

Démappeur 8-PSK en coordonnées polaires

Anthony BARRÉ¹, Neysser BLAS², Daniel DIAZ², Emmanuel BOUTILLON¹

¹Université de Bretagne Sud (UBS) Lab-STICC UMR 6285
Centre de Recherche - BP 92116, 56321 LORIENT, France

²INICTEL-UNI, Av. San Luis 1771, San Borja, Lima 41, Lima, Peru
emmanuel.boutillon@univ-ubs.fr, anthony.barre@univ-ubs.fr
nblas@inictel-uni.edu.pe, ddiaz@inictel-uni.edu.pe

Résumé – Dans cet article, nous proposons un démappeur 8-PSK utilisant directement une représentation en coordonnées polaires des symboles reçus pour les récepteurs répondants à la norme DVB-S2 (Digital Video Broadcasting - Satellite). Celui-ci calcule à l'aide de coordonnées polaires, le logarithme du rapport de vraisemblance (LLR) des bits associés à un symbole 8-PSK reçu. Suite à une approximation, le démappeur proposé présente un meilleur compromis entre performances et complexité qu'un récepteur LLR travaillant sur des coordonnées cartésiennes. Les simulations montrent une dégradation du rapport signal à bruit de 0,02 dB par rapport au calcul optimal des LLRs.

Abstract – In the context of a DVB-S2 receiver, we propose an 8-PSK demapper using the polar coordinates to represent the received symbols. The demapper directly computes the Log-Likelihood Ratio (LLR) of the 3 bits associated to the received symbol directly as a function of the polar coordinate. With a simple interpolation, we significantly reduce the complexity of the demapper while having almost optimal performances. Simulation shows a 0.02 dB degradation of the Signal to Noise Ratio at the output of the DVB-S2 error control code (Low-density parity-check code) between the optimal LLR generation and the proposed one.

1 Introduction

Dans le cadre d'une transmission DVB-S2, la démodulation est réalisée en plusieurs étapes : un filtrage de Nyquist, une synchronisation temporelle suivie d'une synchronisation fréquentielle, puis la correction du bruit de phase et enfin la génération des logarithmes des rapports de vraisemblance (ou LLR, pour Log Likelihood Ratio) des bits du message reçu. L'étape finale est la correction des erreurs de transmission par les décodeurs LDPC et BCH (voir la norme DVB-S2 [1]). Les méthodes classiques de calcul des LLR des bits associés à un symbole font appel aux coordonnées cartésiennes (amplitude du signal reçu en phase et en quadrature). Dans [2], les auteurs utilisent les coordonnées polaires pour la partie synchronisation, et ce, afin de simplifier les opérations de corrections de phase induites par les suppressions de la porteuse résiduelle et du bruit de phase. Afin d'éviter une conversion des coordonnées polaires en cartésiennes, nous proposons une approche originale où les LLRs des trois bits associés à la constellation 8-PSK (voir figure 1.a) sont calculés directement à partir des coordonnées (ρ, θ) du point reçu $y = \rho e^{j\theta}$. Dans l'hypothèse d'un canal à Bruit Blanc Additif Gaussien (BBAG) avec l'emploi d'une modulation 8-PSK et un codage de Gray, le LLR se calcule de la manière

suivante :

$$L^i(b) = \log \frac{\sum_{c \in C_i^0} e^{-\frac{(c-y)^2}{2\sigma^2}}}{\sum_{c \in C_i^1} e^{-\frac{(c-y)^2}{2\sigma^2}}} \quad (1)$$

où C_i^0 (respectivement C_i^1) représente le sous-ensemble de points de la constellation dont le $i^{\text{ème}}$ bit, $i = 0, 1$ ou 2 est égal à $b_i = 0$ (respectivement $b_i = 1$), y est le signal reçu et σ^2 est la variance du bruit. Cette expression est complexe à calculer et en pratique, une approximation de eq.(1) est utilisée pour simplifier l'architecture.

Dans cet article, nous proposons une méthode différente en approchant directement eq.(1) dans le domaine polaire, à l'aide du module ρ et de la phase θ de y . La partie 2

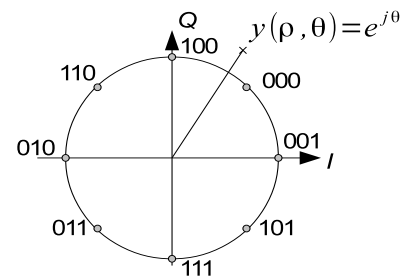


FIGURE 1 – Cartographie binaire d'une modulation 8-PSK

analyse les techniques de l'état de l'art pour l'approximation des LLRs. La troisième partie explique les règles de quantification des coordonnées polaires en entrée, des LLRs en sortie, ainsi qu'une méthode de calcul de LLR approximé. Les résultats de simulations et l'évaluation de la complexité d'implantation font l'objet de la quatrième partie.

2 État de l'art

Une méthode simple pour l'approximation du calcul de LLR est de conserver uniquement le terme le plus significatif dans chacune des sommes de eq.(1). Cette approche est développée dans [5], le terme approximé $L_{m1}^i(y)$ de $L^i(y)$ est calculé à l'aide de la formule suivante :

$$L_{m1}^i(y) = \frac{(c_i^1 - y)^2}{2\sigma^2} - \frac{(c_i^0 - y)^2}{2\sigma^2} \quad (2)$$

avec $c_i^0 = \arg \min\{(c - y)^2/c \in C_i^0\}$ et $c_i^1 = \arg \min\{(c - y)^2/c \in C_i^1\}$. Une autre technique d'approximation L_{m2}^i est employée dans [6]. Elle consiste à exploiter directement les composantes en phase et quadrature (I et Q) du signal reçu. L'approximation des LLRs est alors réalisée en multipliant ces termes par un facteur proportionnel à la variance du bruit σ^2 . Nous obtenons :

$$L_{m2}^2 = A \frac{\rho}{\sigma^2} Q \quad (3)$$

$$L_{m2}^1 = A \frac{\rho}{\sigma^2} I \quad (4)$$

$$L_{m2}^0 = A \frac{\rho}{\sigma^2} (|I| - |Q|) \quad (5)$$

Cette méthode nécessite moins de calculs que celle utilisée dans [5] cependant, elle est moins précise. Nous allons détailler les règles de quantification avant de proposer une méthode d'approximation offrant un bon compromis entre fiabilité et complexité.

3 Quantification et approximation

Dans cette partie, nous définissons une règle pour quantifier les coordonnées polaires ainsi que le LLR. La figure 2 montre les trois étapes de notre méthode. La première étape consiste à considérer un calcul optimal des LLR et à étudier la quantification des LLR générés sur n_b bits (figure 2.a). La deuxième étape considère la quantification des coordonnées polaires (module et phase) du signal reçu (figure 2.b). La dernière étape consiste à approximer la quantification idéale en précision finie par une fonction simple à implanter.

Calcul de $\bar{L}^i(y)$: La loi de quantification pour obtenir $\bar{L}^i(y)$ codé sur n_b bits est donné par :

$$\bar{L}^i(y) = \left\lfloor \text{sat}(L^i(y), R) \times \frac{2^{n_b-1} - 1.5}{R} + 0.5 + \epsilon \right\rfloor \quad (6)$$

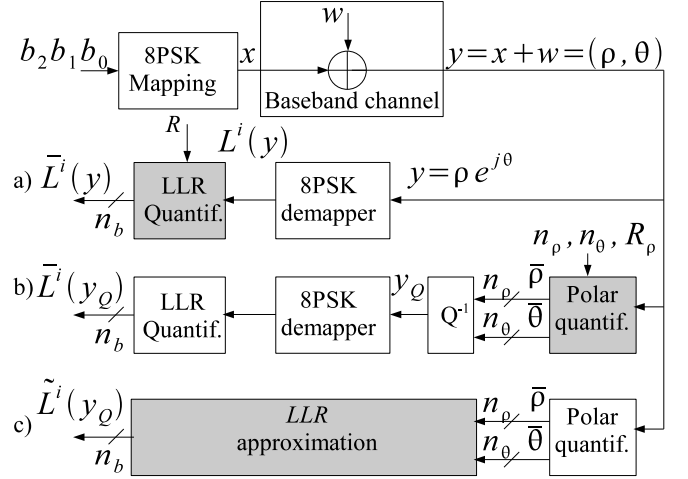


FIGURE 2 – Les trois d'étapes précédant le calcul du LLR

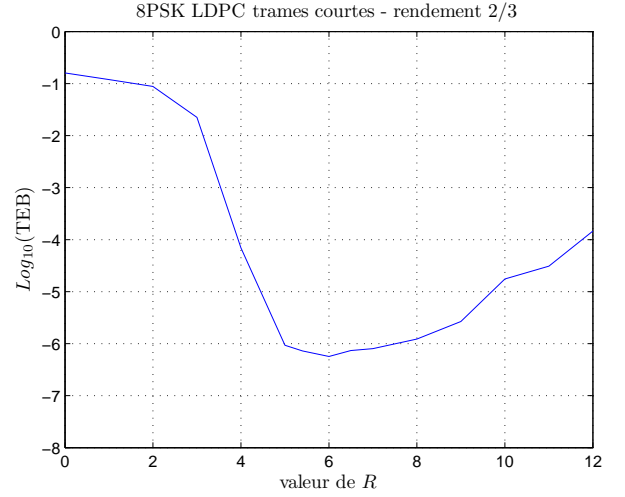


FIGURE 3 – TEB simulé à $E_s/N_0 = 6,62$ dB pour un rendement de code de 2/3 en fonction de R

où $[x]$ est la partie entière de x , $\text{sat}(L, R)$ représente la saturation de L à $\pm(R)$ en dehors de l'intervalle $[-R, R]$, et ϵ un nombre positif proche de 0. Lors de cette quantification, si $L(y) \geq R$ alors $\bar{L}(y) = 2^{n_b-1} - 1$ et si $L(y) \leq -R$ alors $\bar{L}(y) = -(2^{n_b-1} + 1)$. Les simulations nous permettent de calculer le Taux d'Erreur Binaire (TEB) en réception pour différentes valeurs de R , il admet un minimum pour $R = 6$ dans le cas d'une réception DVB-S2 avec un rendement LDPC de 2/3 (voir figure 3). L'algorithme de décodage LDPC utilisé dans les simulations est l'algorithme du min-sum vertical, similaire à celui présenté dans [7]. Pour réduire la durée de simulation, le nombre d'itérations de décodage est limité à 20. Pour $R = 6$, le TEB est de $6 \cdot 10^{-6}$. Pour obtenir un TEB de 10^{-11} , il faudrait environ 36 itérations de décodage.

Le tableau 1 montre les valeurs optimales de R obtenues.

Rate	2/3	3/4
E_s/N_0 (dB)	6.62	7.91
R	6	7

TABLE 1 – Valeurs optimales de R pour deux rendements de code et un LLR calculé sur $n_b = 5$ bits

nues par simulation pour deux rendements de codage de la norme DVB-S2. Les conditions de simulation sont mes mêmes que précédemment.

Calcul de y_Q : Nous proposons d'utiliser les coordonnées polaires pour simplifier le calcul du LLR. Chaque point reçu est converti avant quantification en coordonnées polaires $y = \rho e^{j\theta}$; puis ρ ($\rho \in [0, +\infty[$) et θ ($\theta \in [0, 2\pi[$) sont quantifiés en $\bar{\rho}$ et $\bar{\theta}$ respectivement sur n_ρ et n_θ bits (voir figure 2.b) d'après les règles :

$$\bar{\rho} = \left\lfloor \text{sat}(\rho, R_\rho) \times \frac{2^{n_\rho} - 1.5}{R_\rho} + 0.5 + \epsilon \right\rfloor \quad (7)$$

$$\bar{\theta} = \text{mod} \left(\left\lfloor \frac{\theta}{2\pi} 2^{n_\theta} + 0.5 \right\rfloor, 2^{n_\theta} \right) \quad (8)$$

À partir des valeurs entières de $\bar{\rho}$ et $\bar{\theta}$, les valeurs quantifiées ρ_Q et θ_Q sont données par :

$$\rho_Q = \bar{\rho} \times \frac{R_\rho}{2^{n_\rho} - 1} \quad (9)$$

$$\theta_Q = \bar{\theta} \times \frac{2\pi}{2^{n_\theta}} \quad (10)$$

ρ_Q et θ_Q permettent d'exprimer la valeur quantifiée y_Q de y par :

$$y_Q = \rho_Q e^{j\theta_Q} \quad (11)$$

En pratique, nous choisissons des nombres n_ρ et n_θ tels que la valeur absolue de l'erreur de quantification de \bar{L} soit bornée par 1 soit $\forall y, |\bar{L}^i(y) - \tilde{L}^i(y_Q)| \leq 1$. Dans ces conditions, nous obtenons $n_\rho = 5$ bits et $n_\theta = 7$. Après l'élaboration de ces règles de quantification, nous avons tous les paramètres nécessaires pour commencer la phase d'approximation.

Calcul de $\tilde{L}(y_Q)$: En utilisant les règles de quantification (6) avec les valeurs de R définies dans la table 1, nous traçons les valeurs quantifiées du LLR $\bar{L}_{i=0,1,2}^i$ avec $\rho = 1$ sur la figure 4. Les valeurs quantifiées du LLR possèdent une forme périodique triangulaire qui peut-être facilement interpolée. La figure 5 montre les variations de \bar{L}^0 pour quelques valeurs de $\rho_Q = 0.5, 1, 2$. Les courbes montrent des phénomènes de saturations ($\bar{L}^0 = \pm 15$) pour les grandes valeurs de ρ_Q . De nouveau, on constate que \bar{L}^0 peut être approximée par une fonction triangle. En choisissant la valeur de σ constante pour chaque rendement du codage (chap. VI de [3]), la forme de la fonction d'approximation devient indépendante du rapport signal à bruit. Elle est définie par :

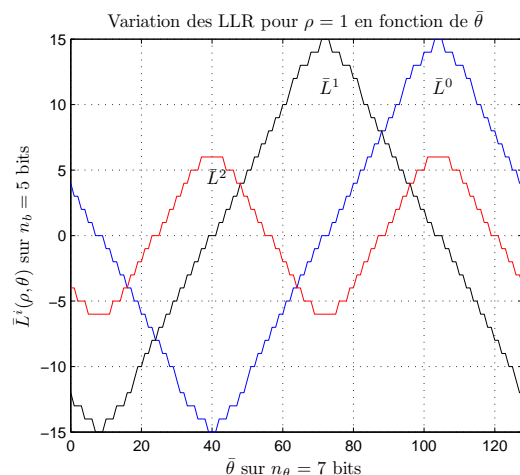


FIGURE 4 – Quantification de \bar{L}^i en fonction de $\bar{\theta}$ ($\bar{\rho} = 1$)

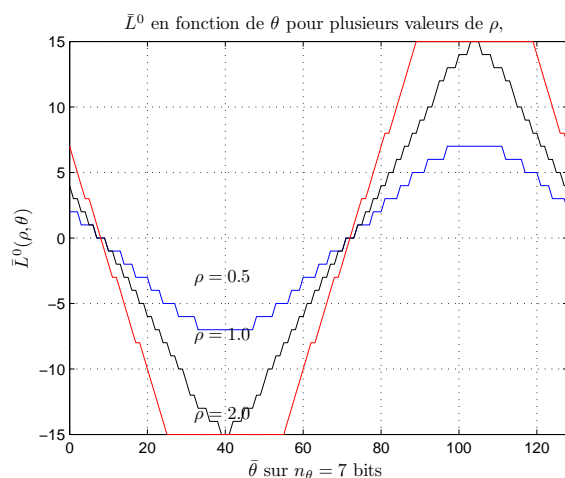


FIGURE 5 – Quantification de \bar{L} avec $\bar{\rho} = 0.5, 1$ et 2

$$\tilde{L}^i = s_i(\bar{\theta}) \min(\lfloor \bar{\rho} \min(h_i(\bar{\theta}), 30) \alpha_i + 0.5 \rfloor, 15) \quad (12)$$

où $s_i(\bar{\theta})$ est une fonction signe, $h_i(\bar{\theta})$ effectue une translation et une symétrie sur $\bar{\theta}$ pour qu'il reste compris dans l'intervalle $[0, 31[$ et α_i est un facteur d'échelle minimisant l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) entre \bar{L}^i et \tilde{L}^i . Le critère "EQM" est choisi pour des raisons pratiques. Idéalement, il faudrait observer la dégradation en E_s/N_0 après le code correcteur d'erreur. Toutefois, cette évaluation requiert une simulation de Monte-Carlo qui est très longue.

La figure 6 montre l'architecture permettant le calcul de \tilde{L}^0 . Le même principe sera utilisé pour calculer \tilde{L}^1 et \tilde{L}^2 . Puisque $\alpha_0 = \alpha_1$, un seul multiplicateur est nécessaire pour obtenir $\bar{\rho}\alpha_0$ et $\bar{\rho}\alpha_1$. \bar{L} est un entier quantifié sur $n_b = 5$ bits donc les multiplicateurs nécessaires sont de faible complexité. Nous savons aussi que $s_i(\bar{\theta}) = \pm 1$, donc cette fonction se réalise sans multiplicateur. Pour calculer le \tilde{L} d'un symbole complet, cinq multiplicateurs doivent être implantés.

Les codes sources Matlab pour les différentes étapes de calcul du LLR sont disponibles librement [4].

4 Résultats des simulations

La figure 7 montre le TEB en fonction du rapport signal à bruit (trames courtes $N = 16200$ bits). Les performances de la méthode proposée sont similaires à celles de méthode optimale (dégradations inférieures à 0,02 dB). Le tableau 2 montre le nombre de multiplieurs requis pour implanter chaque méthode d'approximation ainsi que l'EQM entre \tilde{L} et \tilde{L} pour la technique proposée et entre \tilde{L} et $L_{mi=1,2}$ pour les méthodes de l'état de l'art. On remarque que la méthode proposée est plus précise que celle de [5] et nécessite moins de multiplieurs. La méthode basée [6] sur I et Q est plus simple à implanter mais l'EQM entre L et L_{m2} est significativement plus élevée.

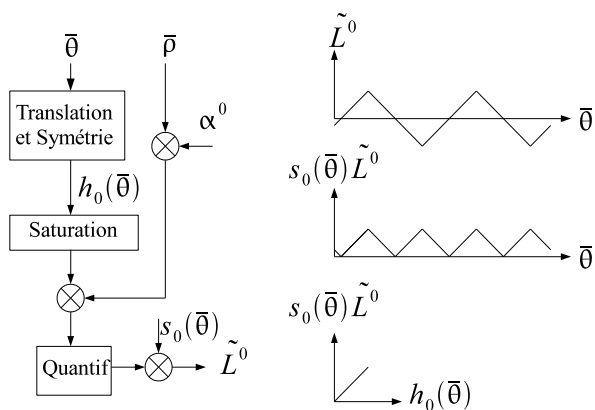


FIGURE 6 – Architecture pour le calcul de \tilde{L}^0

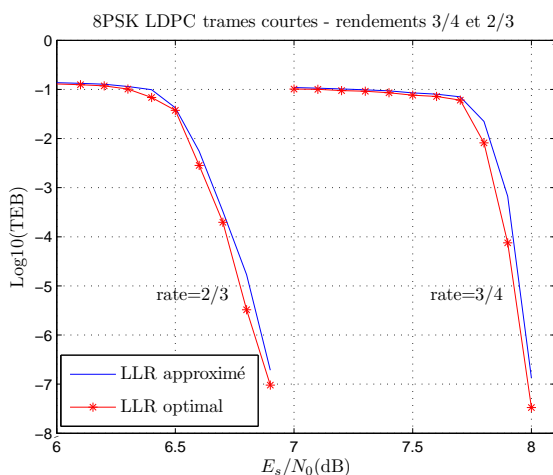


FIGURE 7 – TEB en fonction du rapport signal à bruit E_s/N_0 pour un rendement LDPC de 2/3 et 3/4

Méthode	Max [5]	I et Q [6]	proposée
Nombre de multiplieurs	16	4	5
EQM	0.94	1.54	0.89

TABLE 2 – Comparatif du compromis entre complexité et performances parmi les différentes techniques

5 Conclusion

Cet article montre qu'il est possible de remplacer efficacement les coordonnées cartésiennes par des coordonnées polaires pour le calcul des LLR des bits associés à une modulation 8-PSK. Avec une architecture très simple, la dégradation des performances (après décodage) est de seulement 0.02 dB, et ce, pour une complexité d'implémentation très faible. Un tel démodulateur se combine bien avec la méthode proposée dans [2] pour concevoir un récepteur DVB-S2 ou une partie des opérations s'effectue en coordonnées polaires. Ce principe est bien sûr généralisable dans d'autres contextes que le DVB-S2. Dans nos perspectives, nous envisageons aussi l'extension de la méthode pour des modulations 16-APSK et 32-APSK.

Références

- [1] http://www.etsi.org/deliver/etsi_en/302300_302399/302307/01.02.01_en_302307v010201p.pdf
- [2] E. Boutillon ; P. Kim ; C. Roland ; D.-G. Oh, *Efficient Multiplierless Architecture for Frame Synchronization in DVB-S2 Standard*, SISP 2011, Oct. 2011, Beirut
- [3] E. Boutillon, C. Douillard, G. Montorsi, *Iterative Decoding of Concatenated Convolutional Codes : Implementation Issues*, Trans. of the IEEE, vol. 95, n.6, june 2007.
- [4] <http://www-labsticc.univ-ubs.fr/~boutillon/8PSK/8PSK.html>
- [5] J. Park ; M. Sunwoo ; P. Kim ; D. Chang, *Low Complexity Soft-Decision Demapper for High Order Modulation of DVB-S2 system* SoC Design Conference, ISOC '08. International, vol 02, p. II-37 - II-40, 2008.
- [6] M. Cheng ; D. Divsalar ; S. Duy, *Structured Low-Density Parity-Check Codes with Bandwidth Efficient Modulation*, Proc. SPIE 7349, Wireless Sensing and Processing IV, Orlando, April 13 2009.
- [7] M. Li ; C. Abdel Nour ; C. Jégo ; J. Yang ; C. Douillard, *Efficient iterative receiver for bit-Interleaved Coded Modulation according to the DVB-T2 standard*, ICASSP'2011, pp.3168-71, Prague, May 2011.