# Localisation passive de sources : une approche spatio-temporelle

Jonathan BOSSE<sup>1,2</sup>, Anne FERREOL<sup>1,2</sup>, Pascal LARZABAL<sup>2</sup>

<sup>1</sup> THALES Communication 160 Boulevard de Valmy 92704 Colombes, France

<sup>2</sup>Laboratoire SATIE, ENS Cachan, CNRS, Universud 61 avenue du président Wilson, 94230 Cachan, France

**Résumé** – Le problème de la localisation passive de sources est bien souvent résolu à l'aide d'une stratégie en deux étapes. Dans un premier temps, des paramètres intermédiaires tels que les angles d'arrivées, les temps d'arrivées ou les fréquences d'arrivées sont estimés indépendamment en differentes stations de base (réseaux multicapteurs). Dans une deuxième étape, ces paramètres sont ensuite transmis à une unité centrale de traitement afin d'estimer les coordonnées des sources. Une telle approche demeure sous-optimale. C'est pourquoi récemment des approches dites en une étape on vu le jour : elles consistent à exploiter simultanément l'ensemble des signaux reçus par toutes les stations afin d'estimer directement les coordonnées de la source. Nous proposons ici une approche spatio-temporelle afin de traiter les signaux de manière cohérente dans le cadre d'une approche à une seule étape. L'approche proposée est ensuite comparée à l'état de l'art.

**Abstract** – The Problem of passive geolocalization is commonly solved by independently measuring intermediate parameters such as angles of arrival, times of arrival or frequencies of arrival on different multiple-sensors base stations on a first step. On a second step, the measured intermediate parameters are then transmitted to a central process unit in order to estimate the emitter's coordinates. Such approach is suboptimal. This is why, recently, some approaches (sometimes called one step procedures) exploiting directly all signals gathered on all base stations were investigated. Based on a space time observation vector we investigate here an approach that estimate the emitter's location, treating simultaneously and coherently all the signals collected in all base stations. The approach is compared to existing techniques

#### **1** Introduction

Le problème de la localisation passive de sources a toujours retenu une attention particulière en traitement d'antenne [1]. Le problème à résoudre est le suivant : à l'aide de plusieurs stations de base (réseaux de capteurs) séparées, communiquant avec une unité centrale de traitement, on souhaite estimer la position dans le plan ou l'espace de plusieurs sources.

Traditionnellement, le procédé de localisation comporte deux étapes [2]. Dans un premier temps, des paramètres intermédiaires, comme par exemple des angles d'arrivées ou des temps de retard, sont estimés indépendammant sur chacune des stations. Dans une deuxième étape ces paramètres sont ensuite transmis à une unité centrale de traitement afin d'effectuer la localisation à l'aide des paramètres intermédiaires qui lui ont été fournis [3].

Cette approche classique souffre néanmoins de limitations diverses [2]. Par exemple, puisqu'elle n'exploite pas le fait que les signaux reçus par les stations proviennent des mêmes émetteurs, elle est par nature sous-optimale. Afin de dépasser ces limitations de nouvelles approches ont récemment vu le jour [4, 5]. La stratégie de l'algorithme dit DPD (Direct position Determination) repose sur la mise en oeuvre d'une seule étape : l'ensemble des stations est vu comme un réseau unique étendu, la position est alors estimée par l'unité centrale de traitement à l'aide de l'ensemble des signaux directement transmis par toutes les stations. Le problème posé étant par nature large bande, Les travaux [4, 5] proposent de passer par l'intermédiaire d'un banc de filtres afin d'appliquer les méthodes à haute résolution, sur chaque canal de fréquence ainsi créé. Toutefois, ces travaux [4, 5] étant basés sur une moyenne incohérente des critères haute résolution obtenus sur chacun des canaux fréquentiels demeurent sous-optimaux. De plus, pour fonctionner cet algorithme requiert que tous les signaux soient présents à l'ensemble des fréquences utilisées.

A ce jour, il n'existe pas à notre connaissance d'autres algorithmes dits en une étape permettant de traiter le problème de localisation passive de sources. Nous proposons ici une alternative à ce traitement, par le biais d'une approche spatiotemporelle [6] et nous la comparons aux différentes stratégies existantes.

# 2 Modèle du signal et formulation du problème

Nous considérons L stations comportant  $N_l$   $(1 \le l \le L)$  capteurs chacune. Soit Q sources dont les signaux inconnus sont notés  $s_q(t)$   $(1 \le q \le Q)$ . Soit  $\mathbf{x}_l(t)$  le vecteur d'observation de la l – *ieme* station, en supposant les signaux bande-étroite sur chacune des stations, il s'écrit, en absence de multitrajets :

$$\mathbf{x}_{l}(t) = \sum_{q=1}^{Q} \rho_{l,q} \mathbf{a}_{l}(\theta_{l}(\mathbf{p}_{q})) s_{q}(t - \tau_{l}(\mathbf{p}_{q})) + \mathbf{n}_{l}(t), \quad (1)$$

où  $\mathbf{p}_q$  représente le vecteur des coordonnées de taille  $D \times 1$  de la q - ieme source.  $\rho_{l,q}$  est un gain complexe deterministe inconnu qui rend compte de l'effet du canal de propagation et de l'impossiblité pratique de calibrer différentes stations de base avec une référence de phase commune. Le vecteur directeur  $\mathbf{a}_l(\theta_l(\mathbf{p}))$ , de norme  $\sqrt{N_l}$  modélise la réponse des capteurs de la station l. Son expression dépend de l'angle d'arrivée sur la l - ieme station  $\theta_l$ , vu ici comme une fonction de la position directement. Nous noterons par la suite  $\mathbf{a}_l(\mathbf{p}) = \mathbf{a}_l(\theta_l(\mathbf{p}))$ . Le retard  $\tau_l(\mathbf{p}_q)$  est le temps d'arrivée relatif du m - ieme signal sur la l - ieme station, l'origine étant arbitrairement choisi sur la première station.  $\mathbf{n}_l(t)$  est un bruit additif, supposé blanc spatialement et temporellement et dont la matrice de covariance s'écrit  $\sigma^2 \mathbf{I}_{N_l}$  où  $\mathbf{I}_{N_l}$  désigne la matrice identité de taille  $N_l \times N_l$ .

Considérons le vecteur d'observation suivant :

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T(t) & \dots & \mathbf{x}_L^T(t) \end{bmatrix}^T,$$
(2)

nous pouvons écrire :

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{q=1}^{Q} \sum_{l=1}^{L} \mathbf{v}(\mathbf{p}_{q}, \rho_{l,q} \mathbf{e}_{l}) s_{q}(t - \tau_{l}(\mathbf{p}_{q})) + \mathbf{n}(t), \quad (3)$$

avec

$$\mathbf{n}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1^T(t) & \dots & \mathbf{n}_L^T(t) \end{bmatrix}^T,$$
(4)

et où on a défini  $e_l$  comme la *l*-ième ligne de la matrice identité, et le vecteur directeur

$$\mathbf{v}(\mathbf{p}_{q},\boldsymbol{\rho}_{q}) = \frac{1}{\sqrt{\sum_{l} \frac{N_{l}}{N} |\rho_{l,q}|^{2}}} \begin{bmatrix} \rho_{1,q} \mathbf{a}_{1}(\mathbf{p}_{q}) \\ \vdots \\ \rho_{L,Q} \mathbf{a}_{L}(\mathbf{p}_{q}) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

avec  $\rho_q = [\rho_{1,q}, ..., \rho_{L,q}]^T$ .

La taille du sous espace signal dans (5) peut être très importante soulevant le problème de son identification par une observation de taille N. De plus le problème large-bande (5) est compliqué à résoudre directement. C'est pourquoi nous aurons recours au vecteur d'observation spatio-temporel [7, 8] suivant :

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T(t) & \mathbf{x}^T(t+T_e) & \dots & \mathbf{x}^T(t+(K-1)T_e) \end{bmatrix}^T,$$
(6)

où  $T_e$  est la période d'échantillonage et K le nombre de décalages temporels. Nous pouvons alors écrire :

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{q=1}^{Q} \sum_{l=1}^{L} \sum_{k=1}^{K_q} \mathbf{z}(k,q) \otimes \mathbf{v}(\mathbf{p}_q, \rho_{l,q} \mathbf{e}_l) s_q(k,t) + \mathbf{n}_K(t),$$
(7)

avec

$$\mathbf{n}_{K}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}^{T}(t) & \dots & \mathbf{n}^{T}(t + (K-1)T_{e}) \end{bmatrix}^{T}, \quad (8)$$

et où  $s_q(k, t - \tau_l(\mathbf{p}_q))$  est la projection à chaque instant t du vecteur

$$\mathbf{s}_{K,q}(t-\tau_l(\mathbf{p}_q)) = \begin{bmatrix} s_q(t-\tau_l(\mathbf{p}_q)) \\ \vdots \\ s_q(t-\tau_l(\mathbf{p}_q) + (K-1)T_e) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

sur un élément  $\mathbf{z}_{k,q}$  de la base orthogonale { $\mathbf{z}_k, 1 \leq k \leq K$ } dans  $\mathbb{C}^K$ . On suppose que le signal  $s_q(k,t)$ , qui possède un support fréquentiel plus étroit, est tel que

$$s_q(k, t - \tau_l(\mathbf{p}_q)) \approx e^{-j2\pi f_{k,q}\tau_l(\mathbf{p}_q)} s_q(k, t), \qquad (10)$$

c'est à dire que  $s_q(k, t)$  est considéré comme bande étroite au sens de l'ensemble du réseau de stations. Ceci est le cas lorsque sa largeur de bande est négligeable devant l'inverse du temps mis par l'onde pour traverser le réseau. Il est toujours possible de ce ramener à cette hypothèse en choisissant un nombre de décalages temporels K suffisamment important.

On peut alors écrire

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{q=1}^{Q} \sum_{k=1}^{K_q} \mathbf{z}_{k,q} \otimes \mathbf{u}(\mathbf{p}_q, \boldsymbol{\rho}_q, f_{k,q}) s_q(k, t) + \mathbf{n}_K(t),$$
(11)

$$\mathbf{u}(\mathbf{p}_{q},\boldsymbol{\rho}_{q},f_{k,q}) = \frac{1}{\sqrt{\sum_{l} \frac{N_{l}}{N} |\boldsymbol{\rho}_{q,l}|^{2}}} \begin{bmatrix} \rho_{1}\mathbf{a}_{1}(\mathbf{p}_{q})e^{-j2\pi f_{k,q}\tau_{1}(\mathbf{p}_{q})} \\ \vdots \\ \rho_{L}\mathbf{a}_{L}(\mathbf{p}_{q})e^{-j2\pi f_{k,q}\tau_{L}(\mathbf{p}_{q})} \\ (12) \end{bmatrix}$$

Cette approche permet de se ramener à un modèle linéaire, qui peut être traité par différentes méthodes haute résolution.

Dans la suite, nous choisirons la base

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{z}(f_k) = \begin{bmatrix} 1 & e^{j2\pi f_k T_e} & \dots & e^{j2\pi f_k (K-1)T_e} \end{bmatrix}^T.$$
(13)

Finalement le modèle s'écrit :

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{B}(\boldsymbol{\eta})\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t), \tag{14}$$

avec

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1^T & \dots & \boldsymbol{\eta}_Q^T \end{bmatrix}^T, \tag{15}$$

$$\boldsymbol{\eta}_q = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_q^T & \boldsymbol{\psi}_q^T & \boldsymbol{\phi}_q^T & \mathbf{f}_q^T \end{bmatrix}^T, \quad (16)$$

$$\mathbf{f}_q = \begin{bmatrix} f_{1,q} & \dots & f_{K_q,q} \end{bmatrix}^T, \tag{17}$$

$$\mathbf{B}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1(\boldsymbol{\eta}_1) & \dots & \mathbf{B}_Q(\boldsymbol{\eta}_Q) \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\mathbf{B}_{q}(\boldsymbol{\eta}_{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{b}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\rho}_{q}, f_{1,q}) & \dots & \mathbf{b}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\rho}_{q}, f_{K_{q},q}) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\mathbf{s}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1^T(t) & \dots & \mathbf{s}_Q^T(t) \end{bmatrix}^T,$$
(20)

$$\mathbf{s}_q(t) = \begin{bmatrix} s_q(1,t) & \dots & s_q(K_q,t) \end{bmatrix}^T, \quad (21)$$

où  $\psi_q$  et  $\phi_q$  contiennent respectivement le module et la phase de  $\rho_q$ .

## 3 LOcalisation par une approche Spatio-Temporelle (LOST)

L'équation (11) fait intervenir un nombre de paramètres à estimer qui peut être très élevé. Dans ce contexte, le coût de calcul du maximum de vraisemblance peut s'avérer un frein à sa mise en oeuvre opérationelle, c'est pourquoi une approche à sous-espace de type MUSIC [1] sera préférée. Les paramètres recherchés correspondent aux Q zéros de la fonction de coût :

$$C(\mathbf{p}, \boldsymbol{\rho}, f) = \frac{\mathbf{b}^{H}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\rho}, f) \hat{\mathbf{\Pi}}_{n} \mathbf{b}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\rho}, f)}{\mathbf{b}^{H}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\rho}, f) \mathbf{b}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\rho}, f)}, \qquad (22)$$

où  $\hat{\mathbf{\Pi}}_n = \mathbf{I} - \hat{\mathbf{U}}_{\mathbf{s}} \hat{\mathbf{U}}_{\mathbf{s}}^H$  est le projecteur sur le sous espace bruit de la matrice de covariance spatio-temporelle :

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{T - K + 1} \sum_{n=1}^{T - K + 1} \mathbf{y}(nT_e) \mathbf{y}^H(nT_e).$$
(23)

Les colonnes de  $\hat{\mathbf{U}}_{s}$  étant les M vecteurs propres dominants de  $\hat{\mathbf{R}}$ . Remarquons que l'on peut écrire

$$\mathbf{b}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\rho}, f) = \mathbf{V}(\mathbf{p})\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\rho}, f, \mathbf{p}), \tag{24}$$

où  $\mathbf{V}(\mathbf{p}) = \mathbf{I}_K \otimes \mathbf{U}(\mathbf{p}), \mathbf{U}(\mathbf{p}) = diag(\mathbf{a}_1(\mathbf{p}), ..., \mathbf{a}_L(\mathbf{p})),$   $\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\rho}, f, \mathbf{p}) = \mathbf{z}(f) \otimes (diag(e^{-j2\pi f \tau_1(\mathbf{p})}, ..., e^{-j2\pi f \tau_L(\mathbf{p})}) \boldsymbol{\rho})$ avec  $diag(\mathbf{v}_1, ..., \mathbf{v}_N)$  représentant la matrice bloc-diagonale dont les éléments sont  $\mathbf{v}_1, ..., \mathbf{v}_N$ . L'optimisation du critère (22) selon  $\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\rho}, f, \mathbf{p})$  se réduit à l'optimisation du critère suivant [9]

$$C(\mathbf{p}) = \lambda_{min} \left\{ \left( \mathbf{V}^{H}(\mathbf{p}) \mathbf{V}(\mathbf{p}) \right)^{-1} \mathbf{V}(\mathbf{p})^{H} \hat{\mathbf{\Pi}}_{n} \mathbf{V}(\mathbf{p}) \right\}, \quad (25)$$

où  $\lambda_{min}$  {.} représente la valeur propre minimale. Nous notons cette approche LOST. Remarquons que contrairement à [4], tous les signaux sont traités de manière cohérente au travers de la matrice (23).

#### 4 Simulations

Nous considérons le scénario suivant : 2 émetteurs à l'intérieur d'un carré où est disposée une station à chaque extrémité. Chaque station est équipée d'un réseau circulaire à 3 capteurs de rayon égal à une demi-longueur d'onde, comme l'illustre la figure 1. Le nombre de décalages temporels K est pris égal à 4. Les signaux  $s_q(t)$  résultent d'un processus Gaussien blanc. Les sources sont décorréllées. La fréquence d'échantillonage vaut  $F_e = 25kHz$ . Le rapport signal à bruit est défini par

$$RSB_q = 10\log_{10}\left(\frac{\sum_t |s_q(t)|^2}{\sigma^2}\right) \tag{26}$$

Les coefficients  $\psi_{l,q}$  et  $\phi_{l,q}$  sont générés respectivement à partir d'une loi gaussienne (moyenne=1, variance=0.1) et d'une loi uniforme sur  $[0, 2\pi]$ .  $\mathbf{n}_K(t)$  est un bruit circulaire blanc Gaussien. Les performances des algorithmes sont étudiées à



Figure 1: Scénario considéré : 4 stations de base A, B, C et D formant un carré de dimensions  $4 \times 4$  km. Les sources sont en  $S_1$  (0,1000) et  $S_2$  (0,-1000).



Figure 2: REQM de la source  $S_2$  en présence d'une source  $S_1$ .  $K_1 = 1, K_2 = K = 4, T=200$ ,nombre de réalisations =100

travers la racine carrée de l'erreur quadratique (REQM) en distance, définie par :

$$REQM = \sqrt{\frac{1}{I} \sum_{i=1}^{I} (x - \hat{x}_i)^2 + (y - \hat{y}_i)^2}, \qquad (27)$$

où I est le nombre de réalisations indépendantes et  $(\hat{x}_i, \hat{y}_i)$  la i - ieme estimation de la vraie position (x, y).

Dans la suite nous comparons l'algorithme spatio-temporel obtenu et le comparons à un algorithme traditionnel, au DPD [4]. L'algorithme traditionnel consiste à estimer les angles d'arrivées sur chaque station par un algorithme MUSIC [1] puis à déduire la position par un algorithme des moindres carrés [3]. Nous considérons deux sources décorrélées : une source  $S_1$  de bande limitée ( $K_1 = 1$ ) et une source  $S_2$  qui occupe toute la bande de réception ( $K_2 = K = 4$ ).

Sur la figure 2 nous comparons les trois algorithmes pour la source  $S_2$  blanche temporellement dans la bande de réception  $(K_2 = K = 4)$ . Nous observons d'une part que les deux



Figure 3: REQM de la source  $S_1$  en présence d'une source  $S_2$ .  $K_1 = 1, K_2 = K = 4, T=200$ , nombre de réalisations =100



Figure 4: REQM de la source  $S_1$  (un seule source présente). K = 4, T=200,nombre de réalisations =100, RSB= dB

algorithmes à une seule étape sont meilleurs que l'algorithme conventionnel à deux étapes. Les algorithmes LOST et DPD offrent des performances proches.

La figure 3 présente les performances de la source  $S_1$  qui n'occupe pas toute la largeur de la bande ( $K_1 = 1$ ). Dans ce cas là le DPD devient inopérant. L'algorithme LOST continue lui de fonctionner et d'être plus performant qu'une approche conventionnelle.

La figure 4 illustre la dégradation de performances lorsque le produit temps-bande (TB), produit de la bande de l'émetteur par le temps de parcours de l'onde à travers le réseau, augmente. Dans ces conditions, l'hypothèse (10) devient alors de moins en moins réaliste : il en résulte une erreur de modèle et donc une dégradation des performances. L'algorithme proposé apparait plus robuste au produit TB que le DPD.

### 5 Conclusion

En se basant sur une approche spatio-temporelle nous avons ici proposé un algorithme original de localisation qui permet une localisation en seule étape dans un contexe de signaux largebande. Une étude numérique souligne le gain apporté comparativement à des approches classiques où les paramètres sont estimés de manière indépendante sur chacune des stations. De plus, l'approche proposée demeure opérationelle quel que soit le spectre des sources. L'algorithme proposé se montre également plus robuste au produit TB. Le choix optimal du nombre de décalages temporels K ainsi que la recherche d'un algorithme exploitant au mieux la structure du modèle rencontré sont des perspectives envisageables pour le travail proposé ici.

#### References

- H. L. Van Trees, *Optimum Array Processing*. John Wiley & Sons, 2002.
- [2] A. Amar and A. Weiss, *Direct Position Determination: A Single-Step Emitter Localization Approach*. Classical and Modern Direction-of-Arrival Estimation, Editors Tuncer, T.E. and Friedlander, B. Academic Press, 2009.
- [3] D. Torrieri, "Statistical theory of passive location systems," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 20, no. 2, pp. 183–198, 1984.
- [4] A. Amar and A. Weiss, "Direct position determination of multiple radio signals," *EURASIP J.Appl. Signal Process.*, vol. 1, pp. 37–49, 2005.
- [5] A. Weiss, "Direct position determination of narrowband radiofrequency transmitters," *IEEE signal processing letters*, vol. 11, no. 5, pp. 513–516, 2004.
- [6] J. Bosse, A. Ferréol, and P. Larzabal, "A space-time array processing for blind geolocalization of radio-transmitters," *International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Prague*, pp. 2596–2599, 2011.
- [7] G. Bienvenu, "Eigensystem properties of the sample space correlation matrix," *ICASSP, Boston*, pp. 332–335, 1983.
- [8] K. Buckley and L. Griffiths, "Broadband signal subspace spatial spectrum (bass-ale) estimation," *IEEE Transactions* on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 36, no. 7, pp. 953–964, 1988.
- [9] F. Gantmacher, *Matrix Theory*. New-York : Chelsea, 1959, vol. I-II.