la constante de Lipschitz de ∇F ([1, Prop. A.24]).

2.3 Théorème de convergence

La construction proposée conduit à la propriété de descente suivante, décrivant le comportement de la suite $(G(x_k))_{k\in\mathbb{N}}$, où $(x_k)_{k\in\mathbb{N}}$ est une suite générée par l'algorithme (1) (ou (2)).

Proposition 1. Il existe $\mu \in]0, +\infty[$ tel que,

$$(\forall k \in \mathbb{N}) \quad G(x_{k+1}) \le G(x_k) - \frac{\mu}{2} ||x_{k+1} - x_k||^2.$$

Supposons de plus que le critère G satisfasse l'inégalité de Kurdyka-Łojasiewicz [7], i.e., pour tout $\xi \in \mathbb{R}$ et pour tout sous-espace borné E de \mathbb{R}^N , il existe trois constantes $\kappa > 0, \zeta > 0$ et $\theta \in [0, 1]$ telles que,

$$(\forall r(x) \in \partial R(x)) \quad \|\nabla F(x) + r(x)\| \ge \kappa |G(x) - \xi|^{\theta},$$

pour tout $x \in E$ tel que $|G(x) - \xi| \le \zeta$.

Sous les hypothèses considérées, le théorème suivant nous permet de décrire le comportement asymptotique des suites $(x_k)_{k\in\mathbb{N}}$ et $(y_k)_{k\in\mathbb{N}}$ générées par l'algorithme (1) (ou (2)).

Théorème 1. Si les conditions suivantes sont vérifiées :

- (i) $0 < \inf_{\ell \in \mathbb{N}} (\lambda_{\ell} \gamma_{\ell}) et \sup_{\ell \in \mathbb{N}} (\lambda_{\ell} \gamma_{\ell}) < 2$,
- (ii) pour tout $k \in \mathbb{N}$, $0 < \inf_{\ell \in \mathbb{N}} \lambda_{\ell} \le \lambda_k \le 1$,
- (iii) il existe $\eta \in]0,1]$ tel que, pour tout $k \in \mathbb{N}$,

$$G(x_{k+1}) \le (1 - \underline{\eta})G(x_k) + \underline{\eta}G(y_k),$$

alors $\lim_{k\to+\infty} x_k = \lim_{k\to+\infty} y_k = \hat{x}$, où \hat{x} est un point critique de G, et les suites $(G(x_k))_{k\in\mathbb{N}}$ et $(G(y_k))_{k\in\mathbb{N}}$ convergent toutes deux vers $G(\hat{x})$.

Remarquons que beaucoup de fonctions satisfont l'inégalité de Kurdyka-Łojasiewicz. C'est en particulier le cas pour les fonctions réelles analytiques et semi-algébriques. D'autre part si, pour tout $k \in \mathbb{N}$, x_{k+1} est choisi tel que $G(x_{k+1}) \leq G(y_k)$ (c'est le cas en particulier pour $\lambda_k \equiv \eta \equiv 1$), alors la condition (iii) est vérifiée.

Le critère G n'étant pas convexe, le théorème 1 n'assure la convergence des suites $(x_k)_{k\in\mathbb{N}}$ et $(y_k)_{k\in\mathbb{N}}$ que vers un minimiseur local de G. Il est donc utile d'introduire le corollaire suivant qui permet d'assurer sa convergence locale vers un minimiseur global. **Corollaire 1.** Sous les mêmes conditions que le théorème 1, s'il existe v > 0 tel que

$$G(x_0) \le \inf_{x \in \mathbb{R}^N} G(x) + v,$$

alors $(x_k)_{k\in\mathbb{N}}$ et $(y_k)_{k\in\mathbb{N}}$ convergent toutes deux vers un minimiseur de G.

3 Application au problème de reconstruction d'image

3.1 Modèle

Afin d'illustrer les performances de l'algorithme VMFB, nous considérons un problème de reconstruction d'image en tomographie parallèle [9] en présence de bruit gaussien dépendant. Les observations sont de la forme :

$$(\forall m \in \{1, \dots, M\})$$
$$z^{(m)} = [H\bar{x}]^{(m)} + \sqrt{\alpha^{(m)}[H\bar{x}]^{(m)} + \beta^{(m)}}w^{(m)}, \quad (5)$$

où $H \in [0, +\infty[^{M \times N}]$ est une matrice de Radon, $[Hx]^{(m)}$ est la *m*-ème composante de Hx, $(\alpha^{(m)})_{1 \le m \le M} \in [0, +\infty[^{M}, (\beta^{(m)})_{1 \le m \le M} \in]0, +\infty[^{M}]$ et $(w^{(m)})_{1 \le m \le M}$ est une réalisation d'un vecteur aléatoire gaussien de moyenne nulle et de matrice de covariance I_M . Le modèle d'observation (5) se rencontre dans de nombreux systèmes d'imagerie [10] dans lesquels les acquisitions sont dégradées par un bruit signal-dépendant lié au comptage de photons, et un bruit indépendant électronique. Le bruit gaussien dépendant peut être également vu comme une approximation au second ordre du bruit Poisson-gaussien fréquemment considéré en imagerie médicale. Le terme d'attache aux données est défini, pour tout $x \in [0, +\infty[^{N}, \text{ comme étant l'anti-log-vraisemblance des données : <math>F(x) = F_1(x) + F_2(x)$, où

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \rho_1([Hx]^{(m)}) \text{ et } F_2(x) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \rho_2([Hx]^{(m)}),$$

et, pour tout $u \in [0, +\infty[$,

$$\rho_1(u) = \frac{(u - z^{(m)})^2}{\alpha^{(m)}u + \beta^{(m)}} \text{ et } \rho_2(u) = \log(\alpha^{(m)}u + \beta^{(m)}).$$

D'autre part, une régularisation hybride est considérée :

$$R = \iota_{[x_{\min}, x_{\max}]^N} + \sum_{j=1}^J \vartheta^{(j)} |[W \cdot]^{(j)}|, \tag{6}$$

où $\iota_{[x_{\min}, x_{\max}]^N}$ est la fonction indicatrice du pavé $[x_{\min}, x_{\max}]^N, W \in \mathbb{R}^{J \times N}$ et $(\vartheta^{(j)})_{1 \leq j \leq J} \in [0, +\infty[^J.$

3.2 Construction de la majorante

L'algorithme que nous avons proposé se base sur le choix de matrices $(A_k)_{k \in \mathbb{N}}$ qui doivent satisfaire les équations (3) et (4). Pour construire de telles matrices, remarquons que la fonction F est additivement séparable et que, pour tout $m \in \{1, \ldots, M\}$, $\rho_1^{(m)}$ est convexe et $\rho_2^{(m)}$ est concave. Dans ce cas, pour tout $k \in \mathbb{N}$, si x_k est généré par la kème itération de l'algorithme (1) (ou (2)), une fonction majorante de F_2 sur $[0, +\infty]^N$ en x_k est donnée par

$$(\forall x \in \mathbb{R}^N) \quad Q_2(x, x_k) = F_2(x_k) + (x - x_k)^\top \nabla F_2(x_k).$$

D'autre part, grâce à la convexité des fonctions $(\rho_1^{(m)})_{1 \leq m \leq M}$ et la stricte concavité de leurs dérivées, en se basant sur une approche similaire à celle suivie dans [11], le lemme suivant permet de construire une fonction majorante de F_1 en x_k .

Théorème 2. [8, Lem. 4.1] Pour tout $k \in \mathbb{N}$, une majorante de F_1 sur $[0, +\infty[^N \text{ en } x_k \text{ est donnée, pour tout } x \in \mathbb{R}^N, par$

$$Q_1(x, x_k) = F_1(x_k) + (x - x_k)^\top \nabla F_1(x_k) + \frac{1}{2} (x - x_k)^\top A_k(x - x_k),$$

où, pour $H \in [0, +\infty]^{M \times N}$,

$$A_k = \operatorname{Diag}\left(P^{\top}\omega(Hx_k)\right) + \varepsilon \operatorname{I}_N$$

$$\begin{split} \varepsilon \geq 0, \ P &= \left(P^{(m,n)}\right)_{1 \leq m \leq M, 1 \leq n \leq N} \ est \ la \ matrice \ dont \ les \\ \acute{eléments} \ sont \ donnés, \ pour \ tout \ (m,n) \in \{1,\ldots,M\} \times \\ \{1,\ldots,N\}, \ par \ P^{(m,n)} &= \ H^{(m,n)} \sum_{p=1}^{N} H^{(m,p)}, \ et \\ \omega &: u \in [0, +\infty[\mapsto (\omega^{(m)}(u))_{1 \leq m \leq M} \ avec, \ pour \ tout \ m \in \\ \{1,\ldots,M\} \ et \ pour \ tout \ u \in [0, +\infty[, \\ \end{split}$$

$$\omega^{(m)}(u) = \begin{cases} \ddot{\rho}_1^{(m)}(0) & si \ u = 0, \\ \frac{\rho_1^{(m)}(0) - \rho_1^{(m)}(u) + u\dot{\rho}_1^{(m)}(u)}{u^2} & si \ u > 0. \end{cases}$$

3.3 Implémentation de l'étape implicite

À chaque itération $k \in \mathbb{N}$ de l'algorithme (1), l'étape correspondant au calcul de l'opérateur proximal de R en $\tilde{x}_k = x_k - \gamma_k A_k^{-1} \nabla F(x_k)$ relatif à la métrique induite par $\gamma_k^{-1} A_k$ s'écrit

$$y_k = \underset{x \in \mathbb{R}^N}{\operatorname{argmin}} R(x) + \frac{1}{2} \|x - \tilde{x}_k\|_{\gamma_k^{-1}A_k}^2.$$

La présence de la matrice W dans (6) nous empêche ici de déterminer y_k de manière explicite. Nous proposons donc de le calculer de façon itérative en utilisant l'algorithme Explicite-Implicite Dual (*Dual Forward-Backward* [12]).

3.4 Résultats

Nous présentons les résultats obtenus lorsque l'image originale \bar{x} correspond à une coupe du fantôme Zubal [13] de dimension $N = 128 \times 128$, où $x_{\min} = 0$ et $x_{\max} = 1$, et H modélise M = 16384 projections parallèles à partir d'acquisitions de 128 lignes et 128 angles. Pour tout $m \in \{1, \ldots, M\}$, nous prenons $\alpha^{(m)} = 0.01$ et $\beta^{(m)} = 0.1$. En ce qui concerne W, nous utilisons une transformation en ondelettes redondantes de Daubechies d'ordre 8 sur 3 niveaux de résolution. Cette décomposition correspond à une trame à l'analyse ajustée (*tight frame*) de constante égale à 64. Les paramètres $(\vartheta^{(j)})_{1 \leq j \leq J}$ sont choisis de façon à maximiser le RSB entre \bar{x} et \hat{x} défini par

$$RSB = 10 \log_{10} \left(\frac{\|\bar{x}\|^2}{\|x - \bar{x}\|^2} \right).$$

Les figures 1(a)-(b) représentent les projections bruitées et l'image reconstruite par la méthode proposée. De plus, les figures 1(c)-(d) illustrent les variations de $(G(x_k) - G(\hat{x}))_k$ et de $(||x_k - \hat{x}||)_k$ en fonction du temps de calcul pour les algorithmes VMFB, FB [7] et FISTA [4]. Pour VMFB, le paramètre de relaxation est fixé à $\lambda_k \equiv 1$. Les résultats de FB et de VMFB sont présentés pour deux valeurs du pas : $\gamma_k \equiv 1$ et $\gamma_k \equiv 1.9$. Nous observons que le second choix conduit à de meilleurs résultats en terme de vitesse de convergence. De plus, nous remarquons que l'introduction de la métrique variable permet d'accélérer la vitesse de convergence du critère ainsi que celle des itérées.



FIGURE 1 – Projections bruitées (a), image restaurée, RSB=18.9 dB (b) et comparaisons entre l'algorithme VMFB avec $\gamma_k \equiv 1$ (traits fins continus) et $\gamma_k \equiv 1.9$ (traits épais continus), l'algorithme FB avec $\gamma_k \equiv 1$ (traits fins discontinus) et $\gamma_k \equiv 1.9$ (traits épais discontinus) et FISTA (traits pointillés) en terme de convergence du critère (c) et des itérées (d).

4 Conclusion

Nous avons proposé un algorithme Explicite-Implicite accéléré par l'introduction d'une métrique variable. Le choix de cette métrique est basé sur la théorie MM. La convergence de l'algorithme est assurée dans le cas où Fest une fonction (non nécessairement convexe) différentiable, de gradient Lipschitz et R est une fonction (non nécessairement différentiable) convexe.

Les résultats de convergence présentés dans la section 2 nous ont permis de traiter un problème de reconstruction d'image en tomographie dans le cas d'un bruit gaussien dépendant. Les résultats obtenus montrent que notre algorithme se compare favorablement à l'algorithme FB classique et à ses formes accélérées telles que FISTA.

Références

- D. P. Bertsekas. Nonlinear Programming. 2nd edn. Athena Scientific, Belmont, MA, 1999.
- [2] M. Allain, J. Idier et Y. Goussard. On global and local convergence of half-quadratic algorithms. IEEE Trans. Image Process., vol. 15, no. 5, pp. 1130-1142, Mai 2006.
- [3] H. H. Bauschke et P. L. Combettes. Convex Analysis and Monotone Operator Theory in Hilbert Spaces. Springer, New York, 2011.
- [4] A. Beck et M. Teboulle. Fast gradient-based algorithms for constrained total variation image denoising and deblurring problems. IEEE Trans. Image Process., vol. 16, pp 2419-2434, Nov. 2009.
- [5] P. L. Combettes et B. C. Vũ. Variable metric forwardbackward splitting with applications to monotone inclusions in duality. À paraître dans Optimization, 2013. Disponible sur http://arxiv.org/abs/1206.6791.
- S. Becker et J. Fadili. A quasi-Newton proximal splitting method. Rap. Tech., 2012. Disponible sur http://arxiv. org/abs/1206.1156.
- [7] H. Attouch, J. Bolte et B. F. Svaiter. Convergence of descent methods for semi-algebraic and tame problems : proximal algorithms, forward-backward splitting, and regularized Gauss-Seidel methods. Math. Program., vol. 137, pp. 91-129, Fév. 2011.
- [8] E. Chouzenoux, J.-C. Pesquet et A. Repetti. Variable metric forward-backward algorithm for minimizing the sum of a differentiable function and a convex function. Rap. Tech., 2013. Disponible sur http://www.optimization-online.org/DB_HTML/2013/ 01/3749.html.
- [9] M. Slaney et A. Kak. Principles of computerized tomographic imaging. SIAM Classics in Applied Mathematics, Philadelphia, 1988.
- [10] J. R. Janesick. *Photon transfer*. SPIE Press Book, Bellingham WA, vol. PM170, 2007.
- [11] H. Erdogan et J. A. Fessler. Monotonic algorithms for transmission tomography. IEEE Trans. Med. Imag., vol. 18, no. 9, pp. 801-814, Sep. 1999.
- [12] P. L. Combettes, D. Dũng et B. C. Vũ. Proximity for sums of composite functions. J. Math. Anal. Appl., vol. 380, no. 2, pp. 680-688, Août 2011.
- [13] I. G. Zubal, C. R. Harrell, E. O. Smith, Z. Rattner, G. Gindi et P. B. Hoffer. *Computerized three-dimensional* segmented human anatomy. Med. Phys., vol. 21, pp. 299-302, 1994.