

Modélisation et estimation de canaux de communication non linéaires à l'aide d'un modèle de Volterra-Parafac passe-bande et d'un filtre de Kalman étendu

Thomas BOUILLOC, Gérard FAVIER

Laboratoire I3S, Université de Nice Sophia Antipolis, CNRS,
Les Algorithmes- Bât. Euclide B, 2000 Route des lucioles, B.P. 121 - 06903 Sophia Antipolis Cedex, France
bouilloc@i3s.unice.fr, favier@i3s.unice.fr

Résumé – Les modèles de Volterra complexes passe-bande sont très utilisés pour la modélisation de canaux de communication non linéaires tels que ceux rencontrés dans les systèmes de communication satellitaires et les réseaux de communication sans fil par radio et fibre optique, les non linéarités étant introduites par les amplificateurs de puissance, d'une part, et les convertisseurs électro-optiques, d'autre part. Ces modèles de Volterra possèdent la spécificité de ne comporter que des termes non linéaires d'ordre impair, avec des noyaux caractérisés par une double symétrie. Le principal inconvénient de ces modèles réside dans leur complexité paramétrique. Dans cet article, nous développons une nouvelle classe de modèles de Volterra, appelés modèles de Volterra-Parafac passe-bande, de complexité paramétrique réduite, en faisant appel à une décomposition Parafac doublement symétrique des noyaux de Volterra d'ordre supérieur à un, considérés comme des tenseurs. Un algorithme adaptatif du type filtre de Kalman étendu est ensuite proposé pour l'estimation paramétrique de ces modèles. Des résultats de simulation de Monte Carlo sont présentés pour illustrer les performances de l'algorithme d'estimation proposé, dans le cas de systèmes de Volterra complexes d'ordre trois excités par des signaux de communication PSK.

Abstract – Bandpass complex Volterra models are very useful for modeling nonlinear communication channels as those encountered in satellite communication systems and in radio over fiber wireless communication networks, the nonlinearities being introduced by power amplifiers, on the one hand, and electrical-optical conversion, on the other hand. These Volterra models present the specificity to include only odd-order nonlinear terms, with kernels characterized by a double symmetry. The main drawback of these models is their parametric complexity. In this paper, we develop a new class of Volterra models, called bandpass Volterra-Parafac models, with a reduced parametric complexity, by using a doubly symmetric Parafac decomposition of high order Volterra kernels viewed as tensors. An adaptive algorithm based on an extended Kalman filter is then proposed for estimating the parameters of these models. Some Monte Carlo simulation results are presented to illustrate the performance of the proposed estimation algorithm, in the case of third-order complex Volterra systems excited by PSK input signals.

1 Introduction

Dans les systèmes de communication satellitaires, les amplificateurs de puissance à bord des satellites et dans les stations au sol fonctionnent généralement près de la saturation, ce qui introduit des distorsions non linéaires au niveau des signaux transmis. De même, dans les réseaux de communication sans fil par radio et fibre optique, les convertisseurs électro-optiques sont la source de non linéarités. Les modèles de Volterra complexes passe-bande sont très utilisés pour la modélisation de tels canaux de communication non linéaires [1, 2, 3, 6, 7, 8].

Ces modèles possèdent la spécificité de ne comporter que des termes non linéaires d'ordre impair, avec des noyaux caractérisés par une double symétrie. Le principal inconvénient de ces modèles réside dans leur complexité paramétrique. Dans cet article, nous développons une nouvelle classe de modèles de Volterra, appelés modèles de Volterra-Parafac passe-bande, de complexité paramétrique réduite, en faisant appel à une décomposition Parafac doublement symétrique des noyaux de Volterra. Ces modèles peuvent être vus comme une extension des

modèles de Volterra-Parafac précédemment développés par les auteurs, dans le cas de noyaux de Volterra à symétrie simple [4, 5].

La suite de cet article est organisée comme suit. Dans le paragraphe 2, nous présentons le modèle de Volterra passe-bande et mettons en évidence la double symétrie de ses noyaux. Dans le paragraphe 3, nous présentons la décomposition Parafac d'un tenseur doublement symétrique, puis exploitons cette décomposition pour développer le modèle de Volterra-Parafac passe-bande. Un algorithme adaptatif du type filtre de Kalman étendu est ensuite proposé, dans le paragraphe 4, pour l'estimation paramétrique d'un tel modèle. Dans le paragraphe 5, des résultats de simulation de Monte Carlo sont présentés pour illustrer les performances de l'algorithme d'estimation proposé, dans le cas de systèmes de Volterra complexes d'ordre trois excités par des signaux de communication PSK. Finalement, le paragraphe 5 conclut cet article en indiquant quelques perspectives de recherche.

Ces travaux ont été soutenus par la Délégation Générale pour l'Armement (DGA)

2 Les modèles de Volterra passe-bande

Le modèle de Volterra passe-bande, d'ordre $2P - 1$, d'un canal de communication SISO (mono entrée - mono sortie) non linéaire, est décrit à l'aide de la relation entrée-sortie suivante [1, 2, 3, 6, 7, 8] :

$$y_k^{(2p-1)} = \sum_{p=1}^P y_k^{(2p-1)} = \sum_{m_1=1}^{M_{2p-1}} \cdots \sum_{m_{2p-1}=1}^{M_{2p-1}} h_{m_1, \dots, m_{2p-1}}^{(2p-1)} \prod_{i=1}^p u_{k-m_i} \prod_{i=p+1}^{2p-1} u_{k-m_i}^* \quad (1)$$

u_k et y_k représentent respectivement les signaux d'entrée et de sortie à l'instant k , $2P - 1$ est le degré de non linéarité du modèle, M_{2p-1} est la mémoire du terme homogène d'ordre $2p - 1$, noté $y_k^{(2p-1)}$, et $h_{m_1, \dots, m_{2p-1}}^{(2p-1)}$ est un coefficient du noyau d'ordre $2p - 1$. Ce coefficient étant caractérisé par $2p - 1$ indices, il peut être vu comme un élément d'un tenseur $\mathbb{H}^{(2p-1)} \in \mathcal{C}^{M_{2p-1} \times \dots \times M_{2p-1}}$, d'ordre $2p - 1$, caractérisé par M_{2p-1}^{2p-1} coefficients.

Comme toute permutation des indices m_1, \dots, m_p ne modifie pas le produit $\prod_{i=1}^p u_{k-m_i}$ d'entrées retardées non conjuguées, on peut sommer tous les coefficients associés à ces permutations pour obtenir un noyau partiellement symétrique. De même, toute permutation des indices m_{p+1}, \dots, m_{2p-1} ne modifiant pas le produit $\prod_{i=p+1}^{2p-1} u_{k-m_i}^*$ d'entrées conjuguées, il est possible également de symétriser le noyau par rapport aux $p - 1$ derniers indices.

$$h_{m_1, \dots, m_p, m_{p+1}, \dots, m_{2p-1}}^{(2p-1, sym)} = \frac{1}{n_{\pi_1} n_{\pi_2}} \sum_{\pi_1(\cdot)} \sum_{\pi_2(\cdot)} h_{\pi_1(m_1), \dots, \pi_1(m_p), \pi_2(m_{p+1}), \dots, \pi_2(m_{2p-1})}^{(2p-1)} \quad (2)$$

où $(\pi_1(m_1), \dots, \pi_1(m_p))$ et $(\pi_2(m_{p+1}), \dots, \pi_2(m_{2p-1}))$ sont des permutations de (m_1, \dots, m_p) et de $(m_{p+1}, \dots, m_{2p-1})$, respectivement, n_{π_1} et n_{π_2} représentant le nombre de ces permutations. En notant n_{m_q} le nombre de répétitions de l'indice m_q , avec $q \in \{1, \dots, 2p - 1\}$, le nombre total de permutations est défini par :

$$n_{\pi_1} n_{\pi_2} = \frac{p!(p-1)!}{\prod_{q=1}^{2p-1} n_{m_q}!}$$

Ainsi, dans la suite, sans perte de généralité, les noyaux d'un modèle de Volterra passe-bande, d'ordre impair supérieur à un, seront considérés comme des tenseurs doublement symétriques.

3 Les modèles de Volterra-PARAFAC passe-bande

Dans ce paragraphe, nous allons tout d'abord introduire la décomposition Parafac d'un tenseur doublement symétrique,

puis nous appliquerons cette décomposition aux noyaux d'un modèle de Volterra passe-bande, pour obtenir le modèle de Volterra-Parafac passe-bande.

Décomposition Parafac doublement symétrique

Tout tenseur $\mathbb{H} \in \mathcal{C}^{M_{2p-1} \times \dots \times M_{2p-1}}$, d'ordre $2p - 1$, symétrique par rapport à ses p premiers indices d'une part, et à ses $p - 1$ derniers indices d'autre part, admet une décomposition Parafac doublement symétrique qui s'écrit sous forme scalaire comme :

$$h_{m_1, \dots, m_{2p-1}}^{(2p-1)} = \sum_{r=1}^{r_{2p-1}} \prod_{i=1}^p a_{m_i, r}^{(2p-1)} \prod_{i=p+1}^{2p-1} b_{m_i, r}^{(2p-1)} \quad (3)$$

où $a_{m_i, r}^{(2p-1)}$ et $b_{m_i, r}^{(2p-1)}$ sont des éléments des deux facteurs matriciels $\mathbf{A}^{(2p-1)}$ et $\mathbf{B}^{(2p-1)} \in \mathcal{C}^{M_{2p-1} \times r_{2p-1}}$, et r_{2p-1} est appelé le rang doublement symétrique du tenseur.

En remplaçant le noyau de Volterra du terme homogène défini en (1) par sa décomposition Parafac doublement symétrique, on obtient

$$y_k^{(2p-1)} = \sum_{m_1=1}^{M_{2p-1}} \cdots \sum_{m_{2p-1}=1}^{M_{2p-1}} \sum_{r=1}^{r_{2p-1}} \left(\prod_{i=1}^p a_{m_i, r}^{(2p-1)} \prod_{i=p+1}^{2p-1} b_{m_i, r}^{(2p-1)} \right) \prod_{i=1}^p u_{k-m_i} \prod_{i=p+1}^{2p-1} u_{k-m_i}^* \quad (4)$$

En réorganisant l'ordre des sommations, l'équation (4) devient :

$$y_k^{(2p-1)} = \sum_{r=1}^{r_{2p-1}} \prod_{i=1}^p \left(\sum_{m_i=1}^{M_{2p-1}} a_{m_i, r}^{(2p-1)} u_{k-m_i} \right) \prod_{i=p+1}^{2p-1} \left(\sum_{m_i=1}^{M_{2p-1}} b_{m_i, r}^{(2p-1)} u_{k-m_i}^* \right) \quad (5)$$

et en définissant le vecteur de régression linéaire $\mathbf{u}_k^{(2p-1)} = [u_{k-1}, \dots, u_{k-M_{2p-1}}]^T$ associé au terme homogène d'ordre $2p - 1$, de mémoire M_{2p-1} , l'équation précédente devient :

$$y_k^{(2p-1)} = \sum_{r=1}^{r_{2p-1}} \left(\mathbf{u}_k^{(2p-1)T} \mathbf{A}_{.r}^{(2p-1)} \right)^p \left(\mathbf{u}_k^{(2p-1)H} \mathbf{B}_{.r}^{(2p-1)} \right)^{p-1} \quad (6)$$

où $\mathbf{A}_{.r}^{(2p-1)}$ et $\mathbf{B}_{.r}^{(2p-1)}$ dénotent la $r^{\text{ème}}$ colonne des facteurs matriciels $\mathbf{A}^{(2p-1)}$ et $\mathbf{B}^{(2p-1)}$, respectivement.

En remplaçant le terme homogène d'ordre $2p - 1$ par son expression (6) dans (1), on obtient le modèle de Volterra-Parafac passe-bande :

$$y_k = \sum_{p=1}^P \sum_{r=1}^{r_{2p-1}} \left(\mathbf{u}_k^{(2p-1)T} \mathbf{A}_{.r}^{(2p-1)} \right)^p \left(\mathbf{u}_k^{(2p-1)H} \mathbf{B}_{.r}^{(2p-1)} \right)^{p-1} \quad (7)$$

avec $r_1 = 1$ et $A_{\cdot 1}^{(1)}(m_1) = h_{m_1}^{(1)}$.

Il est important de noter que le nombre de paramètres de ce modèle, égal à $N_{VP} = M_1 + 2 \sum_{p=2}^P M_{2p-1} r_{2p-1}$, est considérablement réduit par rapport à celui d'un modèle de Volterra passe-bande standard, égal à $N_V = \sum_{p=1}^P M_{2p-1}$. Ainsi, par exemple, pour un modèle d'ordre trois ($P = 2$), avec $M_1 = M_3 = 10$ et $r_3 = 4$, nous avons $N_{VP} = 90$ et $N_V = 1010$.

Dans le paragraphe suivant, nous montrons comment les paramètres d'un tel modèle, c'est-à-dire les coefficients des deux facteurs Parafac de chacun des noyaux, peuvent être estimés à l'aide d'un filtre de Kalman étendu.

4 Filtre de Kalman étendu pour l'estimation paramétrique d'un modèle de Volterra-Parafac passe-bande

Définissons le vecteur de paramètres :

$$\boldsymbol{\theta}^T = \left[\boldsymbol{\theta}^{(1)T} \quad \dots \quad \boldsymbol{\theta}^{(2P-1)T} \quad \boldsymbol{\omega}^{(3)T} \quad \dots \quad \boldsymbol{\omega}^{(2P-1)T} \right] \quad (8)$$

avec

$$\boldsymbol{\theta}^{(1)} = \mathbf{A}_{\cdot 1}^{(1)} \in \mathcal{C}^{M_1 \times 1}$$

et pour $p = 2, \dots, P$

$$\boldsymbol{\theta}^{(2p-1)} = \text{vec} \left(\mathbf{A}^{(2p-1)} \right) \in \mathcal{C}^{M_{2p-1} r_{2p-1} \times 1}$$

$$\boldsymbol{\omega}^{(2p-1)} = \text{vec} \left(\mathbf{B}^{(2p-1)} \right) \in \mathcal{C}^{M_{2p-1} r_{2p-1} \times 1}$$

La relation entrée-sortie (7) peut alors être réécrite comme :

$$y_k = f(k, \boldsymbol{\theta})$$

Ce modèle étant non linéaire par rapport au vecteur de paramètres $\boldsymbol{\theta}$, nous allons appliquer le filtre de Kalman étendu pour estimer récursivement $\boldsymbol{\theta}$, supposé constant, à l'aide des observations. Les équations du filtre de Kalman étendu sont obtenues en appliquant le filtre de Kalman à l'équation d'état $\boldsymbol{\theta}_{k+1} = \boldsymbol{\theta}_k$ après une linéarisation de l'équation d'observation, c'est-à-dire de $f(k, \boldsymbol{\theta})$, autour de la dernière valeur estimée $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}$:

$$y_k \approx f(k, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}) + \hat{\mathbf{g}}_k^T \left(\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1} \right) + e_k \quad (9)$$

où

$$\hat{\mathbf{g}}_k = \left. \frac{\partial f(k, \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right|_{\boldsymbol{\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}}$$

et e_k est supposé être un bruit blanc Gaussien, centré et de variance σ_e^2 .

Le gradient de la fonction non linéaire $f(k, \boldsymbol{\theta})$ par rapport au vecteur de paramètres $\boldsymbol{\theta}$ peut être calculé de façon analytique à l'aide des formules suivantes :

$$\hat{\mathbf{g}}_k = \left[\hat{\boldsymbol{\varphi}}_k^{(1)T} \quad \hat{\boldsymbol{\varphi}}_k^{(3)T} \quad \dots \quad \hat{\boldsymbol{\varphi}}_k^{(2P-1)T} \quad \hat{\boldsymbol{\xi}}_k^{(3)T} \quad \dots \quad \hat{\boldsymbol{\xi}}_k^{(2P-1)T} \right]^T$$

avec $\hat{\boldsymbol{\varphi}}_k^{(1)} = \mathbf{u}_k^{(1)}$ et pour $p = 2, \dots, P$:

$$\hat{\boldsymbol{\varphi}}_k^{(2p-1)} = \left. \frac{\partial f(k, \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}^{(2p-1)}} \right|_{\boldsymbol{\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}} = p \hat{\mathbf{v}}_k^{(2p-1)} \otimes \mathbf{u}_k^{(2p-1)}$$

$$\hat{\boldsymbol{\xi}}_k^{(2p-1)} = \left. \frac{\partial f(k, \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\omega}^{(2p-1)}} \right|_{\boldsymbol{\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}} = (p-1) \hat{\mathbf{w}}_k^{(2p-1)} \otimes \mathbf{u}_k^{(2p-1)*}$$

où \otimes désigne le produit de Kronecker, avec :

$$\hat{\mathbf{v}}_k^{(2p-1)} = \left[\hat{\alpha}_k^{(2p-1,1)}, \dots, \hat{\alpha}_k^{(2p-1, r_{2p-1})} \right]^T$$

$$\hat{\mathbf{w}}_k^{(2p-1)} = \left[\hat{\beta}_k^{(2p-1,1)}, \dots, \hat{\beta}_k^{(2p-1, r_{2p-1})} \right]^T$$

et pour $r = 1, \dots, r_{2p-1}$

$$\hat{\alpha}_k^{(2p-1,r)} = \left(\hat{\gamma}_k^{(2p-1,r)} \right)^{p-1} \left(\hat{\delta}_k^{(2p-1,r)} \right)^{p-1}$$

$$\hat{\beta}_k^{(2p-1,r)} = \left(\hat{\gamma}_k^{(2p-1,r)} \right)^p \left(\hat{\delta}_k^{(2p-1,r)} \right)^{p-2}$$

avec

$$\hat{\gamma}_k^{(2p-1,r)} = \mathbf{u}_k^{(2p-1)T} \hat{\mathbf{A}}_{\cdot r}^{(2p-1)}(k-1)$$

$$\hat{\delta}_k^{(2p-1,r)} = \mathbf{u}_k^{(2p-1)H} \hat{\mathbf{B}}_{\cdot r}^{(2p-1)}(k-1)$$

$\hat{\mathbf{A}}_{\cdot r}^{(2p-1)}(k-1)$ et $\hat{\mathbf{B}}_{\cdot r}^{(2p-1)}(k-1)$ étant extraits du vecteur de paramètres estimés $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}$.

En notant que :

$$f(k, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}) = \hat{\boldsymbol{\psi}}_k^T \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1} \quad (10)$$

avec

$$\hat{\boldsymbol{\psi}}_k^T = \left[\hat{\boldsymbol{\varphi}}_k^{(1)T} \quad \frac{1}{2} \hat{\boldsymbol{\varphi}}_k^{(3)T} \quad \dots \quad \frac{1}{P} \hat{\boldsymbol{\varphi}}_k^{(2P-1)T} \quad \hat{\boldsymbol{\xi}}_k^{(3)T} \quad \dots \quad \frac{1}{P-1} \hat{\boldsymbol{\xi}}_k^{(2P-1)T} \right]^T \quad (11)$$

les équations du filtre de Kalman étendu sont résumées ci après :

$$\hat{e}_k = s_k - \hat{\boldsymbol{\psi}}_k^T \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1} \quad (12)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_k = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1} + \mathbf{G}_k \hat{e}_k \quad (13)$$

$$\Sigma_k = \hat{\mathbf{g}}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \hat{\mathbf{g}}_k^* + \sigma_e^2 \quad (14)$$

$$\mathbf{G}_k = \mathbf{P}_{k-1} \hat{\mathbf{g}}_k^* \Sigma_k^{-1} \quad (15)$$

$$\mathbf{P}_k = \lambda^{-1} \left(\mathbf{P}_{k-1} - \mathbf{G}_k \Sigma_k \mathbf{G}_k^H \right) \quad (16)$$

où s_k est la sortie mesurée du canal non linéaire à identifier, et λ est le facteur d'oubli.

5 Résultats de simulation

Dans ce paragraphe, nous présentons quelques résultats de simulation de Monte Carlo pour illustrer la performance du filtre de Kalman étendu pour l'estimation paramétrique d'un modèle de Volterra-Parafac passe bande d'ordre trois. Dix modèles de Volterra ont été simulés en tirant aléatoirement les coefficients du noyau linéaire et des facteurs Parafac du noyau cubique selon une distribution Gaussienne, avec $M_1 = M_3 = 10$

et $r_3 = 4$. D'autre part, $L = 10$ séquences de bruit blanc additif différentes ont été simulées pour chaque modèle, avec un signal d'entrée du type 16-PSK de longueur $K = 10000$. Les résultats de simulation sont fournis en termes d'erreur quadratique moyenne normalisée (EQMN) sur la sortie :

$$\text{EQMN}_y = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{M_c} \sum_{m=1}^{M_c} \frac{\|\mathbf{s}_m - \hat{\mathbf{y}}_m\|_2^2}{\|\mathbf{s}_m\|_2^2} \right) \quad (17)$$

où $\mathbf{s}_m = [s_{K-\tau+1,m} \cdots s_{K,m}]^T$ est le vecteur des sorties bruitées du canal associé à la $m^{\text{ème}}$ simulation et $\hat{\mathbf{y}}_m = [\hat{y}_{K-\tau+1,m} \cdots \hat{y}_{K,m}]^T$ est le vecteur des sorties reconstruites pour cette même simulation m , sur une fenêtre de longueur $\tau = 2000$, en utilisant les paramètres estimés à l'instant K , et $\hat{y}_{t,m} = f(t, \hat{\theta}_{K,m})$ pour $t = K - \tau + 1, \dots, K$, le critère étant moyenné sur les M_c simulations qui ont convergé.

La Fig. 1 représente l'EQMN sur la sortie en fonction du RSB, pour différentes valeurs du rang R de la décomposition Parafac du noyau cubique. A partir de ces résultats de simulation, on peut conclure que :

- Pour un RSB supérieur ou égal à 5 dB, l'EQMN sur la sortie est minimale pour le rang exact du noyau cubique ($R = r_3 = 4$);
- Une sous-estimation de ce rang entraîne une forte dégradation de performance en termes d'EQMN sur la sortie, tandis qu'une sur-estimation de ce rang se traduit par une légère augmentation de l'EQMN sur la sortie.

Ces résultats mettent en évidence le fait que le rang des noyaux peut être déterminé en comparant l'EQMN obtenue avec différents filtres de Kalman étendu appliqués en parallèle, chaque filtre utilisant des rangs de noyaux différents.

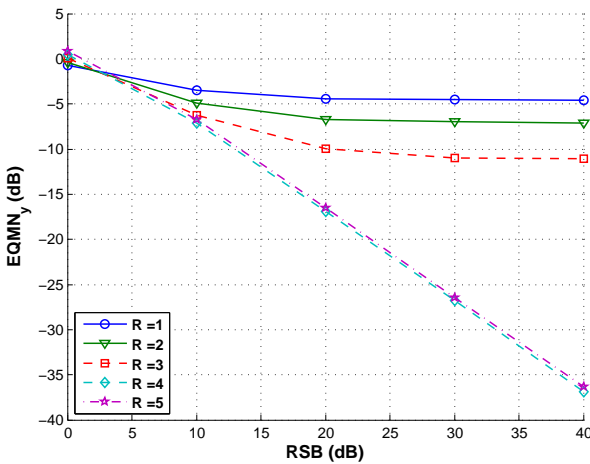


FIGURE 1 – EQMN_y sur la sortie en fonction du RSB pour différentes valeurs du rang R de la décomposition Parafac du noyau cubique

6 Conclusion

Dans cet article, nous avons tout d'abord présenté un nouveau modèle de Volterra-Parafac passe-bande pour des canaux de communication numérique non linéaires. Ce modèle, obtenu en utilisant une décomposition Parafac doublement symétrique des noyaux de Volterra, peut être vu comme une généralisation du modèle de Volterra-Parafac proposé récemment dans [4] et [5] pour des noyaux à symétrie simple. L'avantage du modèle de Volterra-Parafac passe-bande est de réduire de façon significative la complexité paramétrique du modèle de Volterra passe-bande. Dans un deuxième temps, nous avons développé un algorithme d'estimation paramétrique adaptatif, basé sur un filtre de Kalman étendu, pour ce type de modèle. L'efficacité de cet algorithme a été illustrée à l'aide de résultats de simulation de Monte Carlo. Comme perspectives de ce travail, nous envisageons de développer d'autres algorithmes d'estimation paramétrique tels que l'algorithme du gradient et des algorithmes d'optimisation non linéaire (algorithmes de Gauss-Newton et de Levenberg-Marquardt). Une autre extension de ce travail concerne le cas des systèmes de Volterra passe-bande MIMO.

Références

- [1] S. Benedetto and E. Biglieri. Nonlinear equalization of digital satellite channels. *IEEE J. Select. Areas Commun., SAC-1* :57–62, Jan. 1983.
- [2] S. Benedetto, E. Biglieri, and S. Daffara. Modeling and performance evaluation of nonlinear satellite links- A Volterra series approach. *IEEE Tr. on Aerospace Electron. Systems*, AES - 15(4) :494–507, July 1979.
- [3] C.-H. Cheng and E. J. Powers. Optimal Volterra kernel estimation algorithms for a nonlinear communication system for PSK and QAM inputs. *IEEE Tr. on Signal Processing*, 49(1) :147–163, Jan. 2001.
- [4] G. Favier and T. Bouilloc. Identification de modèles de Volterra basée sur la décomposition PARAFAC. In *GRETSI Symp.*, Dijon, France, Sept. 2009.
- [5] G. Favier and T. Bouilloc. Identification de modèles de Volterra basée sur la décomposition PARAFAC de leurs noyaux et le filtre de Kalman étendu. *Traitement du Signal*, 27(1) :27–51, 2010.
- [6] C. A. R. Fernandes, G. Favier, and J. C. M. Mota. Blind identification of multiuser nonlinear channels using tensor decomposition and precoding. *Signal Processing*, 89(12) :2644–2656, Dec. 2009.
- [7] C. A. R. Fernandes, J. C. M. Mota, and G. Favier. Volterra modeling for nonlinear communication channels. *Learning and nonlinear models (L&NLM) Journal*, 8(2) :71–92, 2010.
- [8] G. Mileounis, P. Koukoulas, and N. Kalouptsidis. Input-output identification of nonlinear channels using PSK, QAM and OFDM inputs. *Signal Processing*, 89 :1359–1369, 2009.