

Estimation par Maximum de Vraisemblance du sous espace *clutter* dans un bruit hétérogène rang faible avec application au STAP

Arnaud BRELOY^{1,2}, Luc LE MAGOAROU¹, Guillaume GINOLHAC³, Frédéric PASCAL², Philippe FORSTER¹

¹Laboratoire SATIE - ENS Cachan - 61, av du President Wilson 94235 CACHAN Cedex, France

²Laboratoire SONDRRA - Supelec - Plateau de Moulon, 3 rue Joliot-Curie, F-91192 Gif-sur-Yvette Cedex, France

³Laboratoire LISTIC - Université de Savoie - 4, Chemin de Bellevue, 74016 Annecy, France
abreloy, guillaume.ginolhac, philippe.forster@satie.ens-cachan.fr,
frederic.pascal@supelec.fr

Résumé – Dans le contexte d’une cible noyée dans un clutter hétérogène de rang faible plus un bruit blanc gaussien, les méthodes de filtrage rang faible requièrent moins de données secondaires que les méthodes classiques pour atteindre des performances équivalentes. Le filtre de rang faible est notamment composé du projecteur sur le sous espace clutter. Celui ci étant en pratique inconnu, il est nécessaire de l’estimer. Nous proposons dans ce papier un estimateur par maximum de vraisemblance du projecteur sur le sous espace clutter pour un bruit composé d’un clutter SIRV (Spherically Invariant Random Vectors) de rang faible et d’un bruit blanc gaussien. Les performances de ce nouvel estimateur sont testées sur des simulations de validation ainsi qu’une application de Space Time Adaptive Processing (STAP) [1].

Abstract – In the context of a disturbance composed of a Low Rank (LR) clutter plus a white Gaussian noise, the corresponding LR filters used to detect an embedded target needs less training vectors than classical methods to reach equivalent performance. The LR filter is based on the clutter subspace projector, whereas the classical one is based on covariance matrix of the noise. In this paper, we propose a new estimator of the clutter subspace projector for a disturbance composed of a LR Spherically Invariant Random Vectors (SIRV) process plus a zero mean white Gaussian noise that does not require prior information on the SIRV’s texture. Numerical simulations validate the introduced estimator, and its performance and robustness are tested on a classical Space Time Adaptive Processing (STAP) [1] simulation.

1 Introduction

En traitement d’antenne comme par exemple en Radar, le filtre optimal maximisant le Rapport Signal à Bruit (RSB) de sortie est construit à partir de l’inverse de la matrice de covariance du bruit, notée \mathbf{R} , et du vecteur de direction, noté \mathbf{d} . \mathbf{R} étant en pratique inconnue, elle doit être estimée à l’aide des données secondaires disponibles : K réalisations indépendantes du bruit (où aucun signal d’intérêt n’est présent). L’estimateur de \mathbf{R} habituellement utilisé est la *Sample Covariance Matrix* (SCM), maximum de vraisemblance (MV) en présence de bruit gaussien. Dans ce cas, il faut disposer de $K = 2m$ données secondaires (où m est la dimension des données) pour assurer des performances satisfaisantes au filtre, i.e. 3dB de pertes par rapport au filtre optimal [2].

Dans le cadre du STAP [1], le bruit est composé d’un clutter hétérogène de rang faible (causé par la réponse du sol) et d’un bruit blanc additif gaussien (causé par l’électronique). Dans ce contexte, l’estimation du projecteur sur le sous espace clutter $\mathbf{\Pi}_c$ est suffisante pour effectuer un filtrage [3]. De plus, l’utilisation de méthodes rang faible permet de réduire le nombre de données secondaires nécessaires à $2r$ (où r est le rang du clutter et $r \ll m$ dans la majorité des cas) pour une performance équivalente au filtre classique [4]. Classiquement, $\hat{\mathbf{\Pi}}_c$ est ex-

trait de la SCM par Décomposition en Valeurs Propres (DVP), l’espace clutter correspondant aux r vecteurs propres dominants. Cependant, la SCM peut conduire à de mauvaises performances en présence de bruit non gaussien et fortement hétérogène. Pour prendre en compte l’hétérogénéité du clutter, celui ci sera décrit dans ce papier par un processus SIRV [5]. Ce modèle a été validé empiriquement, notamment en Radar [6]. En conclusion, le bruit se modélise donc comme la somme d’un SIRV rang faible et d’un bruit blanc gaussien. En présence de bruit SIRV seul, la Matrice du Point Fixe (MPF) est le MV approché de \mathbf{R} [7] et conduit à de bonnes performances des détecteurs. Dans le cadre d’un clutter SIRV rang faible plus un bruit blanc gaussien, il semble donc intéressant d’extraire l’estimateur de $\mathbf{\Pi}_c$ de la MPF. Cependant, la MPF n’est pas le MV de la matrice de covariance d’un bruit suivant ces hypothèses. De plus, l’algorithme récursif permettant d’obtenir la MPF nécessite $K > m$ ce qui ne permet pas de tirer pleinement profit de l’hypothèse rang faible ($2r \ll m$ données nécessaires). Nous proposons donc dans ce papier d’estimer directement $\mathbf{\Pi}_c$ par MV dans le contexte d’un clutter SIRV rang faible plus un bruit blanc gaussien. Cette étude est inspirée de [8], qui propose une solution à l’estimation de $\mathbf{\Pi}_c$ sous deux fortes hypothèses : les valeurs propres de la matrice de covariance du clutter sont supposées égales et la densité de probabilité (DDP) de la tex-

ture doit être connue. En pratique, ces deux hypothèses sont rarement vérifiées. Dans cet article, nous relâchons la seconde hypothèse en considérant la texture comme un paramètre déterministe inconnu. Des simulations permettent de valider les résultats obtenus et de justifier l'intérêt de cette approche. De plus, la robustesse de la méthode proposée est testée sur une application STAP dans laquelle la DDP de la texture est inconnue et les valeurs propres de la matrice de covariance du *clutter* sont différentes.

Les conventions suivantes sont adoptées : l'italique indique une quantité scalaire, une minuscule en gras indique un vecteur, une majuscule en gras indique une matrice. H correspond à la transposition conjuguée. La matrice \mathbf{I}_N est la matrice identité de taille $N \times N$. $\mathcal{CN}(\mathbf{a}, \mathbf{R})$ est la distribution d'un vecteur aléatoire complexe gaussien de moyenne \mathbf{a} et de matrice de covariance \mathbf{R} . $\{a_i\}_{i=1,\dots,k}$ représente l'ensemble fini des éléments a_i pour $i \in 1, \dots, k$, dont la notation sera parfois contractée en $\{a_i\}$.

2 Modèle statistique des données

On dispose de K réalisations indépendantes $\mathbf{z}_i \in \mathbb{C}^m, i = 1, \dots, K$ d'un processus SIRV rang faible plus un bruit blanc gaussien. Un processus SIRV [5] correspond à un vecteur aléatoire gaussien avec un facteur de puissance aléatoire τ . En supposant que la texture de chaque réalisation est un paramètre déterministe inconnu noté τ_i , chaque échantillon peut s'écrire comme étant distribué selon une loi $\mathbf{z}_i \sim \mathcal{CN}(0, \mathbf{R}_i)$, avec

$$\mathbf{R}_i = \sigma^2 \mathbf{I}_m + \tau_i \sum_{k=1}^r c_k \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H, \quad (1)$$

où \mathbf{I}_m représente la matrice du bruit blanc gaussien, dont on suppose la puissance σ^2 unitaire (au moyen d'une normalisation préalable des données par la valeur de cette puissance). La matrice de covariance du *clutter* est décrite par son rang r , ses valeurs propres c_k et ses vecteurs propres associés $\mathbf{v}_k, k = 1, \dots, r$. Pour des raisons de tractabilité, on suppose comme dans [8] que les valeurs propres du *clutter* sont unitaires, soit $c_1 = \dots = c_r = 1$. Dans ce cas, en notant $\mathbf{\Pi}_c = \sum_{k=1}^r \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H$ le projecteur sur le sous espace *clutter*, la matrice \mathbf{R}_i simplifiée devient :

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{I}_m + \tau_i \mathbf{\Pi}_c \quad (2)$$

La vraisemblance des données s'exprime comme :

$$f(\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_K | \mathbf{\Pi}_c, \{\tau_i\}) = \prod_{i=1}^K \frac{e^{-\mathbf{z}_i^H \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{z}_i}}{\pi^m |\mathbf{R}_i|} \quad (3)$$

A l'aide des relations $\mathbf{R}_i^{-1} = (\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_c) + \frac{1}{1+\tau_i} \mathbf{\Pi}_c$ et $|\mathbf{R}_i| = (\tau_i + 1)^r$, on peut donc exprimer la log-vraisemblance des données :

$$\begin{aligned} \ln(f(\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_K | \mathbf{\Pi}_c, \{\tau_i\})) &= - \sum_{i=1}^K \mathbf{z}_i^H \mathbf{z}_i \\ &+ \sum_{i=1}^K \frac{\tau_i}{1 + \tau_i} \mathbf{z}_i^H \mathbf{\Pi}_c \mathbf{z}_i - Km \ln \pi - r \sum_{i=1}^K \ln(\tau_i + 1) \end{aligned} \quad (4)$$

Nous cherchons dès lors à obtenir l'estimateur de MV du projecteur sur le sous espace *clutter* $\mathbf{\Pi}_c$, ou de manière équivalente un estimateur de l'ensemble $\{\mathbf{v}_k\}_{k=1,\dots,r}$.

3 MV de la base du sous espace clutter

Lemme 3.1 *Le maximum de vraisemblance sous contrainte de positivité de $\tau_i, i = 1, \dots, K$ conditionnellement à $\mathbf{\Pi}_c$, noté $\hat{\tau}_i$, est :*

$$\hat{\tau}_i = \begin{cases} \frac{1}{r} \mathbf{z}_i^H \mathbf{\Pi}_c \mathbf{z}_i - 1 & \text{si } \|\mathbf{\Pi}_c \mathbf{z}_i\|^2 > r \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5)$$

Preuve L'expression de la vraisemblance (4) est dérivée selon τ_i , pour un $i \in 1, \dots, K$ fixé :

$$\frac{\partial \ln(f(\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_n | \tau_i))}{\partial \tau_i} = \frac{\mathbf{z}_i^H \mathbf{\Pi}_c \mathbf{z}_i}{(1 + \tau_i)^2} - \frac{r}{\tau_i + 1} \quad (6)$$

Cette équation est annulée pour identifier $\hat{\tau}_i$, le MV de τ_i . Cependant, la texture est un paramètre positif. Comme la vraisemblance est strictement décroissante après son maximum $\hat{\tau}_i$, le MV sous contrainte de positivité est bien donné par (5).

Proposition 3.2 *Le MV de la base du sous espace clutter $\{\hat{\mathbf{v}}_k\}$ est défini par les r vecteurs propres principaux de la matrice $\hat{\mathbf{M}}(\mathbf{\Pi}_c)$:*

$$\hat{\mathbf{M}}(\mathbf{\Pi}_c) = \sum_{i=1}^K \frac{\hat{\tau}_i}{\hat{\tau}_i + 1} \mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^H \quad (7)$$

Preuve Les τ_i , sont remplacés par leur expression de MV $\hat{\tau}_i$ dans (4) pour obtenir la log-vraisemblance réduite de l'ensemble des données :

$$\begin{aligned} \ln(\hat{f}(\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_n | \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_r)) &= - \sum_{i=1}^K \mathbf{z}_i^H \mathbf{z}_i \\ &+ \sum_{i=1}^K \mathbf{z}_i^H \mathbf{\Pi}_c \mathbf{z}_i - Km \ln \pi - Kr - r \sum_{i=1}^K \ln\left(\frac{1}{r} \mathbf{z}_i^H \mathbf{\Pi}_c \mathbf{z}_i\right) \end{aligned} \quad (8)$$

l'ensemble $\{\hat{\mathbf{v}}_k\}$ devant former une base, la maximisation de la vraisemblance doit se faire sous contrainte de normalisation. La contrainte d'orthogonalité entre les $\hat{\mathbf{v}}_k$ étant intrinsèquement vérifiée à posteriori¹, il n'est pas nécessaire de l'imposer. La fonctionnelle à maximiser est donc :

$$\begin{aligned} \ln(g(\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_K)) &= \sum_{i=1}^K \sum_{k=1}^r \mathbf{z}_i^H \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H \mathbf{z}_i \\ &- r \sum_{i=1}^K \ln\left(\frac{1}{r} \sum_{k=1}^r \mathbf{z}_i^H \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H \mathbf{z}_i\right) + \sum_{k=1}^r \lambda_k (\mathbf{v}_k^H \mathbf{v}_k - 1) \end{aligned} \quad (9)$$

où les $\lambda_k, k = 1, \dots, r$ sont les multiplicateurs de Lagrange associés à la contrainte de normalisation des $\hat{\mathbf{v}}_k$. g est différenciée puis annulée selon \mathbf{v}_j^H pour $j \in 1, \dots, r$ fixé.

$$\frac{\partial g(\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_K)}{\partial \mathbf{v}_j^H} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\sum_{i=1}^K \mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^H \mathbf{v}_j - r \sum_{i=1}^K \frac{\mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^H \mathbf{v}_j}{\mathbf{z}_i^H \left(\sum_{k=1}^r \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H\right) \mathbf{z}_i} = \lambda_j \mathbf{v}_j, \quad (10)$$

1. ces vecteurs sont en effet définis comme vecteurs propres principaux d'une même matrice.

où l'on peut identifier les expressions des $\hat{\tau}_i$ du lemme 3.1 :

$$(10) \Leftrightarrow \left(\sum_{i=1}^K \frac{\hat{\tau}_i}{\hat{\tau}_i + 1} \mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^H \right) \mathbf{v}_j = \lambda_j \mathbf{v}_j \quad (11)$$

Ainsi, le MV de la base du sous espace clutter est défini comme r vecteurs propres de la matrice $\hat{\mathbf{M}}(\hat{\Pi}_c)$ de l'équation (7). Ce résultat, réintégré dans la vraisemblance avec une optique de maximisation, définit alors le MV de $\{\mathbf{v}_k\}$ comme les r vecteurs propres principaux de $\hat{\mathbf{M}}(\hat{\Pi}_c)$.

Remarque : La proposition 3.2 définit le MV du sous espace clutter comme fonction de lui-même. Ce problème apparaît aussi dans [8], et est résolu à l'aide d'une méthode Expectation-Maximization (EM) [9]. Cependant l'algorithme EM requiert la connaissance de la DDP de la texture et ne peut être appliqué dans le cas présenté. Nous proposons donc ici une approche équivalente de maximum de vraisemblance alterné ou "2-step MLE". Le processus consiste à estimer récursivement les $\hat{\tau}_i^{(n)}$:

$$\hat{\tau}_i^{(n)} = \begin{cases} \frac{1}{r} \mathbf{z}_i^H \hat{\Pi}_c^{(n)} \mathbf{z}_i - 1 & \text{if } \|\hat{\Pi}_c^{(n)} \mathbf{z}_i\|^2 > r \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (12)$$

puis à tirer par EVD les r vecteurs propres principaux de la matrice

$$\hat{\mathbf{M}}^{(n+1)}(\hat{\Pi}_c^{(n)}) = \sum_{i=1}^K \frac{\hat{\tau}_i^{(n)}}{\hat{\tau}_i^{(n)} + 1} \mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^H, \quad (13)$$

pour obtenir l'estimé à l'étape $(n+1)$ de Π_c . La convergence de cet algorithme sera illustrée et discutée en section 4.1.

4 Simulations

Différents estimateurs de Π_c seront comparés dans ces simulations. Nous utiliserons les notations suivantes :

- $\hat{\Pi}_{cSCM}$: estimé issu de la DVP de la SCM des données.
- $\hat{\Pi}_{cAMV}$: estimé MV de la proposition 3.2.
- $\hat{\Pi}_{cEM}$: estimé par MV sous l'hypothèse de DDP de texture connue, défini dans [8].
- $\hat{\Pi}_{cOPT}$: estimé par MV sous l'hypothèse de texture connue, défini dans [8].

4.1 Validation : Convergence de l'algorithme

Pour ces simulations, les données secondaires ont été générées suivant le modèle décrit par (2). La DDP de la texture suit une loi discrète de forme ² :

$$f_{\tau}(y) = \sum_{n=1}^{N_Y} p_n \delta(y - a_n) \quad (14)$$

La figure 1 illustre la convergence de l'algorithme proposé pour calculer Π_c . Celui-ci étant basé sur une maximisation alternée de la log-vraisemblance (bornée), il est assuré de converger. Néanmoins, l'unicité du point fixe associé à cette fonction

2. Les valeurs des paramètres de f sont fixées à $N_Y = 3$, $(a_1, a_2, a_3) = \alpha(0.1, 1, 100)$ and $(p_1, p_2, p_3) = (0.5, 0.4, 0.1)$. Le facteur α permet de régler le CNR .

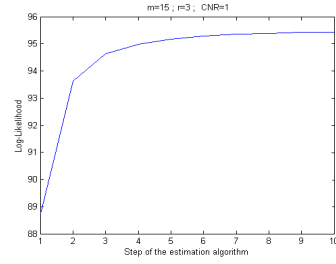


FIGURE 1 – log-vraisemblance moyenne (sur 1000 réalisations) en fonction des itérations de l'algorithme. $m = 15$, $r = 3$, $CNR = 0\text{dB}$

n'est pas démontrée. Il est donc important d'initialiser correctement cet algorithme afin d'éviter d'éventuels minima locaux. Comme il est précisé dans [8] la SCM des données semble être une "bonne" initialisation pour $\hat{\Pi}_c^{(0)}$.

4.2 Validation : Power-Suppression

Ces simulations présentent la comparaison entre les différents estimateurs de Π_c présentés. Les données ont été générées en suivant le modèle de la section 4.1. Les algorithmes itératifs ont été appliqués avec 5 itérations. Le critère utilisé est le Power-Suppression [8]. Il est défini comme fonction de l'angle maximum entre le sous espace réel et le sous espace estimé ϕ .

$$\text{Power-Suppression} = 20 \log_{10}(\sin(\phi)), \quad (15)$$

La figure 2 présente le Power-Suppression en fonction respectivement de K et du CNR . L'estimateur $\hat{\Pi}_{cAMV}$ apparaît comme

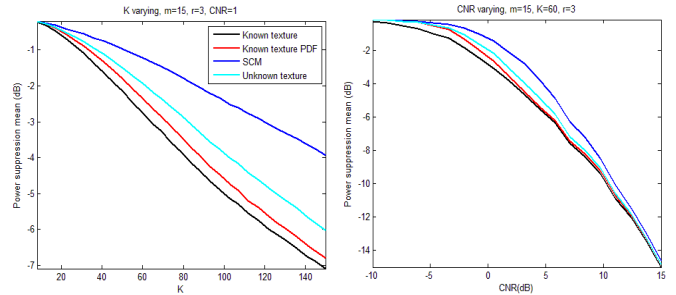


FIGURE 2 – Power-Suppression moyen sur 10000 réalisations en fonction de K avec $CNR = 0\text{dB}$ (gauche) et en fonction du CNR avec $K = 60$ (droite). Pour $\hat{\Pi}_{cSCM}$ (bleu foncé), $\hat{\Pi}_{cAMV}$ (bleu clair), $\hat{\Pi}_{cEM}$ (rouge) et $\hat{\Pi}_{cOPT}$ (noir). $m = 15$, $r = 3$.

plus performant que celui basé sur la SCM brute des données. Les estimateurs issus de [8] présentent de meilleures performances que $\hat{\Pi}_{cAMV}$, ce qui semble logique puisqu'ils prennent en compte plus d'information a priori sur la texture (sa valeur exacte ou sa DDP). Cependant, ces informations ne sont généralement pas accessibles en pratique, ce qui justifie l'intérêt de l'approche proposée. On remarque aussi que dans le cas d'un fort CNR , l'estimateur de Π_c issu de la SCM rejoint l'ensemble des estimateurs MV. En effet, à CNR asymptotiquement infini, les coefficients $\frac{\hat{\tau}_i}{1+\hat{\tau}_i}$ tendent vers 1 : la SCM se rapproche du MV.

4.3 Application au STAP : SINR-Loss

Le STAP [1] est une technique utilisant une antenne aéroportée dans le but de détecter une cible en mouvement noyée dans un bruit complexe. Le récepteur est typiquement composé d'une antenne de Q éléments, recevant P impulsions ($m = PQ$). Dans ce contexte, on suppose que le signal reçu \mathbf{z} comprend un signal complexe connu \mathbf{d} corrompu par un bruit additif \mathbf{n} suivant le modèle général décrit dans la section 2.

$$\mathbf{z} = \mathbf{d} + \mathbf{n} \quad (16)$$

On notera que dans ce cas que les valeurs propres de la matrice de covariance ne sont pas supposées égales³. Sous l'hypothèse de clutter de rang faible, il est connu que le filtre rang faible suivant [3, 4] :

$$\hat{\mathbf{w}}_{lr} = \hat{\mathbf{\Pi}}_c^\perp \mathbf{d} = (\mathbf{I}_m - \hat{\mathbf{\Pi}}_c) \mathbf{d}, \quad (17)$$

assure des performances satisfaisantes. Pour estimer $\hat{\mathbf{\Pi}}_c$, on dispose de K données secondaires \mathbf{z}_i ne contenant que du bruit et partageant la même distribution statistique que la donnée sous test. Pour évaluer les performances du filtre sous optimal⁴, on utilise le SINR-Loss [1], qui exprime la perte en RSB due à l'utilisation d'un filtre sous optimal à la place du filtre optimal $\mathbf{w} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{d}$, où \mathbf{R} est la vraie matrice de covariance du bruit.

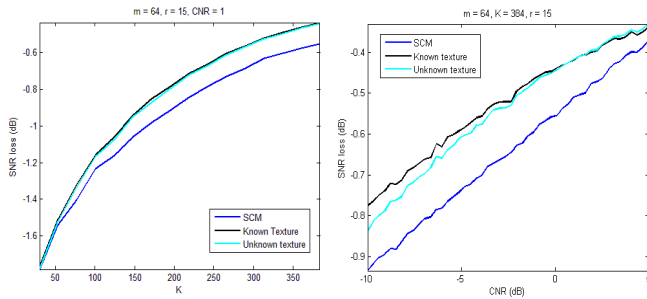


FIGURE 3 – SINR-Loss moyen sur 1000 réalisations en fonction de K avec $CNR = 0$ dB (gauche) et en fonction du CNR avec $K = 384$ (gauche) des filtres rang faible utilisant $\hat{\mathbf{\Pi}}_{cSCM}$ (bleu foncé), $\hat{\mathbf{\Pi}}_{cAMV}$ (bleu clair) and $\hat{\mathbf{\Pi}}_{cOPT}$ (noir). $m = 64$, $r = 15$.

La figure 3 présente les SINR-Loss moyens pour les filtres rang faible utilisant différents estimés de $\mathbf{\Pi}_c$ pour la configuration STAP suivante : $Q = 8$ capteurs, $P = 8$ impulsions. La fréquence centrale et la bande de fréquences sont respectivement $f_0 = 450$ MHz et $B = 4$ MHz. La vitesse du radar est 100 m/s. La distance entre les capteurs est $d = \frac{c}{2f_0}$, avec c la vitesse de la lumière. La fréquence de répétition des impulsions est $f_r = 600$ Hz. Le rang du clutter est calculé selon la règle de Brennan [10] et vaut $r = 15 \ll 64$. La DDP de la texture est une loi Gamma de paramètre d'intensité $\nu = 0.1$ et de paramètre d'échelle $\frac{1}{\nu}$.

Les résultats montrent l'intérêt de la méthode d'estimation proposée puisque le filtre associé à $\hat{\mathbf{\Pi}}_{cAMV}$ présente de meilleures

performances que celui associé à la $\hat{\mathbf{\Pi}}_{cSCM}$ sans introduire d'information a priori sur la texture. Cette simulation illustre aussi une certaine robustesse de l'estimateur $\hat{\mathbf{\Pi}}_{cAMV}$: Bien que l'hypothèse de valeurs propres identiques de la matrice de covariance du clutter ne soit pas vérifiée, les performances de $\hat{\mathbf{\Pi}}_{cAMV}$ sont tout de même améliorées en comparaison avec $\hat{\mathbf{\Pi}}_{cSCM}$. Elles se rapprochent de plus de l'optimum calculé en considérant la texture de chaque réalisation connue.

5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce papier un nouvel estimateur du projecteur sur le sous espace clutter par MV dans le cadre d'un bruit composé d'un clutter SIRV de rang faible plus un bruit blanc gaussien. Les simulations montrent l'intérêt de l'approche utilisée, en particulier dans des contextes réalistes comme celui du STAP. En effet, l'estimateur de $\mathbf{\Pi}_c$ proposé présente de meilleures performances que celui issu de la SCM et ne requiert aucune connaissance a priori sur la texture. Les estimateurs issus de [8] apparaissent comme plus performants (notamment sur la figure 2), cependant leur contexte d'utilisation est plus restrictif puisqu'ils nécessitent l'introduction d'informations a priori sur la texture, en pratique inconnues. De plus, l'estimateur proposé semble robuste à une variation du modèle concernant l'égalité des valeurs propres de la matrice de covariance du clutter, et donc, adapté à un contexte plus réaliste.

Références

- [1] J. Ward, "Space-time adaptive processing for airborne radar," Tech. Rep., Lincoln Lab., MIT, Lexington, Mass., USA, December 1994.
- [2] I.S. Reed, J.D. Mallett, and L.E. Brennan, "Rapid convergence rate in adaptive arrays," *IEEE Trans. on Aero. and Elec. Syst.*, vol. AES-10, no. 6, pp. 853 – 863, November 1974.
- [3] I. Kirsteins and D. Tufts, "Adaptive detection using a low rank approximation to a data matrix," *IEEE Trans. on Aero. and Elec. Syst.*, vol. 30, pp. 55 – 67, 1994.
- [4] A. Haimovich, "Asymptotic distribution of the conditional signal-to-noise ratio in an eigenanalysis-based adaptive array," *IEEE Trans. on Aero. and Elec. Syst.*, vol. 33, pp. 988 – 997, 1997.
- [5] K. Yao, "A representation theorem and its applications to spherically invariant random processes," *IEE Trans. on Inf. Th.*, vol. 19, no. 5, pp. 600 – 608, September 1973.
- [6] J.B. Billingsley, "Ground clutter measurements for surface-sited radar," Tech. Rep. 780, MIT, February 1993.
- [7] E. Conte, A. De Maio, and G. Ricci, "Recursive estimation of the covariance matrix of a compound-gaussian process and its application to adaptive cfar detection," *IEEE Trans. on Sig. Proc.*, vol. 50, no. 8, pp. 1908 – 1915, August 2002.
- [8] R.S. Raghavan, "Statistical interpretation of a data adaptive clutter subspace estimation algorithm," *IEEE Trans. on Aero. and Elec. Syst.*, vol. 48, no. 2, pp. 1370 – 1384, April 2012.
- [9] N. M. Laird A. P. Dempster and D. B. Rubin, "Maximum likelihood from incomplete data via the em algorithm," in *Royal Statistical society*, 1976.
- [10] L. E. Brennan and F.M. Staudaher, "Subclutter visibility demonstration," Tech. Rep., RL-TR-92-21, Adaptive Sensors Incorporated, March 1992.

3. à un facteur α définissant le CNR près, les valeurs c_k ont été fixées à [17, 6.7, 6.4, 9, 4.8, 4.1, 4.0, 3.2, 3.2, 2.4, 2.4, 1.6, 1.6, 0.8, 0.8].

4. et donc, indirectement, les performances de la méthode d'estimation du projecteur $\mathbf{\Pi}_c$ lui étant associé.