

Localisation de sources bruit par représentation parcimonieuse des signaux issus d'une antenne acoustique

JOSEPH LARDIES ; HUA MA ; MARC BERTHILLIER

Institut FEMTO-ST ; Département de Mécanique Appliquée
24 Rue de l'Épitaphe, 25000 Besançon, France
joseph.lardies@univ-fcomte.fr

Résumé – On se propose de localiser des sources de bruit ponctuelles en champ lointain ou en champ proche à partir des signaux issus des capteurs formant une antenne acoustique. Les sources seront corrélées ou non corrélées à bande étroite ou à large bande. La technique proposée est basée sur une représentation parcimonieuse des signaux provenant des capteurs en effectuant un compromis entre la quantité d'une erreur résiduelle et la parcimonie des coefficients. Les résultats, aussi bien numériques qu'expérimentaux, montrent que la méthode proposée est plus performante que les méthodes traditionnelles telles que Capon et MUSIC.

Abstract – Our purpose is the localization of noise point sources in far field or in near field by an acoustical array. The sources can be correlated or uncorrelated, narrowband or wideband. The method is based on a sparse representation of sensor measurements with an over complete basis composed of time samples from the sensor array. A new adaptation approach of sparse signal representation based on a compromise between a residual error and the sparsity of the representation is proposed. Numerical and experimental results are presented showing the effectiveness of the procedure which gives better results than Capon and MUSIC techniques.

1. Introduction

L'objet de cette communication est la localisation de sources sonores à partir des signaux provenant des capteurs formant une antenne acoustique. On se place dans une ambiance acoustique, mais les propos de cette communication peuvent être généralisés à d'autres domaines dans lesquels un réseau de capteurs reçoit des ondes électromagnétiques, sismiques, ... Les formateurs de voies conventionnels sont en général utilisés en champ lointain et ont un pouvoir de résolution très limité, ce qui a conduit à développer d'autres traitements d'antenne. Les traitements par l'algorithme de Capon et par les algorithmes sous-espaces (MUSIC, norme minimale, ESPRIT, WSF) [1-3] ont alors vu leur apparition, mais leur résolution est mise en défaut lorsque le rapport signal sur bruit (RSB) est faible, les sources fortement corrélées ou le nombre d'échantillons insuffisant. Nous proposons une approche différente pour localiser des sources ponctuelles rayonnantes. Nous allons formuler le problème dans un cadre variationnel où nous allons minimiser une fonction objective régularisée pour estimer la puissance des signaux issus des capteurs en fonction du gisement, où en fonction de la distance sources sonores-capteurs. Une représentation parcimonieuse spatiale des données temporelles provenant des capteurs formant l'antenne réceptrice va être utilisée. Dans cette représentation un premier terme va quantifier l'erreur entre un modèle donné et les observations et un second terme va favoriser les modèles parcimonieux. Il faut noter que les variables étant complexes, l'optimisation n'est plus à caractère quadratique et le problème sera formulé à travers un programme conique du second ordre (Second Order Cone Programming, SOCP) , permettant d'aborder l'optimisation par des méthodes de point intérieur [5-7]. Des simulations et des résultats expérimentaux en chambre anéchoïque montrent l'efficacité de la méthode sur la localisation de sources sonores. Nous montrons que les performances obtenus par analyse parcimonieuse sont

supérieures à celles obtenues par les traitements d'antenne conventionnels tels que beamforming, Capon et MUSIC.

2. Modélisation du signal

On considère une d'une antenne acoustique formée de N capteurs et P sources placées dans le milieu de propagation. Le signal observé à la sortie des capteurs est [1-4] :

$$y(t) = A(\theta) s(t) + b(t) \quad (1)$$

avec $s(t)$ le vecteur des amplitudes complexes des signaux émis par les P sources à l'instant t, $A(\theta) = [a(\theta_1) \ a(\theta_2) \ \dots \ a(\theta_P)]$ la matrice (N x P) des vecteurs directionnels et $b(t)$ le bruit ambiant apparaissant sur chaque capteur. Dans le cas où l'antenne est linéaire formée de capteurs équidistants de d, les sources à bande étroite, ponctuelles et placées en champ lointain (le front d'onde est plan) l'élément (m, i) de cette matrice se met sous la forme $a_{m,i} = \exp(-j2 \pi f (m-1)d \sin\theta_i/c)$ où c est la célérité du son et f la fréquence du signal. Dans le cas où les sources ponctuelles sont en champ proche (le front d'onde est sphérique), les vecteurs directionnels dépendent non seulement du gisement θ_i mais aussi de la distance source-récepteur de référence notée r_i ($i=1,2,..P$) et l'élément (m, i) de cette matrice se met sous la forme $a_{m,i} = \exp(-j2 \pi f \tau_{m,i})$

avec $\tau_{m,i} = (r_i/c)(1+(md/r_i)^2+2md\sin\theta_i/r_i)^{1/2}$. Dans le cas de signaux à large bande nous utilisons une batterie de filtres $h_1(t), h_2(t), \dots, h_W(t)$ où chaque filtre $h_k(t)$ a une bande passante étroite, centrée sur la fréquence f_k . Après filtrage des sorties des capteurs nous obtenons un ensemble de W signaux temporels de la forme :

$$y_k(t) = A(f_k, \theta) s_k(t) + b_k(t) \quad (2)$$

On se ramène alors à étudier W signaux qui sont à bande étroite.

Par simplicité, plaçons-nous dans le cas du champ lointain et des signaux à bande étroite. L'estimation des directions $\{\theta_i\}$ des sources est un problème paramétrique non-linéaire : ces directions sont incorporées dans la matrice de transfert $A(\theta)$ qui est inconnue. A partir de la connaissance de $y(t)$ on se propose d'estimer les directions $\{\theta_i\}$ pour des sources corrélées ou non corrélées, pour des sources à bande étroite ou à large bande. Ces sources seront en champ lointain ou en champ proche.

3. Représentation parcimonieuse spatiale

3.1 Présentation du problème

Par définition, une représentation est parcimonieuse lorsque la plupart de ses coefficients sont nuls, ou "approximativement" nuls. Le principe d'une représentation parcimonieuse repose sur l'hypothèse qu'un ensemble d'observations (dans notre cas la série temporelle $y(t)$) peut être décrit par un nombre très réduit de paramètres définis dans un espace de représentation adéquat [8,9]. Le problème d'estimation paramétrique indiqué par la relation (1) va être transformé en un problème de représentation parcimonieuse des sources. Pour cela nous introduisons une représentation redondante de A . Celle-ci sert de dictionnaire redondant en termes de plusieurs positions possibles de sources $\{\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_L\}$, ce qui conduit à un quadrillage, ou à un échantillonnage spatial, incluant le maximum de positions potentielles des sources à localiser. Nous formons donc une grille spatiale des hypothétiques positions des sources. Ce nombre de positions L est beaucoup plus grand que le nombre de sources réelles P , et même beaucoup plus grand que le nombre de capteurs N . La matrice A est ainsi être construite sous la forme suivante :

$$A = [a(\tilde{\theta}_1), a(\tilde{\theta}_2), \dots, a(\tilde{\theta}_L)] \quad (3)$$

Dans cette représentation la matrice A est connue et ne dépend pas de la position exacte $\{\theta_i\}$ des sources, comme c'est le cas dans (1) avec $A(\theta)$. D'autre part, les amplitudes complexes des signaux atteignant l'antenne à l'instant t peuvent être exprimées par un vecteur de dimension $L \times 1$:

$$x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_L(t)]^T \quad (4)$$

où le $p^{\text{ième}}$ élément $x_p(t)$ n'est pas nul et égal à $s_p(t)$ si $x_p(t)$ et $s_p(t)$ correspondent à une même direction de source, alors que tous les autres éléments sont nuls. Nous avons la représentation :

$$y(t) = Ax(t) + b(t) \quad t = \{1, 2, \dots, T\} \quad (5)$$

Le vecteur d'observation $y(t)$ apparaissant dans (1) ou (5) est identique, cependant, une forme de représentation redondante apparaît dans (5) nous permettant de transformer le problème de l'estimation paramétrique des directions des sources en problème d'estimation parcimonieuse spatiale de ces sources. Autrement dit, la localisation des sources est maintenant conditionnée par les valeurs non nulles de $\{x_i(t)\}$. Nous avons transformé le problème traditionnel de l'estimation des angles $\{\theta_i\}$ en un problème d'estimation du spectre spatial de $x(t)$ qui présentera des pics importants aux positions exactes des sources.

L'hypothèse de départ est que le nombre de sources est faible ainsi le spectre spatial est parcimonieux, c'est-à-dire que la majorité des éléments de $x(t)$ sont nuls. Nous avons en fait le problème de minimisation de la fonctionnelle objective $J(x)$, faisant intervenir un terme d'attache aux données en norme l_2 et une pénalité en norme l_1 sur les coefficients :

$$J(x) = \|y - Ax\|_2^2 + \lambda \|x\|_1 \quad (6)$$

la matrice A est le dictionnaire discrétisé, x contient les coefficients de la représentation et $\lambda > 0$ contrôle le degré de parcimonie de la solution $\hat{x} = \arg \min J(x)$, c'est-à-dire son nombre de valeurs non nulles. Un compromis entre fidélité aux mesures et parcimonie de la solution est à trouver et la nature du compromis dépendra de la valeur de λ : un λ faible favorise les solutions correspondant aux mesures alors qu'un λ important conduira à une solution parcimonieuse, au risque de s'éloigner des mesures. Des travaux récents [10] établissent des conditions portant sur le dictionnaire A pour garantir l'unicité du minimiseur si celui-ci est suffisamment parcimonieux, cependant la représentation par un dictionnaire de valeurs complexes rend difficile le problème de minimisation du critère (6) car l'optimisation n'est plus un programme quadratique [7]. Une approche algorithmique s'appuyant sur la formulation SOCP (Second Order Cone Programming) sera utilisée [6].

3.2 l_1 DVS et parcimonie

Avec T échantillons temporels on peut trouver T solutions parcimonieuses spatiales. Cette manière de procéder conduit à un temps de calcul important et à une forte sensibilité vis-à-vis du bruit puisqu'on traite des problèmes indépendants, sans prendre en bloc l'ensemble des échantillons. Nous souhaitons plutôt utiliser la synergie de l'ensemble des données temporelles. Pour cela on sait que l'ensemble des vecteurs $\{y(t)\}$ est lié à un sous-espace de dimension P appelé sous-espace signal et nous allons utiliser ce sous-espace pour réaliser la parcimonie spatiale. Soit la matrice $(N \times T)$ des données temporelles $Y = [y(1) y(2) \dots y(T)]$. Nous définissons de manière similaire X et B et nous obtenons :

$$Y = AX + B \quad (7)$$

Nous effectuons la DVS de Y : $Y = WLV'$ et nous déduisons la matrice d'observation réduite $Y_{DVS} = WLD_P = YVD_P$ où $D_P = [I_P \ 0]^T$. De la même manière, nous avons $X_{DVS} = XVD_P$ et $B_{DVS} = BVD_P$, de sorte que nous pouvons écrire :

$$Y_{DVS} = A X_{DVS} + B_{DVS} \quad (8)$$

En considérant cette équation colonne par colonne, chaque colonne correspondant à un vecteur singulier du sous-espace signal, nous pouvons écrire :

$$y_{DVS}(p) = A x_{DVS}(p) + b_{DVS}(p) \quad p=1, \dots, P \quad (9)$$

ce qui a la même forme que (5) excepté qu'ici l'indice porte sur le $p^{\text{ième}}$ vecteur singulier et non sur l'échantillon temporel et le nombre d'équations est réduit de T à P . Il faut noter que la matrice X_{DVS} a par construction une structure bidimensionnelle : l'une relative à l'espace, à laquelle on affecte l'indice i , et l'autre relative aux vecteurs singuliers,

auxquels on affecte l'indice p. Nous désirons imposer une parcimonie uniquement spatiale sur les éléments de X_{DVS} . Pour cela nous considérons la norme l_2 de tous les éléments singuliers pour un indice spatial i de x_{DVS} , c'est-à-dire nous

considérons $\tilde{x}_i^{(l_2)} = \sqrt{\sum_{p=1}^P (x_{DVS_i}(p))^2}$ et nous effectuons une

pénalité en norme l_1 de $\tilde{X}^{(l_2)}$. La parcimonie des L vecteurs

$\tilde{X}^{(l_2)}$ résultants correspond à la parcimonie du spectre spatial. Nous déterminons le spectre spatial par minimisation de la fonctionnelle

$$J(\tilde{x}) = \|Y_{DVS} - A X_{DVS}\|_F^2 + \lambda \|\tilde{x}^{(l_2)}\|_1 \quad (10)$$

qui a la même forme que la fonctionnelle (6) et le problème est formulé comme un programme conique du second ordre.

L'algorithme présenté ci-dessus réalise la localisation de sources en établissant une représentation redondante qui est essentiellement une grille contenant les directions des sources potentielles. Si malheureusement la direction d'une source ne se trouve pas sur la grille, elle ne peut pas être localisée précisément. Une idée immédiate est de considérer une grille assez fine uniformément afin d'englober toutes les directions des sources potentielles, comme le processus du balayage de l'ensemble des directions angulaires dans les méthodes classiques. Cependant, celle-ci augmente considérablement le coût de calcul. Afin de diminuer ce temps de calcul on affine la grille uniquement autour de régions où se situent les sources obtenues par une localisation préliminaire au lieu de mettre directement une grille fine uniformément. Cette approche nécessite de connaître approximativement les directions des sources, ceci peut être réalisé en utilisant en premier lieu une grille spacieuse. Ce processus peut être récurrent jusqu'à ce que la grille soit assez fine. Notre algorithme utilise seulement les amplitudes des solutions parcimonieuses. Les étapes principales de cet algorithme sont décrites ci-dessous :

- Etablir une grille espacée des positions potentielles des sources $\tilde{\theta}_i^{(0)}$ avec $i=1,2,\dots,L$. La grille ne doit pas être trop espacée pour éviter l'introduction des déviations substantielles, un échantillonnage uniforme de 1° ou 2° est généralement suffisant

- Former $A_r = A(\tilde{\theta}^{(r)})$, où $\tilde{\theta}^{(r)} = [\tilde{\theta}_1^{(r)}, \tilde{\theta}_2^{(r)}, \dots, \tilde{\theta}_L^{(r)}]$ et utiliser la technique exposée précédemment pour obtenir une estimation du gisement $\tilde{\theta}^{(r)}$ des sources, puis on considère $(r+1)$

- Obtenir une grille raffinée autour de la position des sources estimées

- Recommencer l'étape précédente jusqu'à ce que la grille soit assez fine

Il faut cependant noter que l'algorithme SOCP présente souvent des biais lors de la localisation des sources proches. Nous pouvons facilement vérifier que cela n'est pas dû à la limitation des grilles : même si les sources se situent juste sur la grille, les déviations angulaires existent toujours. En fait, c'est une sorte de biais inhérent de l'algorithme lui-même et

est considéré comme le coût du traitement de la parcimonie des signaux. Nous pouvons réduire le biais par une approche simple : dans la décomposition en valeurs singulières de Y nous remplaçons la matrice des valeurs singulières L par une matrice au carré L^2 , ainsi la nouvelle matrice d'observation réduite Y_{DVS} s'écrira sous la forme

$$Y_{DVS} = UL^2D_p = YVD_p \quad (11)$$

Des applications vont être présentées pour montrer l'efficacité du traitement d'antenne présenté.

4. Applications

On considère une antenne acoustique formée de 6 capteurs, équidistants de $d/\lambda = 0,5$. Deux sources décorréelées sont situées à 13° et 18° par rapport à la normale de l'antenne. Le nombre d'échantillons est $T=1024$ et $RSB=20$ dB. Ces sources sont en champ lointain. La Figure 1 (a) nous montre le gisement des deux sources en utilisant la version de l'algorithme SOCP classique et la version dite "optimale" dans laquelle on utilise L^2 . L'algorithme classique présente des biais angulaires d'environ 1° pour la source située à 13° et d'environ 2° pour la source située à 18° . En utilisant l'algorithme modifié avec L^2 les biais sont négligeables comme le montre la Figure 1 (b) où un zoom a été effectué.

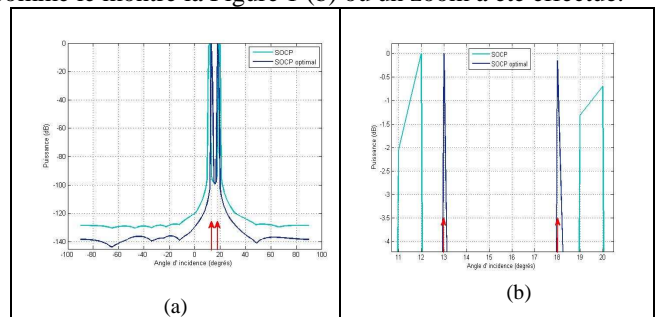


Figure1. (a) Localisation de deux sources décorréelées par SOCP classique et par SOCP "optimal" ; (b) zoom sur la localisation des deux sources

On considère le cas (a) où le nombre d'échantillons est $T=20$ et les cas (b) où les deux sources sont corrélées. La Figure 2 nous montre que seulement l'algorithme par parcimonie proposé dans cette communication peut localiser les deux sources.

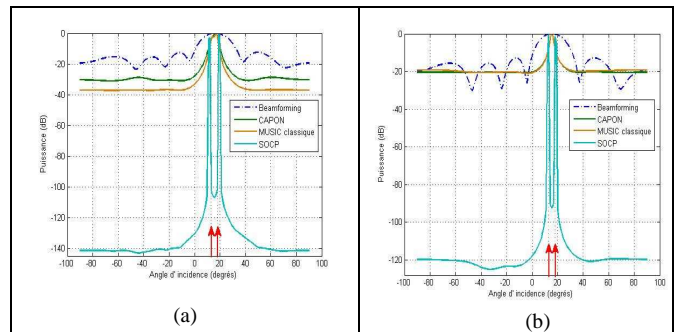


Figure 2. Localisation de deux sources décorréelées lorsque (a) $T=20$; (b) lorsque les sources sont totalement corrélées

La Figure 3 (a) nous montre la localisation de 3 sources large bande par parcimonie : notre algorithme peut aisément localiser des sources à large bande. La Figure 3(b) nous montre que l'algorithme MUSIC ne peut pas localiser 5 sources décorréelées en champ proche, ce qui aisément réalisé

par l'algorithme développé dans la communication (Figure 3(c)). La Figure 3(d) nous montre que deux sources corrélées en champ proche peuvent aussi être localisées par notre algorithme, ce qui est impossible par MUSIC.

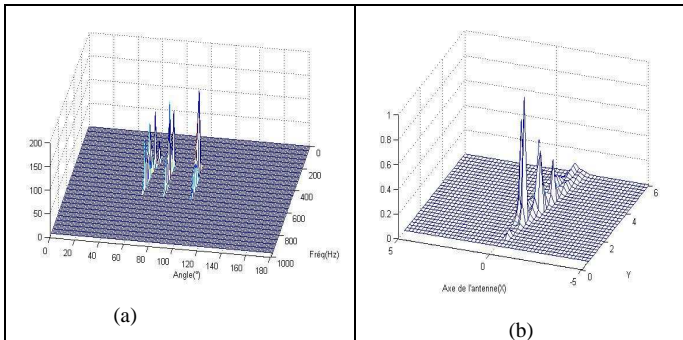


Figure 3. (a) Localisation de trois sources à large bande par parcimonie ; (b) localisation de 5 sources décorréées en champ proche par MUSIC

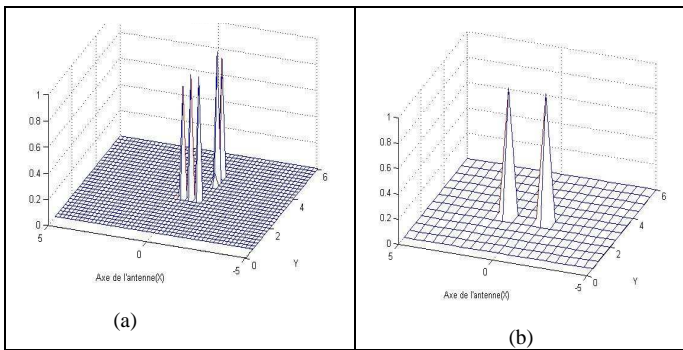


Figure 3. (c) Localisation de cinq sources décorréées en champ proche par parcimonie ; (d) localisation de deux sources corrélées en champ proche par parcimonie

La Figure 4 nous montre le dispositif expérimental utilisé en chambre anéchoïque pour localiser deux sources sonores générées par deux hauts parleurs. Les sources seront corrélées ou non corrélées.

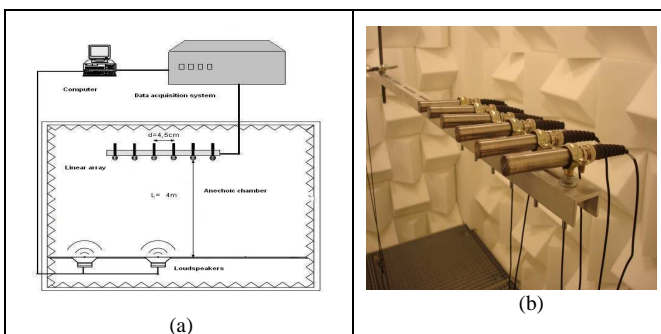


Figure 4. (a) Schéma expérimental ; (b) Antenne acoustique en chambre anéchoïque

La Figure 5 nous montre les résultats expérimentaux de la localisation en chambre anéchoïque. L'algorithme utilisant la représentation parcimonieuse fournit les meilleurs résultats par rapport aux algorithmes à haute résolution classiques sur le gisement des sources, qu'elles soient corrélées ou non corrélées.

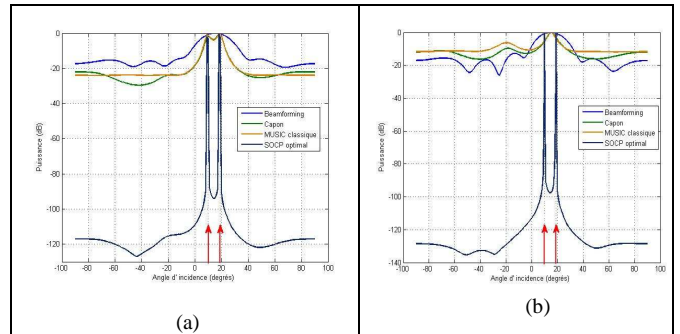


Figure 5. (a) Localisation de deux sources décorréées en chambre anéchoïque ; (b) localisation de deux sources corrélées en chambre anéchoïque

5. Conclusion

Par comparaison avec les méthodes classiques, comme la méthode de formation de faisceaux conventionnelle, la méthode de Capon et la méthode de MUSIC, la localisation de sources en utilisant une représentation parcimonieuse dans le cadre SOCP parvient à une bonne résolution même sous des conditions défavorables, comme par exemple, le faible nombre d'échantillons temporels, un RSB faible et la corrélation des sources. Les simulations et les expérimentations montrent que c'est un algorithme efficace pour la localisation de plusieurs sources sonores aussi bien en bande étroite qu'en large bande, en champ proche et en champ lointain, que les sources soient non corrélées ou bien corrélées.

Références

- [1] S.U. Pillai; *Array signal processing*; Springer-Verlag; 1989
- [2] S. Marcos ; *Les méthodes à haute résolution* ; Edition Hermès, Paris, 1998
- [3] P. Stoica and R. Moses; *Introduction to spectral analysis*; Prentice Hall ; 1997
- [4] J. Lardiès, H. Ma and M. Berthillier; Localization of radiating sources by an acoustical array; *Third International Conference on Multidisciplinary Design, Optimization and Applications*; Paris, Juin 2010
- [5] D.M. Malioutov; *A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays*, Master Thesis, MIT, 2003
- [6] J.S. Sturm; Using SeDuMi 1.02, a Matlab toolbox for optimization over symmetric cones; *Optimization Methods and Software*; Vol. 11, pp. 625-653; 1999
- [7] S. Bourguignon, H. Carfantan and T. Bohm; Spar Spec : a new method for fitting multiple sinusoids with irregularly sampled data; *Astronomy&Astrophysics*; Vol. 462, pp. 379-387; 2007
- [8] J.J. Fuchs; More on sparse representations in arbitrary bases; *IEEE Trans. on IT*, Vol. 50, pp. 1341-1344; 2004
- [9] D.L. Donoho and X. Huo; Uncertainty principles and ideal atomic decomposition; *IEEE Trans. on IT*, Vol. 47, pp. 2845-2862; 2001
- [10] J.J. Fuchs; Recovery of exact sparse representations in the presence of bounded noise; *IEEE Trans. on IT*, Vol. 51, pp. 3601-3608; 2005