

Une analyse informationnelle du codage trichromatique des spectres lumineux.

Landry BENOIT¹, Étienne BELIN¹, David ROUSSEAU², François CHAPEAU-BLONDEAU¹

¹Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Automatisés (LISA),
Université d'Angers, 62 avenue Notre Dame du Lac, 49000 Angers, France.

²Université de Lyon, CREATIS; CNRS UMR 5220; INSERM U1044;
Université Lyon 1; INSA-Lyon; 69621 Villeurbanne, France.

landry.benoit@etud.univ-angers.fr, etienne.belin@univ-angers.fr
david.rousseau@univ-lyon1.fr, francois.chapeau-blondeau@univ-angers.fr

Résumé – Pour la trichromacie, qui représente un spectre lumineux continu au moyen de trois composantes scalaires, nous élaborons un modèle informationnel basé sur une description statistique de la dynamique des photons individuels. Le codage trichromatique est modélisé comme un canal informationnel dont l'information mutuelle entrée–sortie permet de mesurer et d'optimiser la performance. Une application est présentée, via le couplage à l'imagerie hyperspectrale, pour la caractérisation de structures en biologie végétale. Le modèle permet d'envisager la définition de systèmes bas-coût éclairage–photodétecteurs optimisant l'extraction d'information des spectres lumineux.

Abstract – For trichromacy, which represents a continuous light spectrum by means of three scalar components, an information-theoretic model is worked out based on a statistical description of the dynamics of individual photons. The trichromatic coding is modeled as an information channel whose input–output mutual information allows one to measure and optimize the performance. An application is presented, through connexion with hyperspectral imaging, to the characterization of structures from plant biology. The model allows one to address the definition of low-cost illumination–photodetectors systems optimizing information extraction from light spectra.

1 La problématique

La trichromacie représente un spectre lumineux continu par trois composantes ou coordonnées scalaires. Ce procédé est universellement mis en œuvre par le système visuel humain et par les caméras RGB, pour représenter les spectres lumineux colorés de notre environnement. On peut intuitivement escompter une réduction importante de l'information accessible lorsqu'un spectre continu est remplacé par trois coordonnées scalaires. Toutefois, le système visuel et les caméras RGB s'accommodent de ce type de représentation réduite des spectres lumineux et forment des images couleur visant (atteignant) une discrimination efficace des objets de l'environnement dans les scènes naturelles. Les images couleur ainsi produites sont utiles pour leur contenu informationnel. Il apparaît donc ainsi pertinent de chercher à caractériser d'une manière *informationnelle* le procédé de trichromacie. Nous élaborons ici une proposition dans ce sens.

Pour une caractérisation informationnelle, il est naturel de se tourner vers la théorie de l'information de Shannon [1]. Celle-ci opère dans un cadre statistique. Cependant, les spectres lumineux ne sont pas d'emblée des objets statistiques univoques, c'est-à-dire des objets qui revêtiraient une signification statistique, a fortiori unique, s'imposant comme telle. Pour formaliser les spectres lumineux dans un cadre statistique, différentes

approches peuvent être envisagées, que l'on peut situer par analogie avec les images. Une image, d'emblée, ne s'impose pas non plus comme un objet statistique. Si l'on souhaite formaliser une image dans un cadre statistique, une approche commune consiste à assimiler l'image à une ou des réalisations d'un processus statistique. Une image peut ainsi être identifiée à une réalisation tirée d'un ensemble statistique d'images, ou bien, chaque pixel d'une image peut être considéré comme une réalisation d'un processus statistique. L'image donne ainsi accès à des réalisations d'un processus statistique. Les réalisations peuvent alors être combinées pour estimer les distributions statistiques du processus sous-jacent. C'est essentiellement ce type d'approche qui a été exploitée pour des descriptions informationnelles sur les spectres en imagerie [2, 3].

Une autre approche, distincte, consiste à considérer une image, non plus comme une réalisation d'une distribution statistique, mais comme une distribution statistique en elle-même. Ce type d'approche a été plutôt introduite en imagerie lors d'études informationnelles comme l'application du principe de maximum d'entropie [4, 5]. Cette approche peut notamment être légitimée via la loi des grands nombres, lorsque des photons très nombreux se trouvent à l'origine de la constitution physique des images observées. C'est ce type d'approche que nous allons exploiter ici, de façon originale, pour établir le cadre statistique utile à la formalisation informationnelle du codage tri-

chromatique des spectres lumineux. Les spectres lumineux seront considérés comme des distributions de probabilité concernant la dynamique des photons individuels. Sur cette base, nous montrons comment l'on peut construire une mesure d'information mutuelle caractérisant le codage trichromatique des spectres. Puis, pour apprécier l'apport et la signification du modèle informationnel, nous donnons une illustration sur un exemple de spectres de réflectance issus de structures végétales.

2 Le modèle informationnel

Un dispositif de trichromacie comme la vision photopique de la rétine ou le capteur tri-CCD d'une caméra RGB, pour un spectre continu noté $S(\lambda)$, de support $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$, produit trois composantes scalaires $(R, G, B) = (S_1, S_2, S_3)$ en général via une intégration pondérée de la forme

$$S_i = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} f_i(\lambda) S(\lambda) d\lambda, \quad i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

où $f_i(\lambda)$ représente la sensibilité spectrale du photodétecteur $i = 1, 2, 3$.

Afin d'élaborer un modèle appuyé sur la théorie de l'information, nous décrivons le procédé de trichromacie dans un cadre statistique opérant au niveau de chaque photon individuel. Le spectre lumineux "macroscopique" est usuellement défini comme une mesure d'énergie ou de puissance rayonnée par unité de longueur d'onde. Nous choisissons plutôt de compter les photons, et donc en divisant par l'énergie hc/λ portée par un photon de longueur d'onde λ , le spectre lumineux $S(\lambda)$ est défini comme le nombre de photons rayonnés par unité de longueur d'onde. De plus, via une normalisation appropriée sur son support $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$, le spectre $S(\lambda)$ est amené à représenter la densité de probabilité qu'un photon rayonné par la source le soit à la longueur d'onde λ , ou plus précisément dans le domaine infinitésimal $[\lambda, \lambda + d\lambda]$. Quand un très grand nombre N de photons sont émis par la source radiative, une fraction $NS(\lambda)d\lambda$ est émise à la longueur d'onde λ , ce qui s'accorde avec l'interprétation du spectre avant normalisation comme un compte de photons.

Dans notre approche, la réponse des photodétecteurs est aussi modélisée au niveau de chaque photon individuel, de façon probabiliste. Nous considérons que chaque photon de longueur d'onde λ incident sur le capteur trichromatique, présente une probabilité $f_i(\lambda)$ d'être détecté par le photodétecteur i . La probabilité $f_i(\lambda)$ dépend de la longueur d'onde afin de prendre en compte une sensibilité spectrale fonction de la longueur d'onde pour le photodétecteur i . Quand un très grand nombre N de photons sont émis par la source, une fraction $NS(\lambda)d\lambda$ est émise à la longueur d'onde λ , parmi laquelle une fraction $f_i(\lambda)NS(\lambda)d\lambda$ est détectée par le photodétecteur i . Par intégration sur tout le domaine spectral, le nombre total N_i de photons détectés par le photodétecteur i est

$$N_i = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} f_i(\lambda) NS(\lambda) d\lambda, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2)$$

ce qui s'accorde à la description macroscopique d'une intégration pondérée de la lumière incidente pour construire la réponse globale du photodétecteur, comme traduite par l'Éq. (1) en termes énergétiques plutôt qu'en nombre de photons.

La consistance de la description probabiliste impose

$$P_{\text{det}}(\lambda) = \sum_{i=1}^M f_i(\lambda) \leq 1 \quad (3)$$

pour tout λ , où $P_{\text{det}}(\lambda)$ dans l'Éq. (3) est la probabilité globale qu'un photon incident à λ soit détecté dans le capteur trichromatique, par absorption due à l'un ou l'autre de ces trois types de photorécepteurs. De plus,

$$P_{\text{lost}}(\lambda) = 1 - P_{\text{det}}(\lambda) = 1 - \sum_{i=1}^M f_i(\lambda) \quad (4)$$

est la probabilité qu'un photon incident soit manqué par le capteur trichromatique.

Pour chaque photon, on note Y la variable aléatoire décrivant l'événement de photodétection survenant dans le capteur trichromatique. Un photon émis par la source, globalement, est détecté par le photodétecteur i avec la probabilité

$$P(Y = i) = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} f_i(\lambda) S(\lambda) d\lambda, \quad i = 1, 2, 3, \quad (5)$$

consistant avec le compte global N_i de l'Éq. (2); ou bien le photon est manqué par le capteur trichromatique avec la probabilité

$$P(Y = 0) = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} P_{\text{lost}}(\lambda) S(\lambda) d\lambda. \quad (6)$$

De cette façon, la détection d'un photon incident sur le capteur trichromatique, est modélisée comme un événement aléatoire Y à quatre issues, consistant en une détection par un photodétecteur i avec la probabilité $P(Y = i)$ de l'Éq. (5) pour $i = 1, 2, 3$, ou bien en un photon manqué avec la probabilité $P(Y = 0)$ de l'Éq. (6). On peut alors définir l'entropie $H(Y)$ du processus de détection comme [1]

$$H(Y) = - \sum_{i=0}^3 P(Y = i) \log[P(Y = i)]. \quad (7)$$

D'une façon similaire, l'émission d'un photon par la source lumineuse est modélisée comme un événement aléatoire X décrivant la longueur d'onde λ à laquelle le photon est émis, avec l'issue $X \in [\lambda, \lambda + d\lambda]$, ou de façon plus concise $X = \lambda$, survenant avec la probabilité

$$\Pr\{X \in [\lambda, \lambda + d\lambda]\} = S(\lambda) d\lambda, \quad (8)$$

ou autrement dit, l'émission d'un photon par la source est modélisée par une variable aléatoire (continue) correspondant à sa longueur d'onde.

Le procédé de trichromacie représentant un spectre continu $S(\lambda)$ par trois mesures scalaires délivrées par les trois types de photodétecteurs, est ainsi décrit comme un canal informationnel d'entrée X et de sortie Y . Une information mutuelle

entrée–sortie $I(X; Y)$ peut être définie pour un tel canal comme [1]

$$I(X; Y) = H(Y) - H(Y|X), \quad (9)$$

où $H(Y)$ est l'entropie de sortie de l'Éq. (7), et l'entropie conditionnelle entrée–sortie

$$H(Y|X) = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} H(Y|X = \lambda)S(\lambda)d\lambda, \quad (10)$$

avec

$$H(Y|X = \lambda) = - \sum_{i=1}^3 f_i(\lambda) \log[f_i(\lambda)] - P_{\text{lost}}(\lambda) \log[P_{\text{lost}}(\lambda)]. \quad (11)$$

En rassemblant les Éqs. (11), (10) et (7) on accède à l'information mutuelle $I(X; Y)$ de l'Éq. (9). De cette façon l'information mutuelle entrée–sortie offre une évaluation quantitative de l'efficacité du codage trichromatique. On peut en particulier évaluer le rôle des sensibilités spectrales $f_i(\lambda)$ des photodétecteurs, optimiser ces sensibilités $f_i(\lambda)$ si elles possèdent des paramètres ajustables. On peut également examiner l'influence du spectre d'entrée, déterminer la forme du spectre d'entrée le mieux adapté à un capteur trichromatique fixé en maximisant $I(X; Y)$, ou varier l'éclairage de la scène d'entrée, qui influence les spectres lumineux d'entrée, afin de maximiser $I(X; Y)$.

3 Illustration

Pour illustration, nous considérons des spectres d'entrée formés par un ensemble statistique de spectres de réflectance provenant de structures végétales (Fig. 1). Une version très résolue des spectres est mesurée par une caméra hyperspectrale possédant 107 bandes spectrales d'égales largeurs sur le domaine visible $\lambda \in [\lambda_{\min} = 400 \text{ nm}, \lambda_{\max} = 800 \text{ nm}]$. Deux spectres de référence sont montrés sur la Fig. 1, qui sont des spectres de réflectance produits en lumière blanche par la pulpe de pomme de deux variétés différentes. Chacune des deux classes des spectres (des deux variétés de pomme) est représentée en nombre égal dans notre ensemble statistique d'entrée, et nous considérons l'adaptation de la trichromacie au spectre moyen. Le capteur trichromatique est constitué de trois types de sensibilité spectrale $f_i(\lambda)$ de forme gaussienne (qui représente un modèle physique réaliste [6, 7]), de largeur spectrale w_i et longueur d'onde centrale λ_i , pour $i = 1$ à 3. On peut réaliser une optimisation multiparamétrique de $I(X; Y)$ en les (λ_i, w_i) . Une situation simple consiste par exemple à fixer une largeur commune ajustable $w_i = w$ pour $i = 1$ à 3, et imposer deux des longueurs d'onde centrales dans le domaine visible [400 nm, 800 nm] à $\lambda_1 = 500 \text{ nm}$ et $\lambda_3 = 700 \text{ nm}$. On cherche alors à déterminer les deux paramètres ajustables (w, λ_2) des photodétecteurs de façon à maximiser l'information mutuelle entrée–sortie $I(X; Y)$.

La Figure 2 montre l'évolution de l'information mutuelle $I(X; Y)$ de l'Éq. (9) dans le plan des paramètres ajustables (w, λ_2) . On voit clairement une influence non monotone de

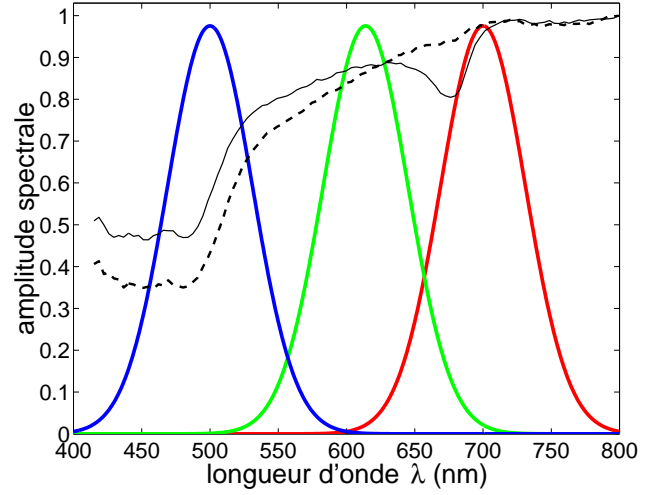


FIGURE 1 – En noir : Deux spectres de référence provenant de deux variétés de pomme. Les trois courbes en couleur représentent les sensibilités spectrales $f_i(\lambda)$ optimales maximisant l'information mutuelle $I(X; Y)$ de la Fig. 2.

chaque paramètre, avec une configuration optimale ($w^{\text{opt}} = 44$, $\lambda_2^{\text{opt}} = 614$) nm maximisant l'information mutuelle $I(X; Y)$.

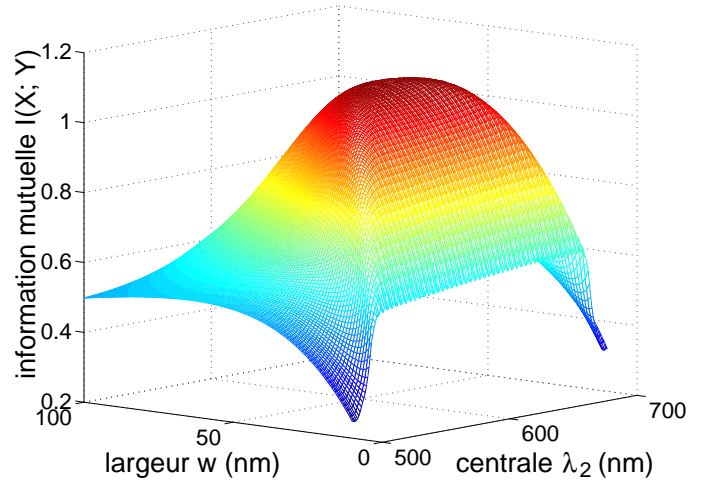


FIGURE 2 – Information mutuelle $I(X; Y)$ de l'Éq. (9) en fonction des paramètres ajustables (w, λ_2) des sensibilités spectrales $f_i(\lambda)$ des photodétecteurs. La largeur spectrale optimale $w^{\text{opt}} = 44 \text{ nm}$ et la longueur d'onde centrale optimale $\lambda_2^{\text{opt}} = 614 \text{ nm}$ maximisent l'information mutuelle $I(X; Y)$ et définissent les sensibilités spectrales $f_i(\lambda)$ optimales de la Fig. 1.

Une largeur spectrale w trop faible ne permet pas aux photodétecteurs de couvrir efficacement le domaine spectral du visible, alors qu'une largeur w trop grande dégrade le pouvoir spectralement discriminant des photodétecteurs. Ceci est quantifié par l'évolution non monotone de $I(X; Y)$ selon w , avec une largeur optimale $w^{\text{opt}} = 44 \text{ nm}$ au maximum de $I(X; Y)$

sur la Fig. 2. De façon similaire, il existe une longueur d'onde centrale optimale $\lambda_2^{\text{opt}} = 614 \text{ nm}$ au maximum de $I(X; Y)$ sur la Fig. 2. Ceci correspond à un arrangement non régulier des sensibilités des trois photodétecteurs sur la Fig. 1, avec un photodétecteur vert légèrement décalé vers le photodétecteur rouge. Cet arrangement optimal déterminé par le maximum de $I(X; Y)$ est cohérent avec des spectres d'entrée présentant une plus grande amplitude de signal utile dans la gamme des longueurs d'ondes élevées du domaine visible $\lambda \in [400, 800] \text{ nm}$.

Les résultats des Figs. 1–2 et leur interprétation aboutissent à un paramétrage optimal des courbes de sensibilité des photodétecteurs qui s'accorde avec une compréhension qualitative intuitive de ce que peut être un paramétrage “raisonnable” pour extraire efficacement de l'information des spectres. L'apport du modèle informationnel réside dans la réponse *quantitative* explicite qu'il fournit, et qui s'accorde avec l'intuition qualitative d'une réponse raisonnable informationnellement. Aboutir ainsi, au sujet de l'information dans les spectres, à une solution quantitative explicite qui rejoint l'intuition raisonnable, constitue un élément de validation significatif pour le modèle informationnel parti de la dynamique des photons individuels.

4 Discussion

Des applications que nous envisageons concernent l'exploitation du modèle informationnel pour l'optimisation des représentations trichromatiques des spectres de structures végétales. Les végétaux possèdent des spectres de réflectance révélateurs de leur constitution, avec des caractéristiques utiles dans le visible mais aussi dans le proche infrarouge où la réflectance des végétaux est forte. L'imagerie multispectrale ou hyperspectrale appliquée aux végétaux s'est développée de façon importante dans le contexte de la télédétection par imagerie embarquée aérienne ou satellitaire. Elle se développe maintenant pour les observations en champ proche, en éclairage contrôlé, applicables à des observations de précision sur de nombreux objets biologiques [8, 9]. À partir d'images hyperspectrales avec des spectres très résolus, il est possible d'utiliser le modèle informationnel pour concevoir des capteurs trichromatiques optimisés et de bas coût. On pourra ainsi combiner d'une façon optimale les sources lumineuses (LED) et les détecteurs optiques (photodiode) facilement disponibles, afin d'élaborer, pour s'affranchir d'un imageur hyperspectral onéreux, des capteurs bas-coût optimisés, adaptés à l'observation en trichromacie de structures végétales, avec une répartition optimale de la mesure dans les bandes visibles et infrarouges riches en information.

L'exemple des Figs. 1–2 qui maximise l'information mutuelle entre un spectre moyen d'entrée et son codage trichromatique, est plutôt conçu pour optimiser la représentation, et donc l'observation, d'images hyperspectrales (de coupes de pommes ici) appartenant à l'ensemble statistique d'entrée. D'autres tâches de traitement de l'information peuvent être envisagées, comme par exemple la classification automatique à partir d'images hyperspectrales de variétés de pommes ou de structures biologiques saines ou pathologiques [8, 9]. Dans ce cas, des

mesures informationnelles de distance ou de dissimilarité pourraient être introduites et optimisées dans le cadre du présent modèle.

Des caractérisations plus poussées du modèle informationnel sont préalablement appropriées, afin notamment de mieux apprécier ses apports, et comment les mesures quantitatives informationnelles corrélerent avec des inspections visuelles ou des traitements automatisés comme la classification de structures végétales à partir des spectres, ou d'images hyperspectrales, dans le visible et l'infrarouge.

Remerciements

L. Benoit remercie Angers Loire Métropole et le GEVES-SNES de leur soutien financier pour la préparation de son doctorat. Le soutien de la Région Pays de la Loire est aussi reconnu.

Références

- [1] T. M. Cover, J. A. Thomas, *Elements of Information Theory*. New York : Wiley, 1991.
- [2] D. H. Foster, I. Marín-Franch, K. Amano, S. M. C. Nascimento, “Approaching ideal observer efficiency in using color to retrieve information from natural scenes,” *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 26, pp. B14–B24, 2009.
- [3] S. Le Moan, A. Mansouri, Y. Voisin, J. Y. Hardeberg, “A constrained band selection method based on information measures for spectral image color visualization,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 49, pp. 5104–5115, 2011.
- [4] B. R. Frieden, “Restoring with maximum likelihood and maximum entropy,” *Journal of the Optical Society of America*, vol. 62, pp. 511–518, 1972.
- [5] B. R. Frieden, “Maximum-information data processing : Application to optical signals,” *Journal of the Optical Society of America*, vol. 71, pp. 294–303, 1981.
- [6] J. Hernández-Andrés, J. I. Nieves, E. M. Valero, J. Romero, “Spectral-daylight recovery by use of only a few sensors,” *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 21, pp. 13–23, 2004.
- [7] V. Cheung, S. Westland, C. Li, J. Hardeberg, D. Connah, “Characterization of trichromatic color cameras by using a new multispectral imaging technique,” *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 22, pp. 1231–1240, 2005.
- [8] C. H. Bock, G. H. Poole, P. E. Parker, G. T. R., “Plant disease severity estimated visually, by digital photography and image analysis, and by hyperspectral imaging,” *Critical Reviews in Plant Sciences*, vol. 29, pp. 59–107, 2010.
- [9] A. K. Mahlein, U. Steiner, C. Hillnhütter, H. W. Dehne, E. C. Oerke, “Hyperspectral imaging for small-scale analysis of symptoms caused by different sugar beet diseases,” *Plant Methods*, vol. 8 :3, pp. 1–13, 2012. ■