

# Séparation de mélanges instantanées de signaux modulés linéairement de débits différents

Elena FLORIAN<sup>1</sup>, Philippe LOUBATON<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Sequans Communications

19, le Parvis de la Défense, 92 073 Paris La Défense Cedex

<sup>2</sup>Université Paris-Est Marne la Vallée, LIGM, UMR CNRS 8049

5 Bd. Descartes, Champs sur Marne, 77454 Marne la Vallée Cedex 2, France

eflorian@gmail.com, loubaton@univ-mlv.fr

**Résumé** – Dans cet article nous nous intéressons à la séparation de mélanges instantanés de signaux modulés linéairement de débits différents. Le but de cet article n'est pas de proposer une nouvelle méthode de séparation, mais plutôt de montrer comment les performances liés à l'extraction d'une source du mélange peuvent être améliorés par l'utilisation d'une nouvelle classe d'estimateurs inspirés du principe du maximum de vraisemblance. L'analyse des performances asymptotiques de ces estimateurs met en évidence des propriétés qui se révèlent utiles dans la séparation des certains types de mélanges. En particulier pour des mélanges de sources de bandes passantes différentes nous montrons que les sources de bande passante les plus faibles peuvent en principe être extraites du mélange à des fluctuations statistiques près dont les variances décroissent plus vite vers 0 que l'inverse de la durée d'observation. Nos résultats confirment l'intérêt des estimateurs proposés et permettent d'évaluer leur potentiel pour la séparation de sources.

**Abstract** –

## 1 Introduction et Contexte.

Le problème de la séparation de mélanges instantanés de sources a été amplement étudié dans le cas où les signaux sources sont stationnaires. Les travaux relatifs au cas de signaux non stationnaires sont moins nombreux. A titre d'exemple, on peut mentionner le travail [1] dans lequel les variations temporelles de puissance sont exploitées, et les articles [2], [3] (voir aussi [4] dans le cas de mélanges convolutifs) consacrés au contexte de signaux transmis par des systèmes de communication numériques qui sont cyclostationnaires. Dans cet article, nous considérons le cas où les signaux sont modulés linéairement par des symboles indépendants identiquement distribués utilisant des débits symboles connus, et en général différents. Alors que les approches développées dans [2] et [3] reposent sur des critères ad-hoc, nous tentons ici de formuler le problème de l'inversion du mélange en utilisant le principe du maximum de vraisemblance, nous inspirant ainsi de [5]. L'un des inconvénients de cette formulation, au même titre

que toutes les approches d'inversion directes, est toutefois de supposer le mélange non bruité.

Nous supposons que  $K$  signaux sources, notés  $(s_{a,k}(t))_{k=1,\dots,K}$ , à valeurs complexes et à temps continu, sont transmis par  $K$  émetteurs dans des canaux de propagation mono-trajet. Le signal résultant est reçu sur un réseau de  $K$  antennes, produisant ainsi un signal à temps continu de dimension  $K$  noté  $\mathbf{y}_a(t)$ , s'écrivant sous la forme  $\mathbf{y}_a(t) = \mathbf{H}\mathbf{s}_a(t)$  où  $\mathbf{H}$  est la matrice de mélange supposée inconnue et où  $\mathbf{s}_a(t) = (s_{a,1}(t), \dots, s_{a,K}(t))^T$ . Comme indiqué plus haut, nous n'intégrons pas dans le modèle de bruit additif. Le signal reçu est échantillonné à une période  $T_e$  vérifiant les conditions de Shannon, et l'on note  $\mathbf{y}(n) = \mathbf{y}_a(nTe)$  et  $\mathbf{s}(n) = \mathbf{s}_a(nTe) = (s_1(n), \dots, s_K(n))^T$  les signaux à temps discret correspondants. Le problème de la séparation aveugle de sources consiste à déterminer une matrice  $K \times K$ , noté  $\mathbf{G}$ , de sorte que le signal  $\mathbf{G}\mathbf{y}(n)$  coïncide aux indéterminations près avec le signal  $\mathbf{s}(n)$ . Dans ce cadre, nous nous intéressons au cas où chaque signal  $s_{a,k}(t)$  est supposé être modulé linéairement par une suite

de symboles  $(a_k(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  i.i.d, centrée, de variance 1, et dont les parties réelles et imaginaires sont indépendantes de mêmes lois. Le signal  $s_{a,k}$  se met ainsi sous la forme

$$s_{a,k}(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} a_k(n) h_{a,k}(t - nT_k) \quad (1.1)$$

où  $T_k$  représente la période symbole utilisée par la source  $k$ , et où  $h_{a,k}(t)$  est le filtre de mise en forme, de bande passante  $[-\frac{1+\gamma_k}{2T_k}, \frac{1+\gamma_k}{2T_k}]$ , avec  $0 \leq \gamma_k < 1$ . Dans cet article nous considérons uniquement le cas de sources de périodes symboles différentes et connues par le récepteur. Cette dernière hypothèse peut soit résulter d'une connaissance a priori, soit avoir été obtenue par l'intermédiaire d'algorithmes standards permettant d'estimer les périodes symboles via des approches exploitant la cyclostationnarité des signaux transmis. Notre but est de proposer une approche permettant d'estimer la matrice  $\mathbf{H}^{-1}$  par le biais du principe du maximum de vraisemblance d'une façon assez analogue à celle qui a été développée dans [5]. Pour effectuer les calculs aboutissant à nos estimateurs, nous supposons très provisoirement que pour tout  $k$ , les éléments de la suite  $(a_k(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  ont une loi de probabilité absolument continue de densité  $p_k$  connue ( $a_k(n)$  étant complexe,  $p_k$  désigne la loi conjointe de la partie réelle et la partie imaginaire de  $a_k(n)$ ), et que le filtre de mise en forme  $h_{a,k}$  est également connu. Nous verrons toutefois que ces hypothèses ne sont en pratique pas nécessaires pour pouvoir mettre en oeuvre le type d'estimateurs proposés.

## 2 Mise en évidence des estimateurs.

Pour effectuer les calculs aboutissant à nos estimateurs, nous supposons très provisoirement que pour tout  $k$ , les éléments de la suite  $(a_k(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  ont une loi de probabilité absolument continue de densité  $p_k$  connue ( $a_k(n)$  étant complexe,  $p_k$  désigne la loi conjointe de la partie réelle et la partie imaginaire de  $a_k(n)$ ), et que le filtre de mise en forme  $h_{a,k}$  est également connu. Nous verrons toutefois que ces hypothèses ne sont en pratique pas nécessaires pour pouvoir mettre en oeuvre le type d'estimateurs proposés.

Nous supposons que le signal reçu est observé sur  $M$  échantillons, et nous notons  $\mathbf{y} = (\mathbf{y}(0)^T, \dots, \mathbf{y}(M-1)^T)^T$  le vecteur de dimension  $NM$  reçu. De même, pour  $k = 1, \dots, K$ , nous posons  $\mathbf{s}_k = (s_k(0), \dots, s_k(M-1))^T$  et  $\mathbf{s} =$

$(\mathbf{s}_1^T, \dots, \mathbf{s}_K^T)^T$ . Nous allons formuler le problème de séparation de sources comme celui de l'estimation au sens du maximum de vraisemblance d'une matrice de séparation  $\mathbf{G}$  qui coïncide avec l'inverse de  $\mathbf{H}$  à une permutation et à une matrice diagonale près. Afin de simplifier les notations, nous supposons que nous sommes en mesure d'estimer la matrice  $\mathbf{H}^{-1}$  exactement. Nous posons dans la suite  $\mathbf{r}(m) = \mathbf{G}\mathbf{y}(m)$  même si  $\mathbf{r}(m)$  coïncide avec  $\mathbf{s}(m)$  dans le cadre de notre convention  $\mathbf{G} = \mathbf{H}^{-1}$ . Nous appelons également  $\mathbf{r}_a(t) = \mathbf{G}\mathbf{y}_a(t)$  le vecteur des signaux reconstitués; on a bien entendu  $\mathbf{r}(m) = \mathbf{r}_a(mT_e)$ . Comme dans le contexte des problèmes d'estimation de paramètres, nous appelons  $p_{\mathbf{G}}(\mathbf{y})$  la vraisemblance de l'observation lorsque  $\mathbf{G}$  coïncide avec  $\mathbf{H}^{-1}$ . Soit  $p_{\mathbf{s}_1}(\mathbf{x}_1), \dots, p_{\mathbf{s}_K}(\mathbf{x}_K)$  les densités de probabilités conjointes des vecteurs aléatoires  $\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_K$ ,  $\mathbf{x}_k = (x_k(0), \dots, x_k(M-1))^T \forall k = 1, \dots, K$ , représentant des vecteurs de dimension  $M$  de valeurs génériques prises par les vecteurs  $(\mathbf{s}_k)_{k=1, \dots, K}$ . On appelle par ailleurs  $p_{\mathbf{s}}(\mathbf{x})$  la densité de probabilité de  $\mathbf{s}$ , qui, compte tenu de l'indépendance des sources, se met sous la forme  $p_{\mathbf{s}}(\mathbf{x}) = p_{\mathbf{s}_1}(\mathbf{x}_1) \dots p_{\mathbf{s}_K}(\mathbf{x}_K)$ . Dans ces conditions, il est facile de vérifier que la log vraisemblance normalisée  $\mathcal{L}_v(\mathbf{G}) = \frac{1}{M} \log p_{\mathbf{G}}(\mathbf{y})$  est donnée par

$$\mathcal{L}_v(\mathbf{G}) = \log \det \mathbf{G} + \log \det \mathbf{G}^H + \frac{1}{M} \sum_{k=1}^K \log p_{\mathbf{s}_k}(\mathbf{r}_k) \quad (2.2)$$

où  $\mathbf{r}_k = (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{g}_k)\mathbf{y} = (r_k(0), \dots, r_k(M-1))^T$  représente le vecteur de la  $k$ -ième source reconstituée ( $\mathbf{g}_k$  est alors la  $k$ -ième ligne de  $\mathbf{G}$ ). La matrice de séparation  $\hat{\mathbf{G}}$  optimale au sens du maximum de vraisemblance est celle qui maximise la fonction  $\mathbf{G} \rightarrow \mathcal{L}_v(\mathbf{G})$ . Il convient d'exprimer  $p_{\mathbf{s}_k}(\mathbf{r}_k)$  de façon plus explicite afin d'aller plus loin dans les calculs permettant de déterminer l'estimateur du maximum de vraisemblance. Pour cela, nous remarquons que le signal à temps continu  $r_{a,k}(t)$  coïncide avec  $s_{a,k}(t)$  donnée par (1.1). En négligeant les effets de bord, on peut écrire que  $\mathbf{r}_k = \mathcal{H}_k \mathbf{a}_k$  où  $\mathcal{H}_k$  représente la matrice de taille  $M \times \alpha_k M$  définie par  $\mathcal{H}_k(m, j) = h_{a,k}(mT_e - jT_k)$  et où  $\alpha_k = \frac{T_e}{T_k}$ . On constate que le vecteur de dimension  $M$   $\mathbf{r}_k$  est engendré par  $M\alpha_k$  variables aléatoires indépendantes. Ceci implique l'existence de relations linéaires déterministes entre les composantes de  $\mathbf{r}_k$ . Ceci signifie que la loi conjointe de  $\mathbf{r}_k$  contient une partie singulière. Appelons  $\mathcal{G}_k$  une inverse à gauche de  $\mathcal{H}_k$  et soit  $\mathcal{P}_k$  une base orthogonale du complément orthogonal de l'espace engendré par les colonnes de  $\mathcal{H}_k$ . Alors,  $p_{\mathbf{s}_k}(\mathbf{r}_k)$  est égal à un facteur près à  $p_{\mathbf{a}_k}(\mathcal{G}_k \mathbf{r}_k) \delta(\mathcal{P}_k^H \mathbf{r}_k = 0)$  où  $\delta(\mathcal{P}_k^H \mathbf{r}_k = 0)$  représente une masse de Dirac

localisée sur l'ensemble des vecteurs  $\mathbf{r}_k$  vérifiant  $\mathcal{P}_k^H \mathbf{r}_k = 0$ . Le vecteur  $\mathbf{r}_k$  reconstitué doit alors appartenir à l'espace colonne de  $\mathcal{H}_k$ . Comme en pratique cette condition ne peut être exploitée que si le filtre  $h_{a,k}$  est parfaitement connu, nous préférons ne pas tenir compte de cette information et proposons de maximiser par rapport  $\mathbf{G}$  la quantité

$$\mathcal{L}(\mathbf{G}) = \log \det \mathbf{G} + \log \det \mathbf{G}^H + \frac{1}{M} \sum_{k=1}^K \log p_{\mathbf{a}_k}(\mathcal{G}_k \mathbf{r}_k)$$

Compte tenu de l'indépendance des symboles,  $\log p_{\mathbf{a}_k}(\mathcal{G}_k \mathbf{r}_k) = \sum_j \log p_k[(\mathcal{G}_k \mathbf{r}_k)(j)]$ . Notre formulation fait apparaître des inverses à gauche  $\mathcal{G}_k$  a priori quelconques. Nous choisissons de considérer des matrices  $\mathcal{G}_k$  constituées à partir de filtres à temps continu  $g_{a,k}(t)$  permettant de reconstituer les symboles  $a_k(j)$  à partir du signal  $r_k(m)$ . Soit  $g_{a,k}(t)$  la réponse impulsionnelle d'un filtre vérifiant  $\frac{1}{T_k} \int_{\mathbb{R}} h_{a,k}(t) g_{a,k}(jT_k - t) dt = \delta(j)$ , condition qui équivaut à dire que le filtre  $h_{a,k} * g_{a,k}$  est un filtre de Nyquist pour la cadence  $T_k$ . Il est facile de se convaincre qu'aux effets de bord près, la matrice  $\mathcal{G}_k$  définie par  $(\mathcal{G}_k)(j, m) = \frac{T_e}{T_k} g_{a,k}(jT_k - mT_e)$  est une inverse à gauche de  $\mathcal{H}_k$  car

$$\begin{aligned} a_k(j) &= (\mathcal{G}_k \mathbf{r}_k)(j) = \frac{1}{T_k} \int_{\mathbb{R}} g_{a,k}(jT_k - t) r_{a,k}(t) dt \\ &= \frac{T_e}{T_k} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} g_{a,k}(jT_k - mT_e) r_k(mT_e) \end{aligned}$$

Si le filtre de mise en forme  $h_{a,k}(t)$  est un filtre de demi-Nyquist, le filtre adapté  $g_{a,k}(t) = \bar{h}_{a,k}(-t)$  est un filtre de ce type. Après quelques calculs, on établit que l'annulation des dérivées partielles de  $\mathcal{L}$  par rapport aux éléments de  $\mathbf{G}$  conduit à définir l'estimateur du maximum de vraisemblance  $\hat{\mathbf{G}}$  de  $\mathbf{G}$  par les équations :

$$\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \hat{r}_k(m) \sum_j \psi_l(\hat{a}_l(j)) g_{a,l}(jT_l - mT_e) = 0 \quad (2.3)$$

où  $\hat{\mathbf{r}}(m) = \hat{\mathbf{G}} \mathbf{y}(m)$ ,  $\psi_l(a) = \frac{\partial}{\partial a} p_l(a)$  et où  $\hat{a}_l(j)$  représente l'estimateur du symbole  $a_l(j)$  défini par

$$\hat{a}_l(j) = \frac{T_e}{T_l} \sum_{n=0}^{M-1} g_{a,l}(jT_l - nT_e) \hat{r}_l(n) \quad (2.4)$$

Ces équations expriment la décorrélation approchée du  $k$ -ième signal reconstitué  $(\hat{r}_k(m))_{m \in \mathbb{Z}}$  avec le signal  $(\hat{u}_l(m))_{m \in \mathbb{Z}}$  défini par  $\hat{u}_l(m) = \sum_j \psi_l(\hat{a}_l(j)) g_{a,l}(jT_l - mT_e)$ , correspondant à un signal obtenu en mettant en forme les "symboles"  $\psi_l(\hat{a}_l(j))$  par le filtre de mise en forme

$k_{a,l}(t) = \bar{g}_{a,l}(-t)$ . On constate que la résolution de ces équations suppose de connaître les fonctions  $\psi_l$  et les filtres égaliseurs  $g_{a,l}(t)$  qui eux-mêmes dépendent des filtres de mise en forme  $h_{a,l}(t)$  pour  $l = 1, \dots, K$ . En pratique, les fonctions  $\psi_l$  peuvent être remplacées par des fonctions pertinentes  $\phi_l$  vérifiant  $\mathbb{E}(\phi_l(a_l)) = 0$  pour tout  $l$ . De plus, lorsque les filtres de mise en forme sont inconnus, il est possible d'estimer un égaliseur  $g_{a,l}(t)$  par une technique d'égalisation aveugle opérant sur un signal  $\hat{r}_{init,l}(m)$  obtenu grâce à un premier algorithme de séparation non optimum. Enfin, ces équations permettant d'estimer  $\mathbf{G}$  peuvent être résolues en les linéarisant autour de l'estimateur initial. Par conséquent, les idées qui viennent d'être présentées sont en pratique tout à fait implémentables.

### 3 Performances asymptotiques

Afin d'étudier le comportement asymptotique des estimateurs proposés, il convient d'écrire l'estimateur de la  $k$ -ième reconstituée  $\hat{r}_k(m)$  sous la forme  $\hat{r}_k(m) = r_k(m) + \sum_{p \neq k} \Delta_{k,p} r_p(m)$ . En évaluant les variances asymptotiques des  $\Delta_{k,p}$  on peut se faire une idée de l'influence de chaque source sur la source reconstituée. Le point le plus remarquable de notre analyse est que si les filtres de mise en forme sont des filtres de demi-Nyquist et les filtres égaliseurs coïncident avec leurs filtres adaptés, et que la condition  $\frac{1+\gamma_k}{2T_k} < \frac{1-\gamma_l}{2T_l}$  est vérifiée (qui implique en particulier que la source  $k$  a une bande passante plus faible que la source  $l$ ), alors on obtient avec  $\phi_l(a) = p|a|^{2(p-1)} \bar{a}$  (où  $p$  est un entier) les expressions suivantes

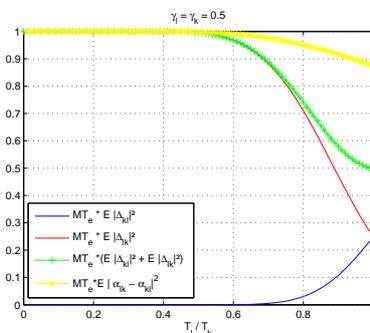
$$\begin{aligned} \mathbb{E}(|\Delta_{k,l}|^2) &= \frac{T_l}{MT_e} \frac{(p-1)^2}{(1-p^2 \frac{T_l}{T_k})^2} \\ \mathbb{E}(|\Delta_{l,k}|^2) &= \frac{T_l}{MT_e} \frac{(1-p \frac{T_l}{T_k})^2}{(1-p^2 \frac{T_l}{T_k})^2} \quad (3.5) \end{aligned}$$

Le cas où  $p = 1$  et  $T_k \neq T_l$  est tout à fait spécifique puisque on trouve  $\mathbb{E}(|\Delta_{k,l}|^2) = 0$  et que  $\mathbb{E}(|\Delta_{l,k}|^2) = \frac{T_l}{MT_e}$ . L'estimateur permet donc d'éliminer la contribution de la source de bande la plus large dans l'estimée de la source de bande la plus petite, qui se trouve donc restituée de façon optimale. Nous représentons sur la figure 3 les quantités  $M \frac{T_e}{T_l} \mathbb{E}|\Delta_{k,l}|^2$ ,  $M \frac{T_e}{T_l} \mathbb{E}|\Delta_{l,k}|^2$  et leur somme en fonction de  $\frac{T_l}{T_k}$  dans le cas où  $\gamma_k = \gamma_l = \gamma = 0.5$  et où  $p = 1$ . La condition sur

les bandes passantes des sources est alors équivalente à  $\frac{T_l}{T_k} < \frac{1}{3}$ , mais on peut constater que  $M \frac{T_e}{T_l} \mathbb{E}|\Delta_{k,l}|^2$ ,  $M \frac{T_e}{T_l} \mathbb{E}|\Delta_{l,k}|^2$  sont numériquement égaux à 0 et 1 jusqu'à  $\frac{T_l}{T_k} < \frac{1}{2}$  environ. Le point le plus notable est que la somme des covariances des erreurs n'est pas minimale dans le cas où la source de bande passante la plus faible est parfaitement restituée. Il est également intéressant de considérer un modèle de mélange dans lequel la source  $k$  est observée, i.e.  $y_k(m) = r_k(m)$  et  $y_l(m) = r_l(m) + \alpha_{l,k} r_k(m)$ . L'estimateur naturel de  $\hat{\alpha}_{l,k}$  est défini par

$$\hat{\alpha}_{l,k} = \frac{\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} y_l(m) y_k(m)^*}{\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} |y_k(m)|^2}$$

et sa covariance asymptotique  $\mathbb{E}|\hat{\alpha}_{l,k} - \alpha_{k,l}|^2$  est égale, si la condition sur les bandes passantes des signaux est vérifiée, à  $\mathbb{E}(|\Delta_{l,k}|^2) = \mathbb{E}|\hat{\alpha}_{l,k} - \alpha_{k,l}|^2 = \frac{T_l}{MT_e}$ . En d'autres termes, la variance sur l'estimée de la source  $l$  fournie par la technique de séparation de sources proposée est exactement la même que si on observait parfaitement la source  $k$ . Si la condition sur les bandes passantes n'est pas vérifiée, il est intéressant de comparer  $\mathbb{E}|\hat{\alpha}_{l,k} - \alpha_{k,l}|^2$  avec la somme  $\mathbb{E}(|\Delta_{k,l}|^2) + \mathbb{E}(|\Delta_{l,k}|^2)$ . La figure 3 présente cette comparaison qui montre que l'algorithme de séparation de sources tend à produire globalement de meilleurs résultats que dans le cas où la source  $k$  est observée. Ceci tend à montrer qu'il est plus aisé de séparer des mélanges où les 2 sources sont effectivement mélangées.



## 4 Résultats numériques.

Afin d'évaluer le potentiel des algorithmes proposés, nous présentons quelques résultats de simulation. Nous avons choisi de comparer les performances des algorithmes basés sur les estimateurs de maximum de vraisemblance à ceux

obtenus avec l'algorithme du CMA avec déflation décrit en [4]. Nous avons considéré un mélange instantané de 3 sources circulaires, modulées linéairement, de même puissance, de périodes symbole différentes et du même excès de bande, observé sur un réseaux de 3 capteurs. Les fonctions  $\phi$  sont toutes égales à  $\phi_l(a) = \bar{a}|a|^2$  et les filtres  $g_{a,l}(t)$  ont été estimés en appliquant des égaliseurs aveugles aux sorties du séparateur initial correspondant à l'algorithme du module constant utilisé avec une procédure de déflation. La période d'échantillonnage est égale à  $T_e = \frac{3,6}{1,6} \mu s$  et les durées d'observation correspondent à 200 symboles et 500 symboles pour la source de période symbole  $3,6 \mu s$ . Dans chaque cas, nous avons calculé le gain moyen sur le SINR (en décibels) produit par le nouvel algorithme par rapport à l'algorithme de référence. Le tableau 1 contient les résultats, ainsi que les valeurs des paramètres considérés. On peut facilement constater un gain important en performance en utilisant les estimateurs proposés.

$T_1 = 3.4 \mu s, T_2 = 3.6 \mu s, T_3 = 3.9 \mu s$ $\delta f_1 = \delta f_2 = \delta f_3 = 0.5$			
<b>200 symboles</b>	<b>QAM4</b>	<b>QAM4</b>	<b>QAM4</b>
Gain(dB)	<b>1.3806</b>	<b>1.3383</b>	<b>0.8639</b>
<b>500 symboles</b>	<b>QAM4</b>	<b>QAM4</b>	<b>QAM4</b>
Gain(dB)	<b>2.2217</b>	<b>2.0376</b>	<b>1.2333</b>

TABLE 1 – Gain moyen sur le *SINR* produit par le nouvel algorithme par rapport à l'algorithme du CMA

## Références

- [1] D.T. Pham, J.F. Cardoso, "Blind separation of instantaneous mixtures of nonstationary sources", IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 49, no. 9, pp. 1837-1848, September 2001.
- [2] A. Ferréol, P. Chevalier, "On the behavior of current second and higher order blind source separation methods for cyclostationary sources", IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 48, no. 6, pp. 1712-1725, June 2000.
- [3] P. Jallon, A. Chevreuil, "Separation of instantaneous mixtures of cyclo-stationary sources", Signal Processing, 87 (11), November 2007, pp. 2718-2732.
- [4] P. Jallon, A. Chevreuil, and Ph. Loubaton. *Separation of digital communication mixtures with the cma : case of various unknown baud rates*. Signal Processing, 90(9), pp. 2633-2647, September 2010.
- [5] D.T Pham and P. Garat. *Blind separation of mixture of independent sources through a quasi-maximum likelihood approach*. IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 45, no.7, pp. 1712-1725, July 1994.