

# Séparation de sources non négatives parcimonieuses appliquée aux spectres Brillouin acquis par capteur à fibre optique

EDOUARD BUCHOUD<sup>1,3</sup>, JEROME I. MARS<sup>1</sup>, VALERIU VRABIE<sup>2</sup>, GUY D'URSO<sup>3</sup>, ALEXANDRE GIRARD<sup>3</sup>, SYLVAIN BLAIRON<sup>3</sup>, JEAN-MARIE HENAULT<sup>3</sup>

<sup>1</sup>GIPSA-Lab,

11 rue des mathématiques, BP 46, 38402 Grenoble, France

<sup>2</sup>CRESTIC

Moulin de la Housse, 51867 Reims

<sup>3</sup>EDF R&D

6 quai Watier, 78400 Chatou, France

<sup>1</sup>edouard.buchoud@edf.fr, jerome.mars@gipsa-lab.grenoble-inp.fr,

<sup>2</sup>valeriu.vrabie@univ-reims.fr,

<sup>3</sup>guy.durso@edf.fr, alexandre.girard@edf.fr, sylvain.blairon@edf.fr, jean-marie.henault@edf.fr

**Résumé** – La surveillance d’ouvrage de grande ampleur est une problématique importante au sein d’EDF (Electricité de France). Un capteur à fibre optique permet de mesurer la déformation de manière répartie avec un pas de mesure de 40cm sur plusieurs kilomètres. A chaque distance interrogée, un spectre Brillouin est acquis. Ce spectre est centré sur une fréquence Brillouin sensible à la température et à la déformation imposée par l’ouvrage à la fibre optique. Si la déformation est non uniforme, alors le spectre est distordu. Nous proposons une méthode de Factorisation de Matrices Non négatives (FMN) afin de décomposer le spectre sur une base de spectres Brillouin élémentaires. Un algorithme basé sur leurs amplitudes relatives permet d’estimer la déformation avec une nouvelle résolution spatiale de l’ordre d’un centimètre. Cette méthodologie est testée sur des données expérimentales acquises en milieu contrôlé. La comparaison avec une mesure de référence montre la validité de cette approche.

**Abstract** – Structure Health Monitoring (SHM) is an important issue in EDF. An optical fiber sensor enables to acquire distributed strain measurements with a spatial sampling of 40cm over several kilometers. For every sensing point, a Brillouin spectrum is acquired centered on the Brillouin frequency sensitive to temperature and strain into the optical fiber. If the strain is non uniform within the integration base, then the spectrum will be distorted. A method of Non negative Matrix Factorization (NMF) enables to decompose it into several spectral components, centered on local Brillouin frequencies. A method enables to link their amplitudes to their positions within the integration base. Thus, the presented methodology enables to estimate a centimeter strain profile. It is successfully tested on experimental controlled data set. The comparison with a reference measurement enables to validate the presented methodology which permits a better sampling resolution and strain sensitivity.

## 1 Introduction

EDF possédant un parc de production hydro-électrique de grande ampleur, doit garantir la sécurité et l’exploitation de ces ouvrages par une surveillance régulière obligatoire. Une solution économiquement viable et peu intrusive est l’utilisation d’un capteur à fibre optique permettant de fournir des mesures réparties sur plusieurs dizaines de kilomètres. Le capteur est composé d’un appareil optoélectronique, l’Analyseur Optique dans le domaine Temporel (BOTDA), et d’un câble à fibre optique, élément sensible à la température et la déformation. Grâce à la rétrodiffusion de la lumière dans la fibre optique, un spectre Brillouin est acquis en intégrant l’information sur une base de mesure de 1m. L’appareil permet d’acquérir des spectres avec un pas de mesure de 40cm. Un problème inhérent à ce genre de capteur est l’amélioration du pas de mesure. Nous proposons une approche de traitement du signal afin d’améliorer la mesure car il a été démontré que lorsque la déformation est non uniforme sur la base de mesure, le spectre

Brillouin est distordu [5] [1]. Le but est de déterminer les caractéristiques des composantes spectrales contenues dans le spectre distordu : leurs fréquences et amplitudes. Pour cela, nous appliquons la méthode de Factorisation en Matrices Non négatives (FMN) permettant de décomposer le spectre sur une base prédéfinie de composantes spectrales. Un critère de parcimonie, proportionnel à la distorsion du spectre, est aussi introduit pour contrôler le nombre de composantes à déterminer. Cette méthodologie nous permet d’améliorer la sensibilité de l’appareil en déformation et d’avoir nouvelle résolution spatiale de l’ordre du centimètre. Elle est appliquée sur des mesures acquises en laboratoire et confrontée à une mesure de référence.

## 2 Mesures de déformation par capteur fibre optique

### 2.1 Acquisition de spectres Brillouin

Un capteur par fibre optique se compose de deux parties : un appareil optoélectronique BOTDA, appelé aussi interrogateur, et un câble à fibre optique. Le

premier envoi une impulsion lumineuse monochromatique dans la fibre optique et analyse la partie de la lumière rétrodiffusée. La portion de fibre optique interrogée, appelée base de mesure et notée  $w$ , dépend de la durée de l'impulsion lumineuse. Il est possible de la localiser par son centre, noté  $z$ , grâce au temps de propagation de la lumière dans le matériau. Pour une distance  $z_i$ , l'appareil acquiert un spectre Brillouin  $G(v, z_i) \in R_+^{N_f}$  en fonction d'une plage de fréquences  $v = [v, \dots, v + N_f \Delta f]$  où  $\Delta f$  est imposé par le BOTDA. Celui-ci a une distribution lorentzienne, gaussienne ou pseudo-Voigt selon les paramètres de l'appareil optoélectronique. La base de mesure est ensuite décalée d'un pas de mesure noté  $\Delta z$ . Pour une longueur  $L$  de câble à fibre optique,  $N_d = (L-w)/\Delta z$  spectres Brillouin sont acquis. L'appareil fournit donc une matrice de spectres Brillouin :

$$G(v, z) = [G(v, z_1), G(v, z_2), \dots, G(v, z_{N_d})] \in R_+^{N_f \times N_d}.$$

Pour chaque  $z_i$ , le BOTDA estime la fréquence Brillouin, notée  $v_B(z_i)$ , définie comme l'abscisse du maximum du spectre Brillouin. L'appareil mesure ainsi un profil de fréquences Brillouin  $v_B(z_i)$ ,  $i=1, \dots, N_d$  qui dépend de la déformation et la température. La relation suivante permet alors d'estimer le profil de déformation relatif  $\Delta \varepsilon_{C \rightarrow D}(z_i)$  entre deux états de la fibre optique,  $C$  et  $D$  :

$$v_{BD}(z_i) = v_{BC}(z_i) + C_T \Delta T_{C \rightarrow D}(z_i) + C_\varepsilon \Delta \varepsilon_{C \rightarrow D}(z_i), \quad i = 1, \dots, N_d \quad (1)$$

où  $C_T$  et  $C_\varepsilon$  sont des constantes de calibration. Dans notre cas, nous négligeons le profil de température,  $\Delta T_{C \rightarrow D}(z_i)$ , en milieu contrôlé

## 2.2 Distorsion du spectre Brillouin

Lorsque la déformation n'est pas uniforme sur  $w$ , à cause d'événements ponctuels sur la fibre optique, le spectre Brillouin s'avère distordu. Un exemple est fourni en Figure 1.b. Nous pouvons modéliser chaque spectre Brillouin mesuré  $G(v, z_i)$  par la relation suivante :

$$\tilde{G}(v, z_i) = \int_{z_i - w/2}^{z_i + w/2} S_e(v - v_B(x)) dx \quad (2)$$

où  $S_e(v)$  est le spectre Brillouin élémentaire propre à une fibre optique et  $x$  est l'abscisse curviligne de la fibre optique au sein de la base de mesure  $w$ . Lorsque la déformation est uniforme, le spectre mesuré correspond au spectre élémentaire  $S_e(v)$ . Si la déformation est non uniforme sur  $w$  (Figure 1.a), le spectre Brillouin mesuré sera alors distordu : plusieurs composantes spectrales de forme  $S_e(v)$  sont identifiables (Figure 1.c). Les caractéristiques de ces composantes sont leurs fréquences centrales  $v_{Bj}$  et leurs amplitudes  $a_j$ .

## 3 Méthode de séparation de sources

### 3.1 Estimation des composantes spectrales

En supposant que la fréquence Brillouin  $v_{Bj}$  soit constante sur un segment  $\delta x$ , nous pouvons approximer

l'intégrale (2) comme une somme de spectres Brillouin élémentaires centrés sur  $v_{Bj}$  :

$$\tilde{G}(v, z_i) \cong \delta x \sum_{j=1}^P a_j \cdot S_e(v - v_{Bj}) \quad (3)$$

où  $P$  correspond au nombre de composantes spectrales au sein de  $w$ .

Le nombre de segments  $N$  contenus dans  $w$  est donné par la relation  $N=w/\delta x$ . Une composante spectrale peut couvrir un ou plusieurs segments. La proportion  $\tilde{a}_j$  de la  $j^{\text{ème}}$  composante spectrale au sein de  $w$  peut alors s'exprimer par la relation :

$$\tilde{a}_j = w \cdot \frac{a_j}{\sum_{i=1}^P a_i} \quad (4)$$

L'hypothèse complémentaire s'appuyant sur les principes physiques du procédé est alors que l'on peut diviser  $w$  en  $P$  sous-intervalles monochromatiques de largeur  $\tilde{a}_j$  dont l'ordre est inconnu. Leur classement fera l'objet de la section suivante.

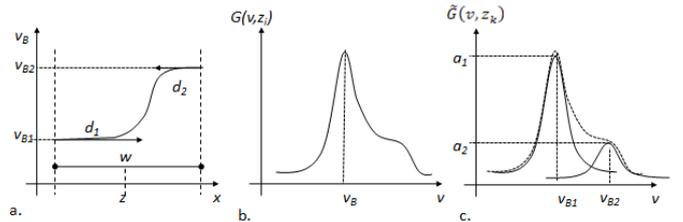


Figure 1 : a. Profil de fréquence Brillouin au sein de  $w$ . b. Spectre Brillouin résultant  $G(v, z_i)$ . c. Estimation des composantes fréquentielles

La décomposition d'un spectre Brillouin distordu permet donc de déterminer les caractéristiques des composantes spectrales : fréquences Brillouin et amplitudes ( $a_j, v_{Bj}$ ) $_{zi}$ , afin ensuite d'estimer un profil Brillouin en fonction de la distance. Une solution est d'utiliser la factorisation en Matrices Non négatives.

### 3.2 Factorisation en Matrices Non négatives parcimonieuses

Le problème peut se formuler ainsi : soient trois matrices réelles positives  $M \in R_+^{N_f \times N_d}$ ,  $A \in R_+^{N \times N_d}$  et  $S \in R_+^{N_f \times N}$ . Le nombre de sources  $N$  à estimer est choisi égal au nombre de segments contenus dans  $w$ . Connaissant  $M$ , la FMN consiste à estimer  $A$  et  $S$  telle que l'erreur quadratique  $F$  soit minimale :

$$M \cong SA \quad (5.a)$$

$$F = \|M - SA\|_2^2 \quad (5.b)$$

Appliquée à notre cas,  $M$  est la matrice de spectres Brillouin,  $S$  correspond à la matrice des composantes spectrales et  $A$  correspond à leurs amplitudes. Comme expliqué, pour une déformation uniforme, une fibre optique est caractérisée par un spectre Brillouin élémentaire propre. La matrice  $S$  peut alors être construite en décalant en fréquence le spectre élémentaire,  $S_e(v)$ , d'un pas fixé,  $\Delta v$ . La  $n^{\text{ème}}$  colonne de la matrice  $S$  s'exprime donc comme :

$$S(v, n) = S_e(v) * \delta(v - n\Delta v) \quad (6)$$

Les règles de mises à jour définies par Lee et al. [3] peuvent être utilisées pour minimiser l'erreur quadratique  $F$ . L'avantage de celles-ci est de laisser un degré de liberté sur la forme des spectres.

Comme une composante spectrale peut couvrir un ou plusieurs segments, nous régularisons le nombre de sources possibles à  $P$  grâce à un critère de parcimonie [4]:

$$spa(A_n) = \frac{\sqrt{N_d} \left( \frac{\sum_{x=1}^{N_d} |a_{nx}|}{\sqrt{\sum_{x=1}^{N_d} |a_{nx}|^2}} \right)}{\sqrt{N_d - 1}} \quad (7)$$

Sans menacer sa convergence, l'algorithme défini par Lee et al. [3] s'en trouve néanmoins modifier :

1. Initialisation :  $A$  initialisé aléatoirement avec des amplitudes positives.
2.  $A : A \leftarrow A \frac{MS^T}{ASS^T}$
3. Chaque ligne  $A_n$  de  $A$  est contrainte selon un critère de parcimonie  $c_n$  choisi et changé en  $\tilde{A}_n$  :

$$\forall i = [1, \dots, n], \tilde{a}_i = \begin{cases} a_i & \text{si } a_i \geq \frac{\max_i(a_n)}{\beta_n} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

avec  $\beta_n$  tel que :

$$\beta_n = \operatorname{argmin} \left| spa(\tilde{A}_n(\beta_n)) - c_n \right|$$

Classiquement,  $c_n$  est fixé par l'utilisateur et définit ensuite le nombre de composantes non nulles de la décomposition. Comme la distorsion des spectres Brillouin varie en fonction de la distance  $z$ , nous avons imposé sa valeur en fonction de l'élargissement du spectre Brillouin, défini par Buchoud *et al.* [1]. En effet, plus le spectre est élargi, plus le nombre de composantes spectrales est élevé. Un compromis doit être trouvé pour estimer le plus fidèlement possible le spectre tout en minimisant le nombre de composantes spectrales.

### 3.3 Reconstruction du profil

La décomposition FMN estime les fréquences mais pas leurs positions au sein de  $w$ . Comme les spectres Brillouin sont acquis sur la base de mesure  $w$  qui est ensuite décalée de  $\Delta z < w$ , nous avons une redondance spatiale entre deux spectres mesurés. Nous pouvons ainsi estimer une tendance globale de la déformation dans la fibre : pour chaque  $z_i$ , la moyenne des fréquences notée  $\bar{v}_{Bi}$  est calculée. L'enjeu est alors d'estimer les variations locales dans  $w$ . En comparant les  $\bar{v}_{Bi}$  sur trois bases de mesures voisines, il est possible de définir des variations locales comme indiqué dans le tableau 1.

Partant de trois spectres adjacents  $G(v, z_{i-1})$ ,  $G(v, z_i)$  et  $G(v, z_{i+1})$ , l'algorithme de séparation de source estime les amplitudes et les fréquences locales associées,

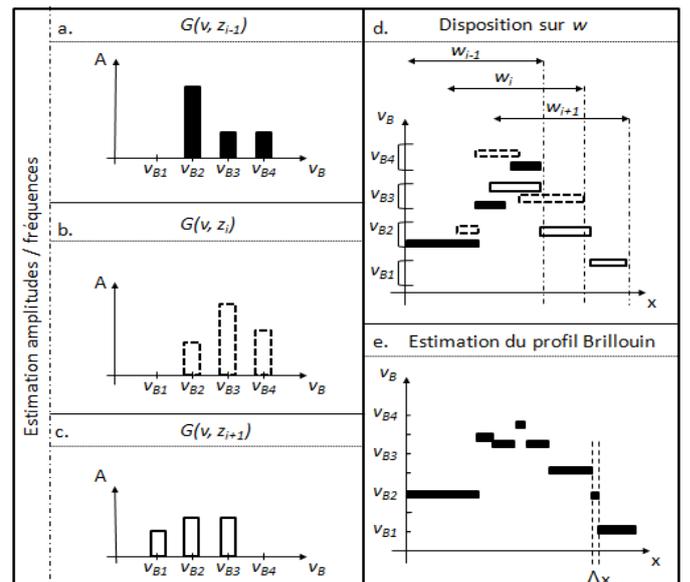
comme montré dans les Figure 2 a-c. La comparaison des  $\bar{v}_{Bi}$  dans l'exemple présenté nous renvoie au cas 4.

**Tab 1 : Définition des tendances locales en fonction de la comparaison des moyennes des fréquences locales**

Cas	Comparaison des fréquences	Tendance globale	Tendance locale
1	$\bar{v}_{Bi-1} < \bar{v}_{Bi} < \bar{v}_{Bi+1}$	↗	-
2	$\bar{v}_{Bi-1} > \bar{v}_{Bi} > \bar{v}_{Bi+1}$	↘	-
3	$\bar{v}_{Bi} > \bar{v}_{Bi-1} > \bar{v}_{Bi+1}$	↗	Maximum local
4	$\bar{v}_{Bi} > \bar{v}_{Bi+1} > \bar{v}_{Bi-1}$	↘	Maximum local
5	$\bar{v}_{Bi-1} > \bar{v}_{Bi+1} > \bar{v}_{Bi}$	↗	Minimum local
6	$\bar{v}_{Bi+1} > \bar{v}_{Bi-1} > \bar{v}_{Bi}$	↘	Minimum local

Cela veut dire qu'il existe un maximum local à la position  $z_i$ . Ceci va alors déterminer le positionnement des fréquences dans une même portion : la fréquence moyenne augmentant entre  $w_{i-1}$  et  $w_i$ , l'hypothèse raisonnable sans autre a priori est de considérer que les fréquences à l'intérieur de  $w_{i-1}$  sont aussi croissantes. Réciproquement pour la décroissance entre  $w_i$  et  $w_{i+1}$  conduit à supposer que les fréquences à l'intérieur de  $w_{i+1}$  sont décroissantes et le maximum en  $w_i$  par rapport à  $w_{i-1}$  et  $w_{i+1}$  est converti en maximum local sur  $w_i$ . C'est cet arrangement que nous montre la Figure 4 d. Ce processus est répété pour tous les points de mesure.

Pour une même portion de la fibre optique, des segments avec des valeurs de fréquences différentes peuvent se superposer. Cela est visible dans la figure 4.d. Pour estimer le profil de déformation, nous considérons une fenêtre glissante de largeur  $\Delta x$ . Nous calculons alors la moyenne des fréquences superposées. Le résultat de cette étape appliquée sur l'exemple de la Figure 2.d., permet d'estimer un nouveau profil de fréquences Brillouin avec le nouveau pas de mesure  $\Delta x$ , montré sur la Figure 2.e.



**Figure 2 : a-c : Estimation des fréquences et amplitudes des composantes spectrales contenus dans trois spectres adjacents mesurés à  $z_{i-1}$ ,  $z_i$  et  $z_{i+1}$ . d. Détermination de la position des segments au sein de  $w$ . e. Estimation du nouveau profil Brillouin en fonction de la distance  $x$  avec un nouveau pas de mesure  $\Delta x$ .**

## 4 Applications sur des spectres Brillouin acquis en laboratoire

Deux matrices de spectres Brillouin ont été acquises en laboratoire grâce à un BOTDA industriel, réglé tel que  $w = 1$  m et  $\Delta z = 0.4$  m, pour deux états du câble à fibre optique : un état initial sans contrainte, noté  $I$ , et un état de contrainte, noté  $C$ . L'algorithme interne du BOTDA expliqué dans la section 2.1, permet d'estimer le profil en déformation entre les deux états. Ce profil est affiché en bleu sur la Figure 3.b.

En parallèle, une mesure de déformation de référence entre ces deux états a été effectuée dans le même câble à fibre optique. Cette mesure a été effectuée par un deuxième appareil, l'OBR (Optical Backscatter Reflectometer), avec un pas de mesure de 1cm. La courbe en rouge affichée sur la Figure 3.b. montre les valeurs de déformations avec une résolution d'un centimètre. Comme nous pouvons le constater, il y a un écart considérable entre les deux profils de déformation.

Nous appliquons la méthode proposée sur les deux matrices de spectres Brillouin. La Figure 3.a. présente l'évolution du critère de parcimonie en fonction de la distance. Celui-ci est basé sur la mesure de l'élargissement définie dans [1]. Notons que les spectres Brillouin mesurés à  $z_1 = 10.4$  m et  $z_2 = 14.2$  m sont particulièrement distordus. Ces distances correspondent aux variations importantes de déformation mises en évidence par la mesure de référence. A ces deux distances, le nombre de composantes estimé est plus important. Le profil de déformation reconstruit avec  $\Delta x = 1$  cm par notre méthode est affiché en noir sur la Figure 3.b.

L'erreur relative entre la référence (mesure de l'OBR) et les deux algorithmes est présentée dans la Figure 3.c. L'erreur moyenne entre les résultats de l'OBR et du BOTDA est de 7%, tandis que celle entre l'OBR et notre algorithme est de 5%. Globalement notre algorithme permet d'estimer la mesure de déformation avec une meilleure résolution. Localement, pour  $z_1$  et  $z_2$ , notre algorithme permet d'estimer la déformation au sein de la fibre optique avec une très bonne résolution en déformation.

Notre choix  $\Delta x = 1$  cm permet d'obtenir des résultats satisfaisants. Une fenêtre trop grande n'aurait pas pu détecter les variations locales de la déformation.  $\Delta x$  inférieur au centimètre aurait dégradé le résultat.

## 5 Conclusion

Le présent article propose une méthode de séparation de sources non négatives permettant de résoudre un problème inhérent à la mesure de déformation par fibre optique. Notre approche est basée sur la mesure de la distorsion du spectre Brillouin. Un critère de parcimonie permet d'estimer le nombre de composantes spectrales en fonction de la distance. L'estimation de leurs fréquences centrales et de leurs amplitudes s'en trouve améliorée. En confrontant cette méthode avec l'algorithme interne de l'appareil et une mesure de référence sur une expérimentation en milieu contrôlé,

nous constatons une amélioration notable du pas de mesure. Enfin, la résolution de l'appareil en déformation est nettement améliorée dans les zones de fortes déformations.

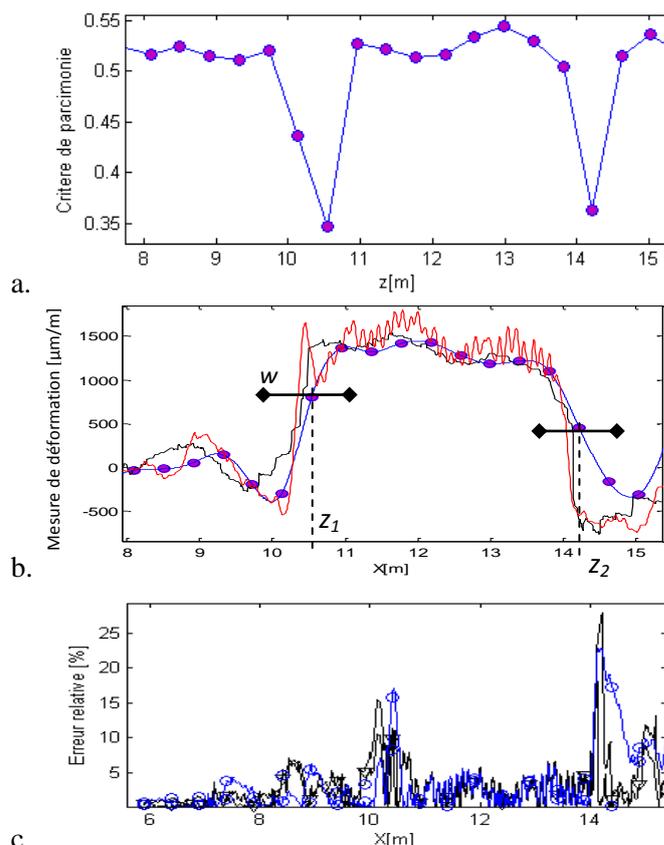


Figure 3 : a. Evolution du critère de parcimonie basé sur l'asymétrie du spectre en fonction de la distance. b. Mesures de déformations fournies par : l'OBR (en rouge), l'algorithme de séparation de source (en noire), et l'appareil BOTDA (cercles + bleu). c. Erreur relative entre mesure de référence (OBR) et mesure estimée par notre méthode (noire) ; et mesure interpolée fournie par le BOTDA (cercles + bleu).

## 6 Références

- [1] E. Buchoud, S. Blairon, G. D'Urso, J-M. Henault, A. Girard, J. Mars, and V. Vrabie, 2012, "Detection of ground movement using the shape of Brillouin spectrum", *Near Surface Geoscience 2012*, Paris, September.
- [2] C.L. Lawson and R.J. Hanson, 1974, "Solving Least Squares Problems", *Prentice-Hall*, p.350, Ch. 23, pp. 161.
- [3] D.D. Lee and H.S. Seung, 2001, "Algorithm for non-negative matrix factorization", *Advances in neural information processing systems*, Vol.13, pp. 556-562.
- [4] P.O. Hoyer, 2004, "Non-negative matrix factorization with sparseness constraints", *The Journal of Machine Learning Research*, Vol.5, pp. 1457-1469.
- [5] F. Ravet, X. Bao, Y. Li, Q. Yu, A. Yale, V.P. Kalosha, and L.Chen, 2007, "Signal processing technique for distributed Brillouin sensing at centimeter spatial resolution", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 25, No. 11, pp. 3610 – 3618.