

# Régularisation et optimisation pour l'imagerie sismique des fondations de pylônes

Denis VAUTRIN<sup>1</sup>, Matthieu VOORONS<sup>2</sup>, Jérôme IDIER<sup>1</sup>, Yves GOUSSARD<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes  
1 rue de la Noë, BP 92101, 44321 Nantes Cedex 3, France

<sup>2</sup>École Polytechnique de Montréal  
C.P. 6079 succ. Centre-ville, Montréal H3C 3A7, Canada

denis.vautrin@ircsyn.ec-nantes.fr, matthieu.voorons@gmail.com,  
jerome.idier@ircsyn.ec-nantes.fr, yves.goussard@polymtl.ca

**Résumé** – Notre travail porte sur l'auscultation des fondations de pylônes électriques par imagerie sismique. Notre objectif est de retrouver la géométrie des fondations à partir des données mesurées. Le volume des données et des calculs ainsi que le mauvais conditionnement des systèmes rendent la résolution de ce problème particulièrement difficile. Trois approches d'inversion sont proposées. La première vise à contourner ces difficultés de façon mathématique et algorithmique et ne fait appel qu'à peu de connaissance *a priori*. À partir de cette méthode, nous en avons développé deux autres prenant en compte certaines spécificités du problème. Les résultats obtenus sur des données synthétiques montrent que la première approche aboutit à une reconstruction satisfaisante et que l'ajout d'information *a priori* permet d'accélérer et d'affiner la reconstruction.

**Abstract** – This work deals with the nondestructive testing of the structure foundations of transmission overhead lines using a seismic imaging procedure. Our goal is to determine the geometry of the foundations from the measured data. The huge amount of data and computations as well as the ill-conditioning of the system make the resolution of this problem particularly difficult. Three inversion procedures are proposed. The first circumvent these difficulties by means of algorithmical and mathematical techniques and uses only little prior information. From this, we developed two methods taking into account specific characteristics of the problem. Tests were performed on synthetic data. The results show that the first method leads to satisfying results. The addition of more specific priors leads to more precise and faster reconstructions.

## 1 Contexte

Nos travaux s'inscrivent dans le cadre d'un projet multilabore de contrôle non destructif initié par Réseau de Transport d'Électricité<sup>1</sup> (RTE) et supervisé par la division Recherche et Développement d'EDF<sup>2</sup> (EDF R&D). L'objectif est de déterminer la géométrie des fondations en béton de pylônes électriques.

La procédure d'imagerie sismique retenue repose sur l'utilisation d'un pot vibrant [1] placé en surface à proximité de la fondation. Il génère une onde sismique dont la fréquence varie de 100 à 1000 Hz. Des géophones disposés en surface mesurent la composante verticale de la vitesse des ondes sismiques. Ils sont caractérisés par leur fréquence propre qui est choisie en fonction de la source utilisée (100 Hz dans notre étude). On réalise une acquisition en couverture multiple : la procédure de mesure est répétée pour plusieurs positions de la source sismique pour constituer le jeu de données à inverser.

Nous nous intéressons à la résolution du problème inverse. Notre objectif est de retrouver les caractéristiques du sous-sol à partir des données mesurées et, plus précisément, de localiser

l'interface terre/béton. Pour cela, on doit savoir résoudre le problème direct qui consiste à déterminer les quantités mesurées lorsque les caractéristiques du sous-sol sont connues. La résolution du problème direct a été prise en charge par EDF R&D. Elle s'appuie sur les équations de propagation des ondes dans un milieu élastique à deux dimensions. Celles-ci permettent d'exprimer les données mesurées en fonction de la distribution spatiale des vitesses de propagation des ondes de pression ( $v_p$ ) et de cisaillement ( $v_s$ ). L'algorithme de résolution du problème direct doit être efficace afin de réduire le coût de calcul et la place mémoire nécessaires à la résolution du problème inverse. Pour cela, EDF R&D a opté pour une discrétisation des équations de propagation par différences finies dans le domaine fréquentiel. Pour une fréquence  $f$  et une position de la source  $k$  données, on exprime les données mesurées  $\mathbf{g}_{f,k}$  en fonction des caractéristiques du sous-sol de la façon suivante :

$$\mathbf{g}_{f,k}(\mathbf{v}_p^2, \mathbf{v}_s^2) = \mathbf{E}_1 \mathbf{A}_f^{-1}(\mathbf{v}_p^2, \mathbf{v}_s^2) \mathbf{F}_{f,k} \quad (1)$$

où  $\mathbf{v}_p^2$  et  $\mathbf{v}_s^2$  sont deux vecteurs dont les composantes sont le carré des caractéristiques  $v_p$  et  $v_s$  en chaque point du domaine. Pour accélérer la construction des matrices d'impédance  $\mathbf{A}_f$  en fonction des caractéristiques du milieu  $\mathbf{v}_p^2$  et  $\mathbf{v}_s^2$ , nous avons établi la relation suivante qui fait intervenir des matrices creuses

1. RTE – CNER, Immeuble Ampère 92068 Paris La Défense, France

2. EDF R&D, Département STEP – 6 quai Watier 78401 Chatou, France

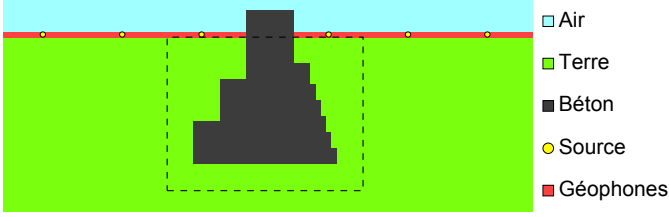


FIGURE 1 – Configuration utilisée pour comparer les performances des différentes méthodes d'inversion proposées

TABLE 1 – Caractéristiques du sous-sol

Terre	$v_{T,p} = 300$ m/s	$v_{T,s} = 150$ m/s
Béton	$v_{B,p} = 4000$ m/s	$v_{B,s} = 2200$ m/s

de filtrage spatial  $\mathbf{G}^p$ ,  $\mathbf{H}^p$ ,  $(\mathbf{H}_n^s)_{n=1 \text{ à } 3}$  et  $(\mathbf{H}_n^s)_{n=1 \text{ à } 3}$  :

$$\mathbf{A}_f(\mathbf{v}_p^2, \mathbf{v}_s^2) = \mathbf{A}_{f,0} + \mathbf{H}^p \text{Diag}\{\mathbf{v}_p^2\} \mathbf{G}^p + \sum_{n=1}^3 \mathbf{H}_n^s \text{Diag}\{\mathbf{v}_s^2\} \mathbf{G}_n^s \quad (2)$$

Cet article se concentre sur la résolution du problème inverse. Nous présentons trois approches : une s'appuyant sur des outils classiques de régularisation en imagerie et deux autres prenant en compte davantage de spécificités du milieu à imager. La comparaison des différentes méthodes est faite à l'aide de résultats obtenus sur des données synthétiques. L'espace mémoire disponible nous oblige à travailler sur un problème de taille réduite. Nous utilisons le milieu présenté à la figure 1 dont les caractéristiques sont données dans le tableau 1. Les paramètres utilisés pour générer les données sont :

- dimensions du milieu : 2 m  $\times$  1 m ;
- résolution du maillage : 2 cm ;
- 6 positions de la source, 91 géophones ;
- signal émis par la source : Ricker 200 Hz ;
- 10 fréquences de 100 à 500 Hz retenues pour l'inversion ;
- ajout de bruit blanc gaussien (rapport signal/bruit : 30 dB).

L'inversion est restreinte à une zone d'intérêt (zone pointillée sur la figure 1) et les caractéristiques du milieu en dehors de cette zone sont supposées parfaitement connues.

## 2 Inversion par moindres carrés non linéaires pénalisés

La première méthode que nous avons développée est une approche de type « cartographie ». Elle consiste à retrouver la valeur de  $v_p$  et de  $v_s$  en chaque point du maillage par minimisation d'un critère des moindres carrés pénalisé :

$$\mathcal{J}(\mathbf{v}_p^2, \mathbf{v}_s^2) = \sum_{f,k} \|\mathbf{y}_{f,k} - \mathbf{g}_{f,k}(\mathbf{v}_p^2, \mathbf{v}_s^2)\|^2 + \mathcal{J}_{\text{reg}}(\mathbf{v}_p^2, \mathbf{v}_s^2) \quad (3)$$

Le terme de régularisation  $\mathcal{J}_{\text{reg}}$  permet de pallier le caractère mal-posé du problème par l'ajout d'*a priori*. Nous avons opté pour une approximation de la variation totale car nous supposons que le milieu sondé est constitué de deux régions homo-

gènes séparées par des contours francs :

$$\mathcal{J}_{\text{reg}}(\mathbf{v}_p^2, \mathbf{v}_s^2) = \gamma \sum_{(i,j) \in C} \sqrt{(\mathbf{v}_{p,i}^2 - \mathbf{v}_{p,j}^2)^2 + (\mathbf{v}_{s,i}^2 - \mathbf{v}_{s,j}^2)^2} + \delta^2$$

où  $C$  est l'ensemble des cliques du domaine (4-connexité).

L'expression des mesures  $\mathbf{g}_{f,k}$  en fonction des inconnues  $\mathbf{v}_p^2$  et  $\mathbf{v}_s^2$  (équations (1) et (2)) est non linéaire. Cela rend la résolution du problème inverse difficile. De plus, nous devons être en mesure de traiter des problèmes de grande taille (dimensions du domaine de l'ordre du décimètre et résolution spatiale de l'ordre du centimètre). Nous avons donc choisi de minimiser le critère avec l'algorithme L-BFGS-B [2]. Cette méthode de quasi-Newton bénéficie d'un très bon compromis entre volume des calculs, encombrement mémoire et vitesse de convergence.

Les premiers tests sur données synthétiques ont montré que la méthode a des difficultés à converger. Deux stratégies ont alors été utilisées pour contourner ce problème :

1. L'introduction progressive des données, fréquence par fréquence, des basses vers les hautes. C'est une approche courante en tomographie par ondes sismiques [3].
2. Un changement de variables logarithmique palliant le manque de sensibilité du critère (3) dû au fort contraste entre les caractéristiques des matériaux (voir tableau 1). Il en découle un meilleur conditionnement du critère conduisant à une nette accélération de la convergence [4].

Sur la figure 4, nous présentons les résultats obtenus pour deux initialisations (caractéristiques de la terre et solution parfaite). Les « sauts » observés sur l'évolution temporelle du critère sont dus à l'introduction progressive des termes du critère. Cette méthode aboutit à des reconstructions similaires pour les deux initialisations. La géométrie obtenue est relativement proche de celle de la solution recherchée, néanmoins le temps de calcul requis est long et les paramètres caractérisant le béton sont sous-estimés ( $v_p \sim 1000$  m/s et  $v_s \sim 600$  m/s).

## 3 Amélioration par ajout d'*a priori*

### 3.1 Approche par pénalisation non convexe

Cette approche est une évolution directe de la première méthode d'inversion. Elle se base sur l'hypothèse que le milieu sondé est composé de zones homogènes lisses (terre et béton) dont les caractéristiques  $v_p$  et  $v_s$  sont connues de façon approximative. Nous ajoutons au critère (3) un terme de pénalisation non convexe  $L_2L_0$  qui a pour forme générale :

$$\mathcal{J}_{L_2L_0}(\chi) = \gamma_{L_2L_0} (\sqrt{\delta^2 + (\chi - \beta)^2} + \mu - \sqrt{\mu^2 + (\chi - \beta)^2})$$

où  $\delta$  et  $\mu$  sont des paramètres d'échelle permettant de modifier le comportement de la fonction et qui vérifient :  $0 < \delta < \mu$ ,  $\chi$  est le contraste des variables à inverser,  $\gamma_{L_2L_0}$  est un hyperparamètre, et  $\beta$  est la moyenne, connue *a priori*, du contraste. Nous faisons l'hypothèse que l'ajout de ce terme non convexe n'a qu'une influence limitée sur la convergence des méthodes de minimisation locales employées, et que la solution obtenue,

même si elle ne correspond qu'à un minimum local de la fonction de coût, reste convenable et proche du minimiseur global.

La fonction  $L_2L_0$  agit comme un « puit de potentiel » qui favorise l'apparition de la valeur  $\beta$  dans la reconstruction. La somme de plusieurs fonctions  $L_2L_0$  permet de faire des rappels à différentes valeurs de  $\beta$ , comme le montre la figure 2. L'intérêt de cette démarche est qu'elle ne demande qu'une modification mineure du premier schéma d'inversion et donne des résultats de reconstruction comparables en un temps significativement réduit dans le cas de l'initialisation à la terre (voir figure 5).

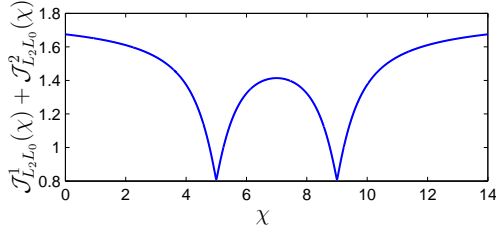


FIGURE 2 – Pénalisation par la somme de deux fonctions  $L_2L_0$  avec  $\delta_1 = \delta_2 = 0.01$ ,  $\mu_1 = \mu_2 = 0.9$ ,  $\beta_1 = 5$  et  $\beta_2 = 9$

### 3.2 Approche par segmentation

L'idée de cette approche est d'introduire une nouvelle paramétrisation du problème dans le but d'exploiter une segmentation du milieu en deux régions "Terre" et "Béton". Comme dans le cas des level-sets [5], un jeu de variables auxiliaires définit le contour séparant les deux régions. Cependant, la méthode proposée tient compte de la géométrie particulière des fondations.

Grâce à une mesure préalable par impact-écho [6], nous pouvons accéder à la profondeur totale de la fondation. Cela permet d'identifier les lignes horizontales du maillage qui recouvrent partiellement la fondation. Pour chacune de ces lignes, deux transitions définissent l'étiquette (« Terre » ou « Béton ») associée à chaque pixel. Leurs positions sont indiquées par deux variables auxiliaires  $l_g$  et  $l_d$  (voir figure 3). Elles permettent de construire une fonction  $R_{\text{Béton}}$  prenant la valeur 1 dans la région Béton et 0 dans la Terre ainsi que son complémentaire  $R_{\text{Terre}}$ . Cette description semi-paramétrique permet de construire les champs des caractéristiques  $\ln v_p$  et  $\ln v_s$  de la façon suivante :

$$\ln v_p = \ln v_{T,p}^e R_{\text{Terre}}(\mathbf{l}_g, \mathbf{l}_d) + \ln v_{B,p}^e R_{\text{Béton}}(\mathbf{l}_g, \mathbf{l}_d) + \varepsilon_p$$

$$\ln v_s = \ln v_{T,s}^e R_{\text{Terre}}(\mathbf{l}_g, \mathbf{l}_d) + \ln v_{B,s}^e R_{\text{Béton}}(\mathbf{l}_g, \mathbf{l}_d) + \varepsilon_s$$

où  $v_{B,p}^e$  et  $v_{B,s}^e$  (resp.  $v_{T,p}^e$  et  $v_{T,s}^e$ ) sont des estimations préalables des caractéristiques du béton (resp. de la terre) et où  $\varepsilon_p$  et  $\varepsilon_s$  correspondent à des variations par rapport à ces estimations.

On minimise alors un critère des moindres carrés fonction des variables auxiliaires  $(\mathbf{l}_g, \mathbf{l}_d)$  et de  $\varepsilon_p$  et  $\varepsilon_s$ . Le critère est régularisé en pénalisant l'amplitude des variations et en incluant une contrainte sur les variables auxiliaires pour tenir compte du fait que la fondation s'élargit avec la profondeur ( $l_g^{i+1} \geq l_g^i$  et  $l_d^{i+1} \geq l_d^i$ ). Cette méthode converge rapidement vers un résultat très proche de la solution recherchée (voir figure 6).

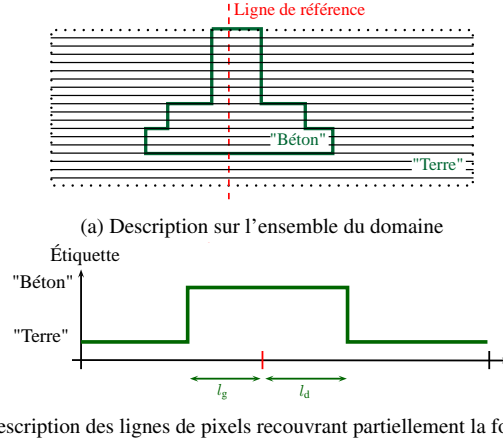


FIGURE 3 – Description semi-paramétrique du milieu sondé

## 4 Perspectives

Plusieurs évolutions ont d'ores et déjà été apportées à ces méthodes d'inversion. Elles permettent de prendre en compte certains phénomènes d'atténuation des ondes dans le sous-sol et de résoudre le problème inverse lorsque le signal émis par la source sismique est inconnu. D'autre part, nous avons testé la robustesse des algorithmes proposés par rapport à d'éventuelles erreurs sur, par exemple, l'estimation des caractéristiques des régions Terre et Béton ou la profondeur de la fondation.

Une traduction des algorithmes en langage de plus bas niveau est en cours. Cela nous permettra de travailler sur des configurations de taille réaliste.

## Références

- [1] R. GHOSE, V. NIJHOF, J. BROUWER, Y. MATSUBARA, Y. KAIDA et T. TAKAHASHI : Shallow to very shallow, high-resolution reflection seismic using a portable vibrator system. *Geophysics*, 63:1295–1309, 1998.
- [2] C. ZHU, R. H. BYRD et J. NOCEDAL : Algorithm 778 : L-BFGS-B : Fortran subroutines for large-scale bound-constrained optimization. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 23:550–560, 1997.
- [3] R. G. PRATT : Seismic waveform inversion in the frequency domain. Part 1 : theory and verification in a physical scale model. *Geophysics*, 64:888–901, 1999.
- [4] D. VAUTRIN, M. VOORONS, J. IDIER, Y. GOUSSARD, S. KERZALÉ et N. PAUL : Seismic imaging of transmission overhead line structure foundations. In *Computational Imaging IX (IS&T/SPIE Electronic Imaging)*, 2011.
- [5] J. A. SETHIAN : *Level Set Methods and Fast Marching Methods*. Cambridge University Press, 2nd édition, 1999.
- [6] N. J. CARINO : The impact-écho method : An overview. In *Proc. of the Structures Congress and Exposition*, 2001.

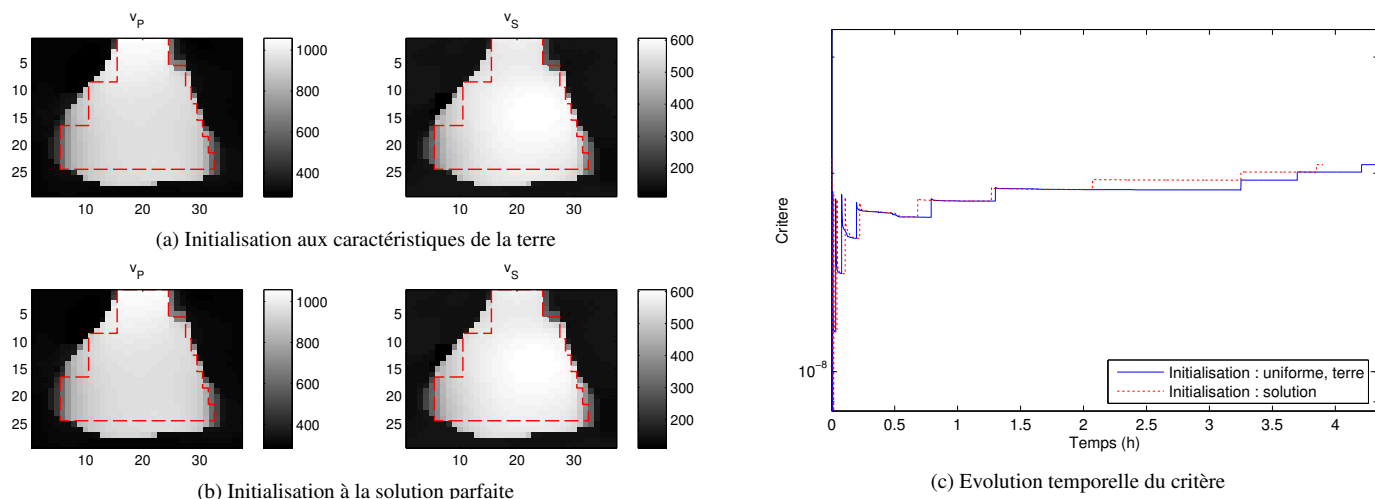


FIGURE 4 – Résultats obtenus avec la première approche proposée

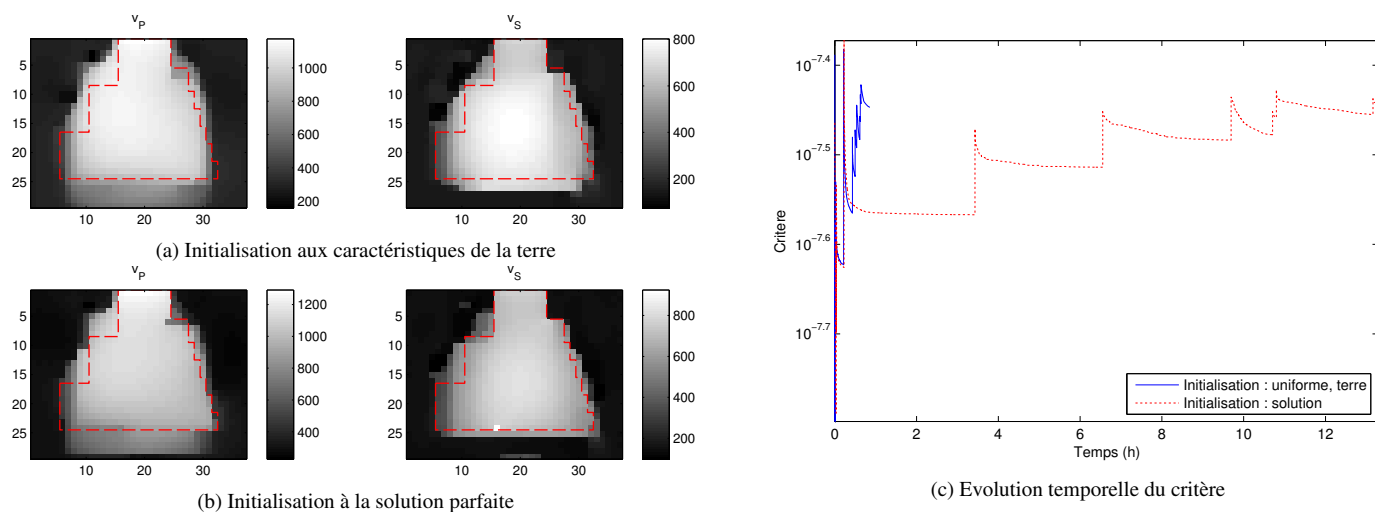


FIGURE 5 – Résultats obtenus avec l'approche par pénalisation non convexe

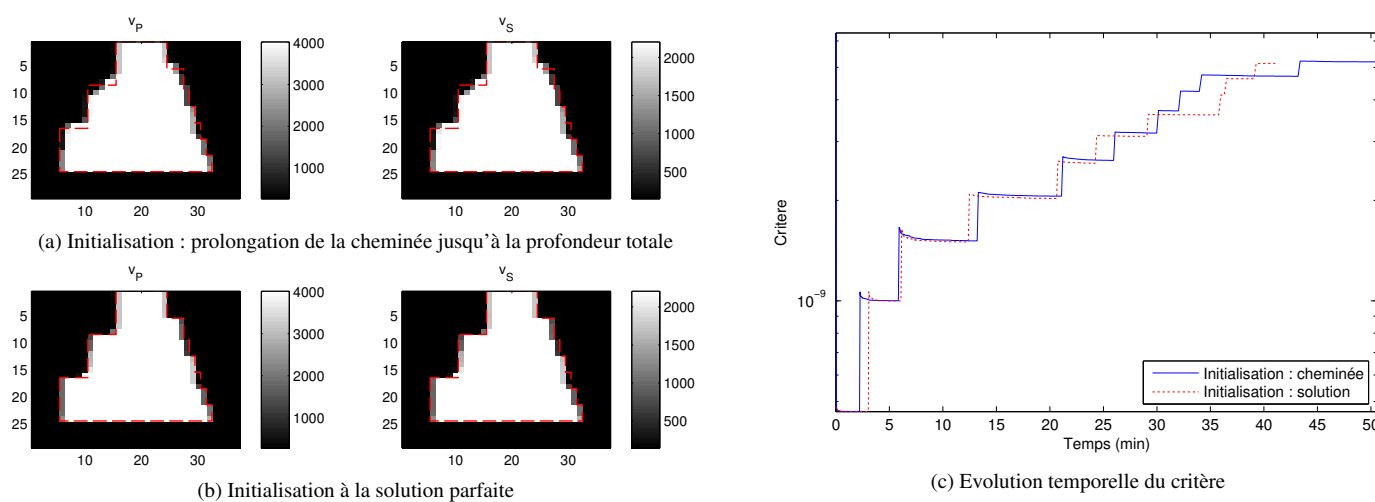


FIGURE 6 – Résultats obtenus avec l'approche par segmentation