

# Localisation des sources distribuées en champ proche

Jad ABOU CHAAYA<sup>1</sup>, José PICHERAL<sup>1</sup>, Sylvie MARCOS<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Département Signaux & Systèmes Électroniques, Supélec  
Plateau de Moulon, 3 rue Joliot-Curie, 91192 Gif-sur-Yvette Cedex, FRANCE

<sup>2</sup>Laboratoire des signaux et systèmes, Supélec  
Plateau de Moulon, 3 rue Joliot-Curie, 91192 Gif-sur-Yvette Cedex, FRANCE  
jad.abouchaaya@supelec.fr, jose.picheral@supelec.fr  
sylvie.marcos@lss.supelec.fr

**Résumé** – La plupart des algorithmes du traitement d’antennes ont été développés avec l’hypothèse de sources ponctuelles situées en champ lointain. Certaines applications physiques n’obéissent pas à cet hypothèse, ainsi l’extension angulaire en champ proche doit être prise en compte dans le modèle. Dans ce papier, on propose un modèle généralisé pour la caractérisation des sources ayant une extension angulaire dans un champ proche. Nous proposons ensuite un algorithme d’estimation conjointe de la direction d’arrivée nominale, de la dispersion angulaire autour de cette direction et de la distance séparant la source de l’antenne. La méthode est basée sur une généralisation de l’estimateur *MUSIC* sur le principe de la minimisation d’un produit scalaire entre un vecteur fonction du vecteur directeur et le vecteur propre bruit de la matrice de corrélation. Nous comparons notre méthode avec un estimateur *MUSIC* conventionnel (source ponctuelle en champ proche). Les résultats montrent que le nouvel estimateur est plus performant en réduisant l’erreur quadratique moyenne des estimés pour les sources distribuées en champ proche. L’estimateur proposé est comparé avec la borne de Cramer-Rao (BCR).

**Abstract** – Most algorithms in array signal processing have been developed with the assumption of point sources in far field. Meanwhile, many physical applications doesn’t satisfy these conditions and the angular extension in near field must be considered in modeling the sources. In this paper we propose a generalized model for the characterization of sources with angular extension in near field. Then we derive a joint estimation algorithm for the main direction of arrival, the angular dispersion around this direction and the distance between the array and the sources. The method is based on minimizing a scalar product between a vector derived from the steering vector and the noise eigenvectors from the correlation matrix. We compare our method to the conventional (point source in near-field) *MUSIC* algorithm. Results show that the new method outperforms the *MUSIC* algorithm by reducing the mean square error of the parameters estimates for scenarios of distributed sources in near-field. The new method is compared with the associated Cramer-Rao bound (CRB).

## 1 Introduction

Dans le domaine du traitement d’antennes, les méthodes d’estimation des directions d’arrivées ont majoritairement été développées en supposant que les sources émettrices ou réverbérantes étaient ponctuelles et lointaines et que les ondes se propageaient jusqu’à l’antenne suivant un seul trajet. Pourtant, dans de nombreuses applications comme les communications sans fils, le radar, le sonar ou encore la localisation des sources acoustiques, l’extension spatiale et l’effet de la dispersion angulaire ne peuvent pas être ignorés.

Suivant la nature des réflexions ou des diffusions des ondes dans les différents exemples, les composantes des signaux arrivant des différentes directions peuvent être plus ou moins corrélées. Un modèle de sources spatialement distribuées qui a largement été repris par les auteurs ayant travaillé sur ce sujet est donné dans [1]. Ces sources sont modélisées par une dispersion angulaire continue.

Par contre à notre connaissance, il n’existe pas des travaux prenant en compte à la fois le caractère distribué des sources

et le caractère champ proche de la propagation. Or, ce caractère d’étalement spatial sera d’autant plus important à prendre en considération que les sources seront proches de l’antenne. C’est pourquoi, ici, nous proposons, d’une part, de généraliser le modèle de [1] au cas du champ proche et, d’autre part, de développer une méthode d’estimation conjointe de la direction d’arrivée nominale, de la dispersion angulaire autour de cette direction nominale et de la distance source-antenne. Notre approche est motivée par une application de localisation des sources aéroacoustiques sur la carrosserie des voitures pour permettre aux constructeurs de diminuer la gêne occasionnée par le bruit aérodynamique.

L’organisation du papier est la suivante. Dans la section 2 on introduit le modèle des sources distribuées situées en champ proche. La section 3 présente le nouvel estimateur proposé pour la localisation des sources spatialement distribuées en champ proche. Finalement les performances de l’algorithme proposé sont étudiées et comparées à un *MUSIC-2D* à travers des simulations numériques.

## 2 Modèle

On considère un réseau linéaire et uniforme (*ULA* : *Uniform Linear Array*) de  $M$  capteurs, séparés par une distance inter-capteurs  $d = \lambda/2$ . On dispose de  $q$  sources distribuées spatialement, à bande étroite et situées en champ proche. Les sources et les capteurs étant dans le même plan, le vecteur  $M \times 1$  des signaux mesurés par les  $M$  capteurs en bande de base s'écrit  $\underline{\mathbf{x}}(t) = [x_1(t), \dots, x_M(t)]^T$ , où  $(\cdot)^T$  indique l'opérateur transposition. Dans le cas des sources distribuées en champ lointain, les auteurs de [1] ont proposé un modèle que nous étendons au champ proche sous la forme suivante :

$$\underline{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^q \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \underline{\mathbf{a}}(\phi, r_i) v_i(\phi, \theta_i, \Delta_i, t) d\phi + \underline{\mathbf{n}}(t). \quad (1)$$

$v_i(\phi, \theta_i, \Delta_i, t)$  modélise la distribution angulaire du signal de la  $i$ -ème source.  $\theta_i$  est l'angle nominal d'arrivée de la source et  $\Delta_i$  représente la dispersion angulaire.  $\underline{\mathbf{n}}(t)$  est le vecteur  $M \times 1$  de bruit généré par les capteurs, supposé blanc, additif et gaussien. Le vecteur directionnel  $\underline{\mathbf{a}}(\phi, r)$ , de dimension  $M \times 1$ , représente la réponse du réseau en champ proche pour une source située dans une direction  $\phi$  et une distance  $r$ .

Dans le contexte du champ proche, il faut tenir compte de la sphéricité des ondes. Par conséquent, le retard  $\tau_m$  de propagation du signal, entre un capteur  $m$  et le capteur de référence (le premier capteur), peut être approximé [2], [3] :

$$\tau_m = \frac{2\pi}{\lambda} (\sqrt{r^2 + m^2 d^2} - 2md \sin(\phi)r - r). \quad (2)$$

L'équation (2) peut être simplifiée en supposant que la source est située dans la zone de Fresnel. Afin de vérifier cette condition, la distance entre la source et le réseau de capteurs doit vérifier l'inégalité suivante [4] :

$$0.62 \sqrt{\frac{d^3 (M-1)^3}{\lambda}} < r < \frac{2d^2 (M-1)^2}{\lambda}. \quad (3)$$

Alors, suivant cette supposition, le retard dans (2) peut être exprimé par ([2], [3]) :

$$\tau_m = -2\pi \frac{d}{\lambda} \sin(\phi)m + \pi \frac{d^2}{\lambda r} \cos^2(\phi)m^2 + \mathcal{O}\left(\frac{d^2}{r^2}\right), \quad (4)$$

où  $\mathcal{O}(d^2/r^2)$  indiquent les termes d'ordre égal ou supérieur à  $d^2/r^2$  et peuvent être négligés. Pour  $d = \lambda/2$ , la composante  $m+1$  du vecteur directionnel  $\underline{\mathbf{a}}(\phi, r)$  s'écrit sous la forme :

$$a_{m+1}(\phi, r) = \exp\left(-j\pi \sin(\phi)m + j\frac{\pi\lambda}{4r} \cos^2(\phi)m^2\right). \quad (5)$$

Dans la suite on considère le modèle des sources distribuées cohérentes proposé dans [1]. On suppose alors que tous les signaux provenant des différentes directions de la source distribuée sont cohérents entre eux et que la distribution angulaire est invariante en fonction du temps. On peut écrire [1] :

$$v_i(\phi, \theta_i, \Delta_i, t) = s_i(t)h_i(\phi, \theta_i, \Delta_i), \quad (6)$$

où  $s_i(t)$  représente le signal complexe aléatoire de la source  $i$  et  $h_i(\phi, \theta_i, \Delta_i)$  représente la fonction déterministe qui reflète la

distribution angulaire spatiale. Les sources sont supposées décorrélatées entre elles. Le modèle des  $q$  multi-sources distribuées en champ proche s'écrit :

$$\underline{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^q s_i(t) \underline{\mathbf{c}}_i(\theta_i, \Delta_i, r_i) + \underline{\mathbf{n}}(t), \quad (7a)$$

$$\underline{\mathbf{c}}_i(\theta_i, \Delta_i, r_i) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \underline{\mathbf{a}}(\phi, r_i) h_i(\phi, \theta_i, \Delta_i) d\phi, \quad (7b)$$

avec  $\underline{\mathbf{c}}_i(\theta_i, \Delta_i, r_i)$  le vecteur obtenu en intégrant le produit du vecteur directionnel en champ proche et de la fonction de répartition spatiale pour la  $i$ -ème source  $h_i(\phi, \theta_i, \Delta_i)$ . Les échantillons des signaux et du bruit sont modélisés par des variables aléatoires, complexes, gaussiennes, indépendantes entre elles et centrées. Les signaux et le bruit sont supposés décorrélatés, de même les sources  $v_i(\phi, \theta_i, \Delta_i, t)$  sont décorrélatées entre elles.

Avec les hypothèses précédentes, la matrice de corrélation des signaux à la sortie du réseau est donnée par :

$$\mathbf{R}_{xx} = E[\underline{\mathbf{x}}\underline{\mathbf{x}}^H] = \mathbf{C}\mathbf{S}\mathbf{C}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}, \quad (8)$$

où les composantes colonnes de la matrice  $\mathbf{C}$  sont les vecteurs  $\underline{\mathbf{c}}_i(\theta_i, \Delta_i, r_i)$  pour  $i = 1, \dots, q$ .  $\mathbf{S}$  est la matrice de corrélation des sources dont l'élément  $s_{ij} = E[s_i s_j^*]$  et  $\sigma_n^2$  est la variance du bruit. Si les sources sont décorrélatées  $\mathbf{S}$  est diagonale. Pour l'estimation de la matrice  $\mathbf{R}_{xx}$  on utilise l'estimateur suivant à partir de  $L$  échantillons (snapshots) :

$$\hat{\mathbf{R}}_{xx} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \underline{\mathbf{x}}(t_l) \underline{\mathbf{x}}^H(t_l). \quad (9)$$

## 3 Estimateur NF-DSPE

Un nouvel estimateur pour la localisation des sources distribuées en champ proche : il s'agit d'une extension de l'algorithme "*Distributed Signal Parameter Estimator*" (*DSPE*). Il sera nommé *NF-DSPE* ("*Near Field - DSPE*").

L'espace des observations peut être décomposé en deux sous espaces, signal et bruit.  $\mathbf{E}_n$ , une base du sous-espace des vecteurs bruits, est formée par les  $M - q$  vecteurs propres de  $\mathbf{R}_{xx}$  associés aux  $M - q$  valeurs propres les plus petites. Puisque le sous-espace bruit est issu de la décomposition en éléments propres de la matrice de corrélation alors  $\mathbf{C}\mathbf{E}_n = 0$ . L'estimateur généralisé de *MUSIC*, *NF-DSPE*, revient à minimiser la norme du produit entre  $\mathbf{E}_n$  et un vecteur d'analyse  $\underline{\mathbf{c}}(\theta, \Delta, r)$ , ce qui revient à chercher les maxima du critère suivant :

$$S_{NF-DSPE}(\theta, \Delta, r) = \frac{1}{\underline{\mathbf{c}}^H(\theta, \Delta, r) \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H \underline{\mathbf{c}}(\theta, \Delta, r)}. \quad (10)$$

L'expression dans (10) ressemble au spectre de l'algorithme *MUSIC*, la différence se présente avec le vecteur d'analyse  $\underline{\mathbf{c}}(\theta, \Delta, r)$  au lieu du vecteur  $\underline{\mathbf{a}}(\theta)$ .

L'estimateur *NF-DSPE* sera comparé à un estimateur ne prenant pas en compte la dispersion des sources, il sera nommé ; "*Near Field Estimator*" (*NFE*). Il s'agit d'un algorithme *MUSIC-2D* pour la localisation des sources ponctuelles en champ proche.

Il consiste à estimer la direction d'arrivée  $\theta$  de la source et la distance  $r$  définie entre le réseau et la source par :

$$S_{NFE}(\theta, r) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\phi, r) \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H \mathbf{a}(\phi, r)}. \quad (11)$$

Cet estimateur consiste à minimiser la norme du produit entre l'espace des vecteurs bruit  $\mathbf{E}_n$ , issu de la décomposition en éléments propres de la matrice de corrélation  $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$  des observations, et le vecteur directionnel en champ proche  $\mathbf{a}(\phi, r)$ .

## 4 Résultats numériques

Pour étudier les performances du nouvel estimateur proposé, *NF-DSPE*, on calcule l'erreur quadratique moyenne (EQM) des différents paramètres à estimer  $\theta_i$ ,  $\Delta_i$  et  $r_i$ . Pour cela on prend une configuration avec une source distribuée en champ proche et un réseau de  $M = 20$  capteurs, l'espacement inter-capteur  $d = \lambda/2$ . On suppose que les sources sont distribuées d'une manière cohérente dans l'espace avec une fonction de répartition spatiale définie par (comme proposée dans [1]) :

$$h(\phi, \theta_i, \Delta_i) = \frac{K_i}{1 + j \left( \frac{\phi - \theta_i}{\Delta_i} \right)}, \quad (12)$$

où  $K_i$  est un facteur de normalisation,  $\theta_i$  représente l'angle d'arrivée nominal de la source et  $\Delta_i$  représente la largeur d'extension à 3 dB de la source  $i$ .

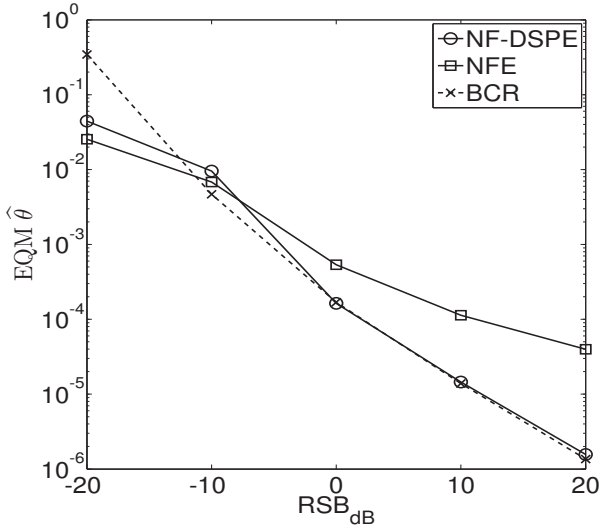


FIGURE 1 – EQM de l'estimé  $\hat{\theta}$  fonction de RSB. Position de la source  $\theta_1 = 10^\circ$ ,  $r_1 = 25\lambda$  and  $\Delta_1 = 10^\circ$ .

Pour comparer les performances de l'estimateur *NF-DSPE* et de l'estimateur *NFE*, la configuration qui consiste en une source avec les paramètres  $\theta_1 = 10^\circ$ ,  $\Delta_1 = 1^\circ$  et  $r_1 = 25\lambda$  la distance séparant la source du réseau. Une simulation de *Monte-Carlo* de 500 réalisations indépendantes avec  $L = 500$  observations a été réalisée.

On compare la variation de l'erreur quadratique moyenne (EQM) en fonction du RSB sur la fig.1, fig.2 et fig.3 pour les deux estimateurs définis précédemment. Il est clair que *NF-DSPE* fournit une estimation plus précise que *NFE* pour les deux estimés  $\hat{\theta}$  et  $\hat{r}$ . L'erreur quadratique moyenne de l'estimateur proposé décroît asymptotiquement avec le RSB pour les trois paramètres (voir fig.1, 2 et 3). L'estimateur proposé fournit une localisation précise des sources distribuées en champ proche, puisqu'il tient compte de leurs étalement spatial, au contraire la précision du *NFE* est limitée notamment pour des RSB importants car il ne prend pas en compte la dispersion angulaire des sources. De plus on remarque que le nouvel estimateur atteint la borne de Cramer-Rao (BCR).

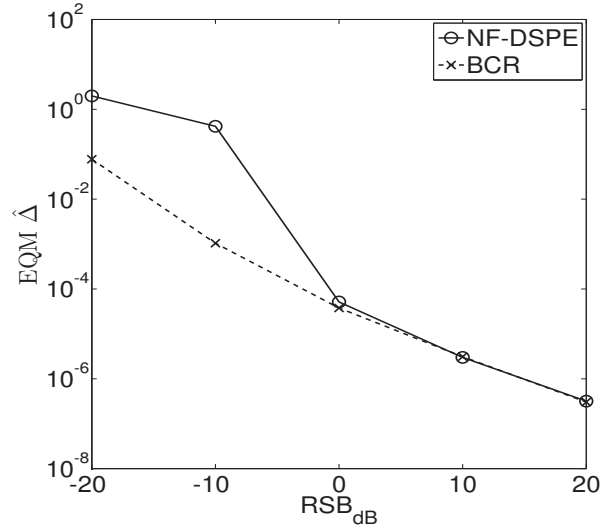


FIGURE 2 – EQM de l'estimé  $\hat{\Delta}$  fonction de RSB. Position de la source  $\theta_1 = 10^\circ$ ,  $r_1 = 25\lambda$  and  $\Delta_1 = 10^\circ$ .

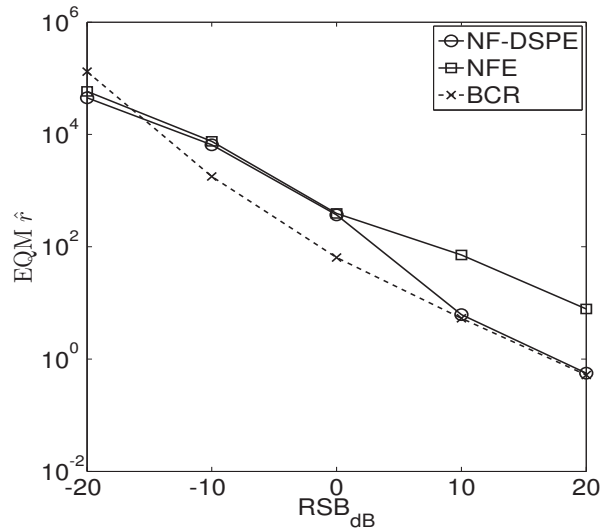


FIGURE 3 – EQM de l'estimé  $\hat{r}$  fonction de RSB. Position de la source  $\theta_1 = 10^\circ$ ,  $r_1 = 25\lambda$  and  $\Delta_1 = 10^\circ$ .

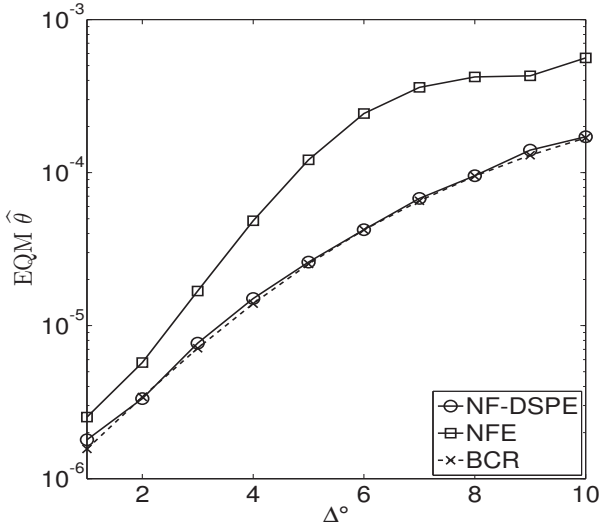


FIGURE 4 – EQM de l'estimé  $\hat{\theta}$  fonction de  $\Delta$  pour RSB= 0 dB. Position de la source  $\theta_1 = 10^\circ$ ,  $r_1 = 25\lambda$ .

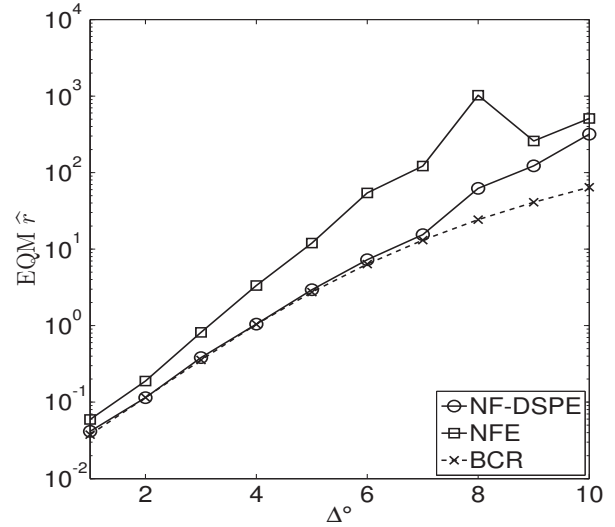


FIGURE 6 – EQM de l'estimé  $\hat{r}$  fonction de  $\Delta$  pour RSB= 0 dB. Position de la source  $\theta_1 = 10^\circ$ ,  $r_1 = 25\lambda$ .

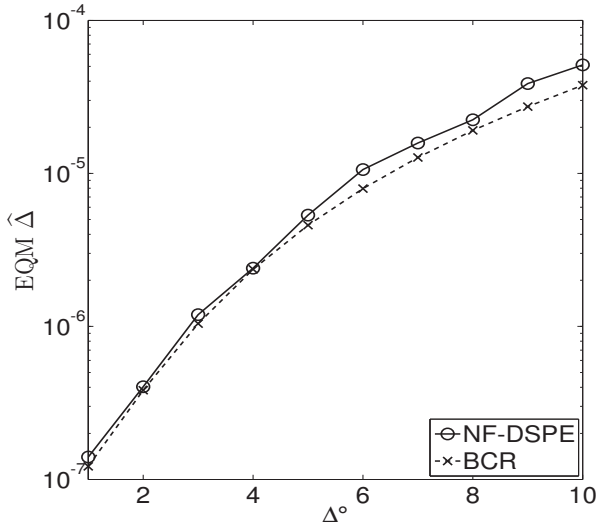


FIGURE 5 – EQM de l'estimé  $\hat{\Delta}$  fonction de  $\Delta$  pour RSB= 0 dB. Position de la source  $\theta_1 = 10^\circ$ ,  $r_1 = 25\lambda$ .

Fig.4, fig.5 et fig.6 montrent la variation de l'EQM en fonction de la dispersion spatiale de la source. Le RSB est fixé à 0 dB, l'erreur quadratique croît en fonction de la dispersion de la source. Ce qui implique que la localisation des sources, présentant un étalement angulaire de plus en plus important, devient moins précise. Néanmoins, l'écart entre les deux estimateurs augmente pour une dispersion plus importante (fig.4, fig.5). En effet lorsque la dispersion est faible la source peut être assimilée à une source ponctuelle, l'intérêt de l'estimateur *NF-DSPE* est donc limité, contrairement au cas où la dispersion angulaire est importante.

## 5 Conclusions et perspectives

Dans ce papier, on a étendu un modèle pour les sources distribuées en champ lointain dans un contexte de champ proche. Le modèle prend en compte la dispersion angulaire en champ proche, ainsi l'approche peut aisément être généralisée avec une dispersion sur la distance. Un estimateur *MUSIC* généralisé a été proposé pour la localisation de ces sources. Les études de performances nous montrent l'intérêt de prendre en compte le modèle de dispersion pour l'estimation. Les travaux à venir consistent à étudier et améliorer la robustesse de la méthode vis-à-vis d'autres fonctions de dispersion angulaire.

## Références

- [1] S. Valaee, B. Champagne, and P. Kabal, "Parametric localization of distributed sources," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 43, pp. 2144–2153, Sept. 1995.
- [2] E. Grosicki, K. Abed-Meraim, and Y. Hua, "A weighted linear prediction method for near-field source localization," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, pp. 3651–3660, Oct. 2005.
- [3] Y.-D. Huang and M. Barkat, "Near-field multiple source localization by passive sensor array," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 39, pp. 968–975, July 1991.
- [4] N. Yuen and B. Friedlander, "Performance analysis of higher order ESPRIT for localization of near-field sources," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, pp. 709–719, Mar. 1998.