

# Sur l'utilisation des filtres du premier-ordre pour l'estimation d'un canal radio-mobile de Rayleigh à évanouissement plat

Laurent ROS , Jean-Marc BROSSIER , Soukayna GHANDOUR-HAIDAR

GIPSA-Lab, Département Image et Signal, BP46, 38402 Saint-Martin d'Hères, France

laurent.ros@gipsa-lab.grenoble-inp.fr, jean-marc.brossier@gipsa-lab.grenoble-inp.fr,  
soukayna.ghandour@gipsa-lab.grenoble-inp.fr

**Résumé** – Nous traitons de l'estimation d'un canal de communication radio-mobile aléatoire selon un modèle de Rayleigh à spectre Doppler de Jakes, et non-sélectif en fréquence. Une méthode classique de la littérature consiste à approcher les variations du canal par un modèle Auto-Régressif du premier ordre (AR1) dont le paramètre est ajusté selon un critère de coïncidence de corrélation (CM), puis à réaliser l'estimation par Filtrage de Kalman (KF). Performant sur des canaux rapidement variables, l'algorithme obtenu exhibe toutefois des performances décevantes en terme de distance à la Borne de Cramer-Rao Bayésienne (BCRB) pour des variations plus lentes. Nous proposons 3 améliorations incrémentales à cet algorithme. La première consiste à remplacer le critère CM par un critère plus adéquat de Minimisation de la Variance Asymptotique d'estimation (critère MAV). Nous remplaçons ensuite le filtre de Kalman par un simple filtre invariant du premier ordre optimisé selon le critère MAV, avec quasiment les mêmes performances asymptotiques que le KF optimisé. Les expressions du paramètre optimal de ce filtre en fonction de l'état du canal (Doppler, RSB), ainsi que de l'EQM correspondante sont établies. Enfin, nous proposons une version adaptative de ce filtre ne nécessitant pas de connaissance *a priori* sur l'état du canal, mais auto-optimisée directement à partir des données observées.

**Abstract** – This paper deals with the estimation of the flat fading Rayleigh channel with Jakes' spectrum. A common method used in the literature consists in a Kalman Filter (KF) based on a first-order autoregressive (AR1) approximation of the channel, with a parameter of the AR1-model previously fixed by a Correlation Matching (CM) criterion. But in case of slow fading variations, this CM criterion is shown to be far from optimal in terms of distance to the Bayesian Cramer Rao Bound (BCRB). We propose three incremental improvements. The first one consists in using a more adequate criterion based on the Minimization of the Asymptotic Variance (MAV) of the estimator. The second one is to replace the KF by a lower complexity time-invariant order-one filter, with quasi same steady-state MSE performance after MAV optimization. Closed-form expression of the optimal filter-parameter (and corresponding MSE) are given versus the channel state (Doppler, SNR). Finally, we propose a self-adaptive version of the filter working without *a priori* knowledge of the channel state.

## 1 Introduction

Cet article s'inscrit dans le thème de l'estimation de canal pour les communications radio-mobiles. Le problème traité est celui de l'estimation d'un canal qui évolue selon un modèle aléatoire de Rayleigh à spectre Doppler de Jakes (modèle le plus courant du domaine). Nous nous intéressons à la détermination d'algorithmes et plus particulièrement au réglage des paramètres de ces algorithmes pour le cas du canal à évanouissement plat en fréquence. Une méthode classique de la littérature consiste à approcher les variations du canal par un modèle Auto-Régressif du premier ordre (AR1) dont le paramètre est ajusté selon un critère de coïncidence de corrélation (noté CM pour "Correlation Matching" [1][2] dans la suite), puis à réaliser l'estimation de manière séquentielle à l'aide d'un Filtre de Kalman (KF) [3]-[8]. Performant sur des canaux rapidement variables [8], l'algorithme ainsi obtenu, noté  $AR1_{CM-KF}$ , s'avère décevant en terme de distance à la Borne de Cramer-Rao Bayésienne (BCRB), dans le cas le plus courant de variations lentes relativement à la durée symbole, comme nous l'avons observé récemment dans [9] (voir aussi [7]-Fig.3) puis

justifié dans [12]. Dans cet article, nous proposons 3 améliorations incrémentales à l'algorithme initial, en se limitant toujours à des structures de filtres d'ordre 1 (voir [9] pour des algorithmes basés sur des boucles du second-ordre). En supposant d'abord les mêmes connaissances *a priori* (modèle, fréquence Doppler normalisé  $f_d T$ , et Rapport Signal à Bruit  $SNR$ ) que pour l'algorithme initial  $AR1_{CM-KF}$  de la littérature, une première contribution consiste à remplacer le critère CM par un critère plus adéquat de Minimisation de la Variance Asymptotique d'estimation (critère MAV). Le premier algorithme proposé, nommé  $AR1_{MAV-KF}$ , est donc le Kalman découlant du nouveau modèle AR1 optimisé. Une deuxième contribution consiste à remplacer le filtre KF optimisé par un simple filtre invariant du premier ordre,  $O1_{MAV-F}$  (qui peut aussi être interprété comme un algorithme du gradient stochastique à pas constant optimisé selon le critère MAV), avec quasiment les mêmes performances asymptotiques. La troisième contribution est un algorithme,  $O1_{AUTO-F}$ , n'utilisant pas de connaissance *a priori* : il utilise la structure du filtre du premier ordre, mais cette fois avec un paramètre variable et optimisé directement à partir des données (qui peut aussi être interprété comme étant un algorithme

du gradient stochastique à pas auto-optimisé). L'analyse théorique et les simulations valident notre approche avec une amélioration intéressante en terme d'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) dans les choix proposés par rapport à l'algorithme de Kalman  $\text{AR1}_{\text{CM-KF}}$  de la littérature, surtout pour le cas de variations du canal lentes à l'échelle du temps symbole ( $f_d T \ll 1$ ).

Organisation : la section 2 présente le modèle mathématique et l'algorithme de référence, alors que les algorithmes améliorés sont en section 3. Les résultats de simulation sont présentés en section 4, avant la conclusion en section 5.

## 2 Modèle et Algorithme de référence

### 2.1 Modèle et objectif d'estimation

Nous considérons l'estimation d'un canal de Rayleigh à évanouissements plats. L'observation à temps discret est <sup>1</sup> :

$$y_k = \alpha_k + N_k \quad (1)$$

où  $k$  est l'indice temporel (symbole),  $N_k$  est un bruit blanc additif centré complexe circulaire Gaussien de variance  $\sigma_N^2$ , et  $\alpha_k$  est le gain complexe (GC) du canal centré complexe circulaire Gaussien de variance  $\sigma_\alpha^2 = 1$ . La fréquence Doppler normalisée est  $f_d T$ , où  $T$  est la période symbole. On suppose un spectre Doppler de Jakes :

$$\Gamma_\alpha(f) = \begin{cases} \frac{\sigma_\alpha^2}{\pi f_d \sqrt{1 - (\frac{f}{f_d})^2}} & \text{si } |f| < f_d \\ 0 & \text{si } |f| > f_d \end{cases} \quad (2)$$

La fonction de corrélation du gain complexe est alors :

$$R_\alpha[n] \stackrel{\text{def}}{=} E \{ \alpha_k \cdot \alpha_{k-n}^* \} = \sigma_\alpha^2 J_0(2\pi f_d T n), \quad n \in \mathbb{Z} \quad (3)$$

où  $J_0$  est la fonction de Bessel d'ordre 0 de 1<sup>ère</sup> espèce.

Nous cherchons, pour ce modèle d'observation et cet *a priori* sur l'évolution du gain, des estimateurs non biaisés  $\hat{\alpha}_k$  de  $\alpha_k$ .

On note  $\sigma_\varepsilon^2 \stackrel{\text{def}}{=} E \{ |\varepsilon_k|^2 \}$  la variance de l'erreur d'estimation  $\varepsilon_k \stackrel{\text{def}}{=} \alpha_k - \hat{\alpha}_k$ .

### 2.2 Etat de l'art : estimation du gain complexe par Kalman avec modèle AR1 et critère CM :

$\text{AR1}_{\text{CM-KF}}$

**Kalman pour un modèle AR1.** La suite des gains complexes est approchée par un modèle AR d'ordre 1,  $\alpha^{AR1}$  définit par :

$$\alpha_k^{AR1} = \gamma \alpha_{k-1}^{AR1} + e_k \quad (4)$$

avec  $0 < \gamma < 1$ .  $e_k$  est un bruit blanc complexe Gaussien circulaire de variance  $\sigma_e^2 = (1 - \gamma^2) \sigma_\alpha^2$ . Le coefficient  $\gamma$  vérifie :

$$\gamma = \frac{R_{\alpha^{AR1}}[1]}{R_{\alpha^{AR1}}[0]} \quad (5)$$

<sup>1</sup>Ce modèle simplifié utilisé pour l'étude théorique suppose que les symboles d'information sont normalisés et connus ou parfaitement décidés. L'effet des décisions (avec erreurs possibles) sera mesuré seulement dans la partie simulation. Notons qu'un modèle semblable à (1) apparaîtrait aussi dans des cas réalistes plus complexes, comme en OFDM avec des sous-porteuses pilotes et un canal de Rayleigh sélectif en fréquence [9][8].

Le Kalman [10] correspondant (où  $K_k$  est le gain de Kalman et  $P_k$  la variance de l'erreur de prédiction) est :

$$K_k = [\gamma^2 P_{k-1} + \sigma_e^2] / [\gamma^2 P_{k-1} + \sigma_e^2 + \sigma_N^2] \quad (6)$$

$$P_k = (1 - K_k)(\gamma^2 P_{k-1} + \sigma_e^2) \quad (7)$$

$$\hat{\alpha}_k = \gamma \hat{\alpha}_{k-1} + K_k (y_k - \gamma \hat{\alpha}_{k-1}) \quad (8)$$

**Choix de  $\gamma$  par critère CM [1][3].** Le critère CM consiste à faire coïncider la fonction de corrélation du modèle AR1 avec celle du vrai gain pour les retards  $n \in \{-1, 0, 1\}$ , i.e.  $R_{\alpha^{AR1}}[0] = R_\alpha[0]$ , et  $R_{\alpha^{AR1}}[1] = R_\alpha[1]$ . D'où, d'après (5)&(3),

$$\gamma_{CM} = J_0(2\pi f_d T) \quad (9)$$

[12][13] montrent que pour un Doppler faible ( $f_d T \leq 10^{-2}$ ) et un SNR standard ( $0.01 \leq \frac{\sigma_N^2}{\sigma_\alpha^2} \leq 1$ ), la variance asymptotique de l'algorithme  $\text{AR1}_{\text{CM-KF}}$  est loin de la BCRB car dominée par la variance du bruit d'après :

$$\sigma_\varepsilon^2(\text{AR1}_{\text{CM}}) \approx \sigma_N^2 + \frac{\pi}{\sqrt{2}} f_d T \sigma_\alpha \sigma_N \quad (10)$$

## 3 Algorithmes améliorés

### 3.1 Kalman avec modèle AR1 et critère MAV (Minimisation de la Variance Asymptotique) :

$\text{AR1}_{\text{MAV-KF}}$

Le système (1)&(4) étant observable, le gain de Kalman  $K_k$  ainsi que la variance  $P_k$  convergent et le filtre de Kalman se réduit asymptotiquement à un filtre invariant [10]. Comme nous l'avons montré dans [12][13] pour le cas de faible Doppler et SNR standard, la valeur asymptotique du gain  $K_\infty$  déduite des équations de Riccati ((6) et (7) à la convergence) est  $K_\infty \approx \sigma_e / \sigma_N$ . La variance asymptotique  $\sigma_\varepsilon^2$  se déduit alors de (1)&(8) en tant que fonction de  $\gamma$ , et peut-être minimisée pour délivrer la valeur optimale de  $\gamma$  et la variance correspondante :

$$\gamma_{MAV} = \sqrt{1 - 4 \sqrt[3]{(\pi f_d T)^4 \sigma_N^2 / \sigma_\alpha^2}} \quad (11)$$

$$\sigma_\varepsilon^2(\text{AR1}_{\text{MAV}}) \approx \frac{3}{2} (\sigma_\alpha^2)^{1/3} (\pi f_d T \sigma_N^2)^{2/3} \quad (12)$$

### 3.2 Filtre d'ordre 1 à pas fixé par un critère MAV :

$\text{O1}_{\text{MAV-F}}$

Afin notamment de réduire la complexité du KF, nous considérons maintenant un simple filtre invariant du premier ordre :

$$\hat{\alpha}_k = \hat{\alpha}_{k-1} + K(y_k - \hat{\alpha}_{k-1}) \quad (13)$$

Cet algorithme peut être interprété comme un algorithme du gradient stochastique visant à minimiser  $J(\hat{\alpha}) = E \{ |y_k - \hat{\alpha}|^2 \}$ . Il ressemble à l'éq. (8) du Kalman mais en fixant le pas  $K_k$  à une constante réelle  $K$  et en imposant  $\gamma = 1$  (ce qui revient à remplacer le modèle d'évolution AR1 en (4) par un Brownien centré). A partir de (1) et (13), l'analyse montre que l'estimé

$\hat{\alpha}$  résulte d'un filtrage de l'observation  $y$  par un filtre passe-bas du 1<sup>er</sup> ordre  $L(z) = \frac{K}{1 - (1-K)z^{-1}}$ , qui a pour fréquence de coupure normalisée  $f_c.T = K/2\pi$ . Il en résulte que la variance de l'erreur d'estimation est :

$$\sigma_\varepsilon^2 = \int_{-\frac{1}{2T}}^{+\frac{1}{2T}} |1 - L(e^{j2\pi fT})|^2 \Gamma_\alpha(f) df + \sigma_N^2 T \int_{-\frac{1}{2T}}^{+\frac{1}{2T}} |L(e^{j2\pi fT})|^2 df$$

$$\approx \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2\pi f_d T}{K}\right)^2 \cdot \sigma_\alpha^2 + \sigma_N^2 \cdot \frac{K}{2} \quad (14)$$

où l'approximation est obtenue en supposant  $f_d.T \ll 1$  et la pulsation de coupure bien réglée telle que  $2\pi f_d T \leq K \ll 1$ . La variance (14) peut être minimisée relativement à  $K$  pour donner le pas optimal  $K_{MAV}$  et la variance minimale correspondante :

$$K_{MAV} = 2(\pi f_d T)^{2/3} \cdot (\sigma_\alpha^2 / \sigma_N^2)^{1/3} \quad (15)$$

$$\sigma_\varepsilon^2(O1_{MAV}) \approx \frac{3}{2} (\sigma_\alpha^2)^{1/3} (\pi f_d T \sigma_N^2)^{2/3} \quad (16)$$

Cette variance est donc la même (en mode de poursuite) que la variance approchée (12) du Kalman AR1 optimisé AR1<sub>MAV</sub>-KF.

### 3.3 Filtre d'ordre 1 à pas variable auto-optimisé :

O1<sub>AUTO</sub>-F

Dans le filtre précédent, le calcul du pas optimal  $K_{MAV}$  selon l'éq. (15) nécessite la connaissance *a priori* de l'état du canal ( $f_d T$  et  $SNR = \frac{\sigma_\alpha^2}{\sigma_N^2}$ ). Le modèle d'observation étant stationnaire, on cherche maintenant à estimer la valeur du pas optimal du filtre d'ordre 1 à partir des données, sans utiliser d'information *a priori* sur l'état du canal. Pour cela [11], on minimise la fonction de coût  $J_2(K) = \lim_{k \rightarrow \infty} E\{|y_k - \hat{\alpha}_k|^2\}$  par gradient stochastique. Etant donné que  $\frac{\partial}{\partial K} |y_k - \hat{\alpha}_k|^2 = 2\Re\{(\hat{\alpha}_k - y_k) \cdot (\frac{\partial \hat{\alpha}_k}{\partial K})^*\}$ , et que  $G_k \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial \hat{\alpha}_k}{\partial K} = (1 - K) \cdot G_{k-1} + (y_k - \hat{\alpha}_{k-1})$ , on déduit l'algorithme suivant :

$$\hat{\alpha}_k = \hat{\alpha}_{k-1} + K_{k-1} \times (y_k - \hat{\alpha}_{k-1}) \quad (17)$$

$$G_k = (1 - K_{k-1}) \cdot G_{k-1} + (y_k - \hat{\alpha}_{k-1}) \quad (18)$$

$$K_k = K_{k-1} + \mu \cdot \Re\{(y_k - \hat{\alpha}_k) \times G_k^*\} \quad (19)$$

où le pas  $K_k$  est mis à jour au cours du temps  $k$ , et le réel  $\mu$  pourra être choisi dans une large plage ( $0 < \mu < 1$ ) sans trop influencer les performances asymptotiques (mais seulement la vitesse de convergence vers la constante  $K_{MAV}$ , Cf. [11]).

## 4 Résultats de simulation Monte-Carlo

La Fig.1 compare les EQM des différents algorithmes obtenus par simulation Monte-Carlo. On note d'abord qu'avec le critère CM de la littérature, l'EQM du AR1<sub>CM</sub>-KF est presque constante vis-à-vis de la fréquence Doppler pour  $f_d T \ll 1$ , et est éloignée de la BCRB. Ceci est en accord avec l'éq. (10) puisque pour des  $SNR$  standards, on a  $\sigma_\varepsilon^2(\text{AR1}_{CM}) \approx \sigma_N^2$ . Ensuite, les EQM expérimentales des algorithmes AR1<sub>MAV</sub>-KF et O1<sub>MAV</sub>-F sont très proches de celle donnée par les formules (12) ou (16), et sont surtout bien plus faibles que celles obtenues par l'algorithme AR1<sub>CM</sub>-KF. L'amélioration est très claire à faible vitesse

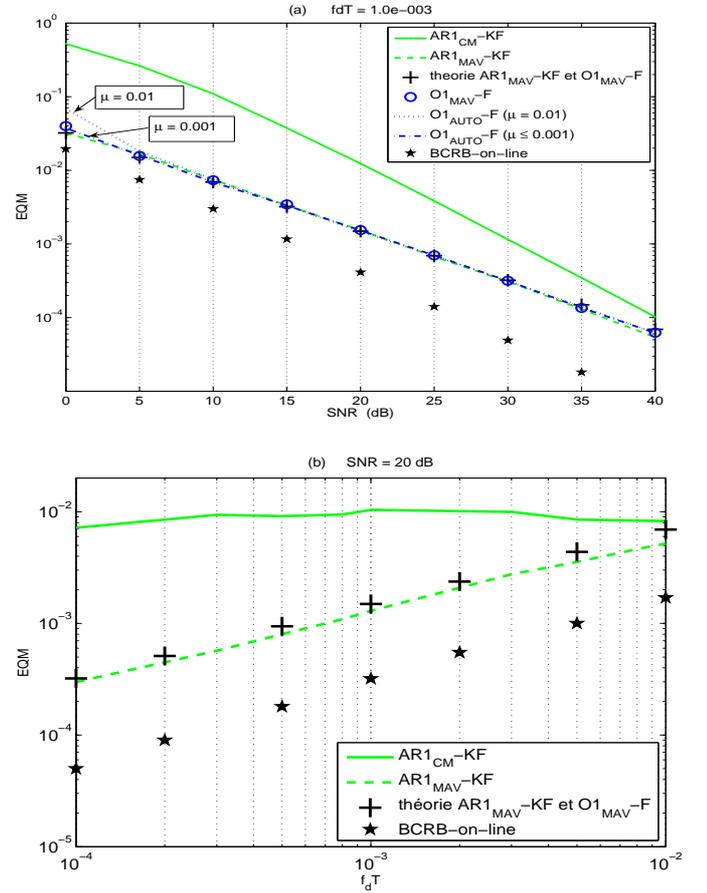


FIG. 1 – EQM expérimentales des estimateurs de la littérature AR1<sub>MAV</sub>-KF et proposés : (a) en fonction du SNR, pour  $f_d T = 10^{-3}$ , et (b) en fonction de  $f_d T$ , pour  $SNR = 20$  dB. Références : variance théorique (12) ou (16) (croix) et BCRB [8] (étoiles).

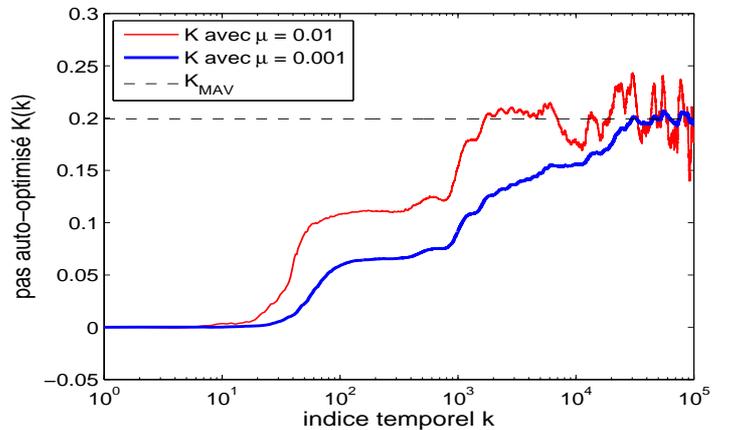


FIG. 2 – Evolution du pas de l'algorithme auto-optimisé O1<sub>AUTO</sub>-F au cours des itérations, pour  $f_d T = 10^{-3}$  et  $SNR = 20$  dB.

( $f_d T = 10^{-4}$ ), et ceci d'autant plus que le SNR est bas. Par ailleurs, dans le scénario où l'état du canal est inconnu, les performances obtenues en poursuite avec l'algorithme à pas auto-optimisé (O1<sub>AUTO</sub>-F) sont très proches de celles obtenues avec connaissance *a priori* de l'état du canal par les algorithmes

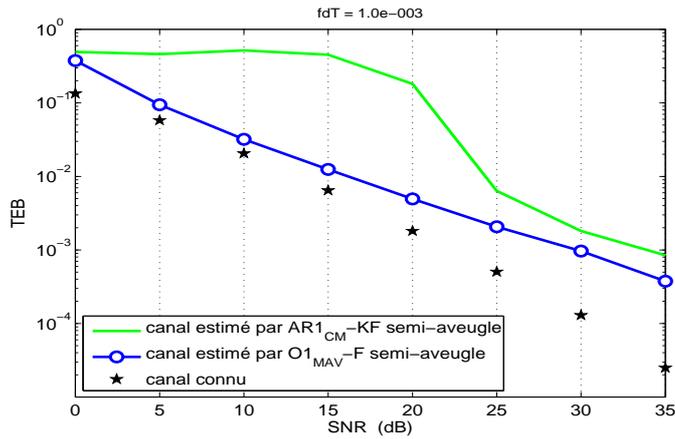


FIG. 3 – Taux d'Erreur Binaire pour une modulation BPSK et une estimation de canal semi-aveugle, avec  $f_d T = 10^{-3}$ .

$AR1_{MAV-KF}$  et  $O1_{MAV-F}$ , du moment que  $\mu \leq 0.01$  (ou  $\mu \leq 0.001$  pour les très faibles SNRs). La figure 2 illustre (une réalisation de) la convergence du pas auto-optimisé  $K_k$  vers le pas optimal  $K_{MAV}$ . La convergence est bien sûr d'autant plus rapide que  $\mu$  est grand, mais au détriment de la variance asymptotique.

Alors que les résultats précédents donnent des EQM pour des symboles connus, la figure 3 permet d'illustrer sommairement les résultats en terme de Taux d'Erreur Binaire (TEB) pour une transmission de symboles BPSK constitués à 90% de symboles inconnus (une trame est constituée de 10 symboles pilotes connus pour 100 symboles transmis). Dans ce contexte, le canal est estimé en semi-aveugle alternativement à l'aide des pilotes ou des décisions<sup>2</sup>. L'estimation de canal par l'algorithme  $O1_{MAV-F}$  permet une amélioration significative du TEB pour les faibles SNRs par rapport à la méthode utilisant l'algorithme de référence  $AR1_{CM-KF}$ .

## 5 Conclusion

L'étude portait sur la poursuite d'un canal de Rayleigh à évanouissement plat à l'aide de filtres d'ordre 1 seulement. Elle a montré une amélioration intéressante dans les choix proposés ( $AR1_{MAV-KF}$ ,  $O1_{MAV-F}$ ,  $O1_{AUTO-F}$ ) par rapport à l'algorithme de Kalman  $AR1_{CM-KF}$  de la littérature (où le paramètre du filtre est fixé par "coïncidence de corrélation"), surtout pour le cas usuel de variations du canal lentes à l'échelle du temps symbole ( $f_d T \ll 1$ ) et faibles SNRs. Pour le scénario où l'état du canal est supposé connu (modèle,  $f_d T$ , SNR), les expressions théoriques des paramètres optimaux pour régler les algorithmes  $AR1_{MAV-KF}$  et  $O1_{MAV-F}$  sont données. Nous avons aussi montré que la variance asymptotique de ces 2 algorithmes décroît selon l'exposant  $2/3$  du SNR, et croît comme l'exposant

<sup>2</sup>Le modèle (1) devient alors  $y_k = \alpha_k \times s_k + N_k$  où  $s_k \in \{-1; +1\}$  sont les symboles. Les équations du Kalman (8) et du filtre (13) sont modifiées en remplaçant  $y_k$  par  $y_k \times \hat{s}_{k|k-1}^*$  où  $\hat{s}_{k|k-1} = s_k$  si  $s_k$  est connu (pilote) ou bien  $\hat{s}_{k|k-1} = \text{sgn}\{\Re(\hat{\alpha}_{k-1}^* \times y_k)\}$  si  $s_k$  est inconnu (donnée). Dans ce cas,  $\hat{s}_{k|k-1}$  représente la décision *a priori*, et la décision *finale* sera  $\hat{s}_k = \text{sgn}\{\Re(\hat{\alpha}_k^* \times y_k)\}$ .

$2/3$  de  $f_d T$ . Par ailleurs, dans le scénario où l'état du canal est inconnu, les performances obtenues en poursuite avec l'algorithme à pas auto-optimisé ( $O1_{AUTO-F}$ ) sont très proches de celles obtenues avec connaissance *a priori* de l'état du canal.

## Références

- [1] K. E. Baddour and N. C. Beaulieu, "Autoregressive modeling for fading channel simulation", in *IEEE Trans. Wireless Comm.*, vol. 4, no. 4, pp. 1650-1662, July 2005.
- [2] H.S. Wang and P. C. Chang, "On verifying the First Order Markovian Assumption for a Rayleigh Fading Channel Model", in *IEEE Trans. on Vehicular Tech.*, vol. 45, no. 2, pp. 353-357, May 1996.
- [3] C. Kominakis, C. Fragouli, A.H. Sayed and R.D. Wesel, "Multi-Input Multi-Output fading channel tracking and equalization using Kalman estimation", in *IEEE Trans. on Signal Proc.*, vol. 50, May 2002.
- [4] Z. Liu, X. Ma, and G.B. Giannakis, "Space-time coding and Kalman Filtering for time selective fading channels", in *IEEE Trans. on Comm.*, vol. 50, no. 2, February 2002.
- [5] W. Chen and R. Zhang, "Kalman-filter channel estimator for OFDM systems in time and frequency-selective fading environment", in *Proc. IEEE ICASSP*, Montreal, Canada, May 2004.
- [6] T.Y. Al-Naffouri, "An EM-based Forward-Backward Kalman Filter for the Estimation of Time-Variant Channels in OFDM" in *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 55, no. 7, pp. 3924-3930, July 2007.
- [7] H. Abeida, J.-M. Brossier, L. Ros and J. Vilà-Valls, "An EM algorithm for path delay and complex gain estimation of a slowly varying fading channel for CPM signals", in *Proc. IEEE Globecom*, Hawaï, USA, Dec.2009.
- [8] H. Hijazi and L. Ros, "Joint Data QR-Detection and Kalman Estimation for OFDM Time-varying Rayleigh Channel Complex Gains" in *IEEE Trans. Comm.*, vol. 58, no. 1, pp. 170-178, January 2010.
- [9] L. Ros, H. Hijazi, E.P. Simon, "Paths complex gain tracking algorithms for OFDM receiver in slowly-varying channels", in *Proc. IEEE ISCCSP, Limassol, Cyprus*, March 2010.
- [10] G.K. Chui and G. Chen, *Kalman Filtering with real-time applications*, Springer-Verlag, 1987.
- [11] J.M. Brossier, *Signal et communication numérique, égalisation et synchronisation*, Hermes, 1997.
- [12] S. Ghandour, *Estimation de canal à évanouissements lents pour les communications radio-mobiles*, Master's degree report at Grenoble-INP, June 2010.
- [13] S. Ghandour-Haidar, L. Ros, J.M. Brossier, "On the Use of first-order Autoregressive Modeling for Rayleigh Flat Fading Channel Estimation with Kalman filter" submitted to *Elsevier Signal Processing*.