

Analyse des schémas HARQ classiques et évolués (schémas multi-paquets) en présence d'une voie de retour imparfaite

Moustapha EL AOUN, Xavier LAGRANGE, Raphael LE BIDAN, Ramesh PYNDIAH
Institut TELECOM; TELECOM Bretagne; CNRS UMR 3192 Labsticc; Technopôle Brest Iroise,
CS 83818 29238 Brest Cedex 3
Université Européenne de Bretagne, France
prénom.nom@telecom-bretagne.eu

Résumé – Dans cet article, nous nous intéressons aux performances des schémas HARQ classiques ou bien plus évolués (schémas dits multi-paquets) en présence d'erreurs sur la voie de retour. Nous introduisons un protocole hybride qui exploite les avantages propres à chaque schéma, et développons une méthode analytique permettant d'évaluer le débit utile moyen des différents protocoles de retransmission. L'analyse est validée sur un exemple, qui illustre par ailleurs l'intérêt du protocole hybride proposé.

Abstract – In this paper, we study the performance of classical as well as advanced (multi-packet) HARQ strategies in the presence of an unreliable feedback channel. We introduce an hybrid protocol which combines the benefits of the two approaches. We also introduce an analytical method to predict the throughput of the various HARQ protocols. Simulation results validates the proposed analytical method and highlights the benefits of the proposed hybrid protocol.

1 Introduction

Les schémas HARQ (Hybrid Automatic Repeat reQuest) sont des protocoles combinant codage correcteur d'erreur et retransmission [1]–[4]. Classiquement, les retransmissions en HARQ ne sont relatives qu'à un seul paquet de donnée (le paquet courant, supposé mal reçu à l'issue du premier envoi). L'émetteur retransmet alors des paquets de redondance jusqu'à ce que le paquet soit correctement décodé, ou bien que le nombre maximum de retransmissions autorisées M_1 soit atteint. Nous ferons référence par la suite à cette famille de protocoles sous le nom de schémas HARQ simple-paquet (SP). Les paquets retransmis peuvent être identiques au paquet initial (*Chase Combining*), ou bien constitués de versions redondantes distinctes de ce paquet, de manière à créer ainsi un code plus puissant en réception (approche *Incremental Redundancy*, ou IR). Récemment, plusieurs auteurs se sont penchés sur la définition de protocoles HARQ dits multi-paquets (MP), visant à réduire le nombre moyen de retransmissions par paquet d'information en créant des paquets de redondance pouvant aider au décodage simultané de plusieurs paquets d'information [5]–[7]. Les schémas multi-paquets à redondance incrémentale (MP-IR) ont été étudiés en détail et comparés aux schémas simple-paquet à redondance incrémentale (SP-IR) dans [7]. Il y a notamment été montré par simulation que les schémas MP-IR offrent un débit supérieur à celui des schémas SP-IR à moyen et fort rapport signal-sur-bruit (RSB). Toutes ces analyses s'appuient toutefois sur l'hypothèse discutable d'une transmission avec voie de retour parfaite. Dans cet article,

nous proposons un protocole hybride SP-MP réunissant les avantages des deux approches SP/MP, et pour lequel on détermine le débit moyen de manière analytique, sur la base de la théorie du renouvellement-récompense et d'un modèle de Markov adéquat. Cela nous permet par la même occasion de revisiter analytiquement les performances des schémas HARQ SP-IR et MP-IR en présence d'erreurs sur la voie de retour.

Cet article est organisé comme suit. La Section 2 est consacrée à la présentation du protocole hybride SP-MP. La méthode d'analyse de performances est présentée en Section 3. L'application de cette méthode au calcul du débit utile est développée dans la Section 4. La méthode est validée sur quelques exemples en Section 5. Les conclusions sont données en Section 6.

2 Protocole HARQ hybride SP-MP

Les simulations montrent que la stratégie SP-IR est plus performante que la stratégie MP-IR à faible RSB. La tendance s'inverse au fur et à mesure que le RSB augmente, pour favoriser nettement l'approche multi-paquet à partir d'un certain seuil [7]. Les études précédentes montrent par ailleurs que cette hiérarchie de performance est conservée en présence d'erreurs sur la voie de retour. Ces observations nous ont conduit à proposer un protocole hybride SP-MP (H-SP-MP) qui puisse bénéficier des avantages propres à chaque stratégie, suivant la région de RSB dans laquelle on se trouve.

Le principe général du protocole hybride est le suivant. En cas de réception d'un acquittement négatif portant sur le dernier paquet transmis, l'émetteur transmet de la re-

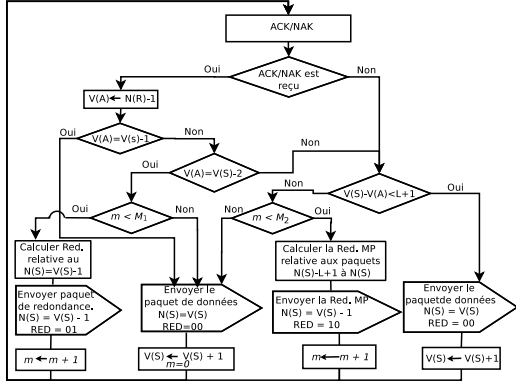


FIG. 1: Automate du protocole H-SP-MP en émission. $N(S)$ = numéro de séquence (#) du paquet transmis en cours, $V(A)$ = # du dernier paquet positivement acquitté, $V(S)$ = # du prochain paquet, $N(R)$ = # d'acquittement, $V(R)$ = # du paquet attendu par le récepteur.

dondance relative à ce paquet (mode SP). Si l'acquittement (positif : ACK, ou négatif: NAK) est perdu, l'émetteur considère que le paquet envoyé a été bien reçu, et passe au paquet de données suivant. L'idée est d'éviter l'envoi de redondance inutile. S'il s'avère par la suite que le paquet n'a pas été correctement décodé par le récepteur, l'émetteur transmet L paquets de données à partir du paquet non acquitté positivement le plus ancien, puis envoie de la redondance multi-paquet construite à partir de ces L paquets de données. Il poursuit l'envoi de redondance jusqu'à ce que les L paquets soient correctement décodés, ou bien que le nombre maximum de retransmissions M_2 soit atteint.

Les automates de mise en oeuvre du protocole en émission et réception sont détaillés sur les Figures 1 et 2. À chaque paquet est rajouté un champ RED permettant de distinguer les paquets de données des paquets redondance. Les paquets de données sont caractérisés par $RED=00$. Les paquets de redondance relatifs à un seul paquet de données (mode SP) sont distingués par $RED=01$. Les paquets de redondance en mode MP sont distingués par $RED=10$.

3 Evaluation des performances

La méthode proposée s'appuie sur la représentation de l'évolution du système par une chaîne de Markov à temps discret. Chaque état de la chaîne est complètement défini par la connaissance des quatre variables suivantes :

- a est le nombre de paquets non décodés,
- b est le nombre de paquets de données et de redondance transmis et non acquittés positivement,
- c permet de distinguer le mode SP ($c = 1$) du mode MP ($c = 0$),
- $d = V(R) - 1 - V(A)$ est le nombre de paquets de données transmis et correctement décodés jusqu'à présent.

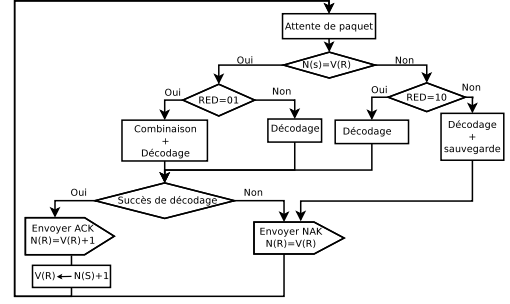


FIG. 2: Automate du protocole H-SP-MP en réception

Suite à l'émission d'un paquet, quatre événements peuvent se produire : bonne/mauvaise réception du paquet, et bonne/mauvaise réception de l'acquittement. On désigne respectivement par bb , bm , mb et mm ces quatre combinaisons (b : bonne, m : mauvaise).

Notons $p(0)$ la probabilité d'échec de décodage d'un paquet au premier round ($m=0$) et $P^{bb}(m)$ la probabilité de succès de décodage avec bonne réception d'acquittement au round m sachant que la transmission a échoué aux rounds 0 à $m-1$. Soit $Q_l^{bb}(m)$ la probabilité de succès de décodage et bonne réception de l'acquittement au round m sachant qu'il y a eu échec de la transmission aux rounds 0 à $m-1$ et succès de décodage de $0 \leq l < L$ paquets au premier round en mode MP (le premier round MP comprend la transmission successive de L paquets de données). Ces probabilités définissent les probabilités de transition entre les états de la chaîne de Markov. Les Figures 3 et 4 détaillent la chaîne de Markov globale pour le protocole hybride H-SP-MP.

Les probabilités de transition déterminent la matrice de transition $\mathbf{P} = (p_{ij})_{1 \leq i, j \leq n}$ ainsi que la loi stationnaire $\mathbf{\Pi} = (\pi_1, \pi_1, \dots, \pi_n)$, qui vérifie :

$$\begin{cases} \mathbf{\Pi} = \mathbf{\Pi P} \\ \sum_{i=1}^n \pi_i = 1. \end{cases} \quad (1)$$

4 Application : calcul du débit utile

Le débit utile moyen η de la transmission est défini comme le rapport du nombre moyen de bits d'information correctement reçus par symbole transmis sur le canal. Pour calculer ce débit, on s'appuie sur un résultat fondamental de la théorie du renouvellement-récompense, qui nous permet d'écrire [9] :

$$\eta = R_o \frac{E[D]}{E[T]}, \quad (2)$$

R_o est le rendement du schéma initial de modulation et codage (MCS), $E[D]$ représente le nombre moyen de paquets correctement décodés, et $E[T]$ désigne le nombre moyen de paquets transmis durant l'intervalle de temps considéré.

Soit d_{ij} le nombre de paquets de données correctement décodés et relatif à la transition d'un état s_i vers un état s_j . Les tableaux 5 et 6 précisent la valeur du paramètre

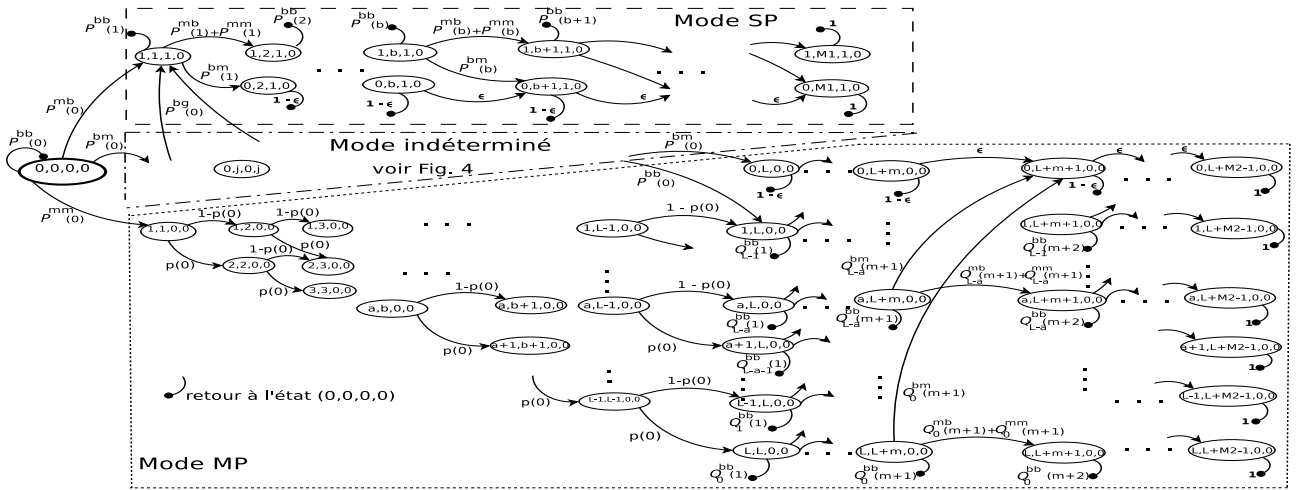


FIG. 3: Chaîne de Markov pour le schéma hybride H-SP-MP

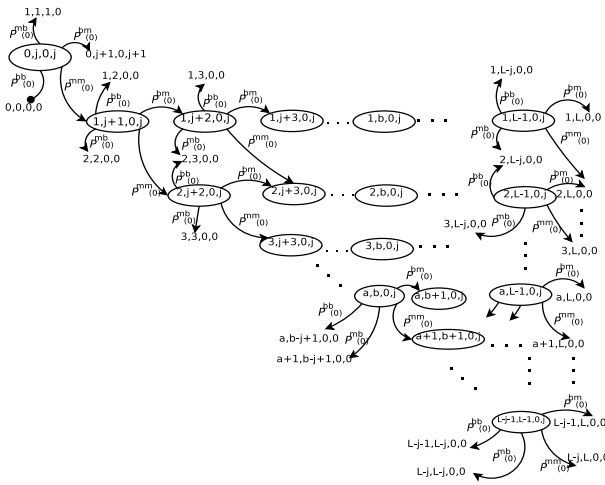


FIG. 4: Complément d'information sur la chaîne de Markov présentée Figure 3

d_{ij} en fonction de la transition considérée. Les quantités $p(M_1)$ et $q_l(M_2)$ seront introduites en Section 5. Le nombre moyen de paquets de données correctement décodés lorsque l'on est dans l'état s_i s'exprime alors comme :

$$d_i = \sum_{j=1}^n p_{ij} d_{ij}, \quad i = 1, 2, n \quad (3)$$

On en déduit le nombre moyen de paquets de données correctement décodés : $E[D] = \Pi(d_1, d_2, \dots, d_n)^T$. Chaque transition correspond à la transmission d'un seul paquet (données ou redondance). Le nombre moyen de paquets transmis vaut donc $E[T] = 1$.

5 Scénario d'application

Afin de valider la méthode d'évaluation des performances mais aussi d'étudier le comportement du protocole hybride, nous prenons l'exemple d'une transmission sur un canal de Rayleigh à évanouissements par blocs, indépendants d'un bloc à l'autre. Le signal relatif au m -ième paquet

	a	b	c	d	d_{ij}
s_i	0	$1 \leq b \leq M_1$	1	0	1
	1	$1 \leq b \leq M_1 - 1$	1	0	1
	1	$b = M_1$	1	0	$1 - p(M_1)/p(M_1 - 1)$
	0	$0 \leq b \leq L - 1$	0	b	$b + 1$
	$a \leq L$	$L \leq b \leq L + M_2 - 2$	0	0	L
	$a \leq L$	$b = L + M_2 - 1$	0	0	$L - aq_l(M_2)$

FIG. 5: Nombre de paquets décodés associé à une transition d'un état s_i vers l'état initial $s_0 = (0, 0, 0, 0)$.

s_i	a	b	c	d	d_{ij}
	$a \leq L - 1$	$1 \leq b \leq L - 2$	0	$1 \leq d \leq L - 2$	d

FIG. 6: Nombre de paquets décodés associé à une transition d'un état s_i vers un état $s_j \neq (0, 0, 0, 0)$

s'écrit : $\mathbf{y}_m = \sqrt{\text{SNR}} h_m \mathbf{x}_m + \mathbf{w}_m$ (4) $\mathbf{x}_m = [x_{m1}, \dots, x_{mN}]^t$ est le paquet de N symboles émis, SNR est le RSB moyen, h_m est l'atténuation du canal et $\mathbf{w}_m = [w_{m1}, \dots, w_{mN}]^t$ est un vecteur de bruit additif blanc gaussien (BABG). Les symboles x_{mi} sont supposés de puissance moyenne unitaire. Les coefficients h_m et w_{mi} sont modélisés par des variables aléatoire gaussiennes complexes, circulaires, indépendantes et identiquement distribuées, de moyenne nulle et variance unitaire.

Pour simplifier l'analyse et permettre l'étude des performances limites des protocoles étudiés, on suppose l'utilisation de codes aléatoires gaussiens. Pour cet ensemble de codes, la probabilité d'erreur de décodage coïncide avec la probabilité de coupure, et peut être calculée analytiquement à partir de l'expression de l'information mutuelle, $\mathcal{I}(m) = \log_2(1 + \text{SNR}|h_m|^2)$, entre l'entrée et la sortie du canal [8]. La probabilité de coupure $P_{\text{out}}(R_o, \text{SNR})$ s'écrit alors [8] :

$$P_{\text{out}}(R_o, \text{SNR}) = \Pr(\mathcal{I}(m) \leq R_o) \quad (5)$$

Considérons les événements \mathcal{E}_m et \mathcal{A}_l définis respectivement comme l'"échec de décodage au round m " et le "succès de décodage de $0 \leq l < L$ paquets de données au premier

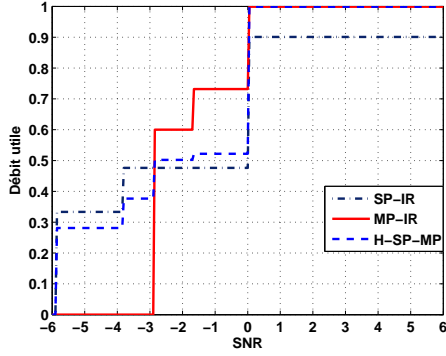


FIG. 7: Débit utile en SP, MP et H-SP-MP pour une transmission sur un canal BABG avec $R_o = 1$ bits/symbole, $M_1 = 2$, $M_2 = 2$, $L = 3$, et $\epsilon = 0.1$

round en mode MP”. Notons $p(m) = \Pr(\mathcal{E}_m, \dots, \mathcal{E}_0)$ la probabilité d’avoir $m + 1$ échecs consécutifs aux rounds 0 à m , et $q_l(m) = \Pr(\mathcal{E}_m, \dots, \mathcal{E}_1, \mathcal{A}_l)$ la probabilité d’avoir m échecs consécutifs de la transmission aux rounds 1 à m et succès de décodage de l paquets de données au premier round MP. L’information mutuelle s’accumule au cours des retransmissions [8]. Les probabilités $p(m)$ et $q_l(m)$ sont alors données par :

$$p(m) = \Pr\{\sum_{j=0}^m \log_2(1 + |h_j|^2 \text{SNR}) \leq R_o\} \quad (6)$$

$$q_l(m) = \Pr\{\sum_{j=1}^{L+m} \log_2(1 + |h_j|^2 \text{SNR}) \leq LR_o, \\ \log_2(1 + |h_i|^2 \text{SNR}) \geq R_o \quad 1 \leq i \leq l, \\ \log_2(1 + |h_i|^2 \text{SNR}) \leq R_o, l < i \leq L\} \quad (7)$$

Ces probabilités sont évaluées par simulation. Le canal de retour est modélisé comme un canal à perte, de probabilité d’effacement ϵ . Les probabilités $P^{xx}(m)$ définies en Section 3 peuvent alors se calculer en fonction de $p(m)$ et ϵ . En supposant $p(-1) = 1$ on a :

$$P^{bb}(m) = (1 - p(m)/p(m-1))(1 - \epsilon) \quad (8a)$$

$$P^{bm}(m) = (1 - p(m)/p(m-1))\epsilon \quad (8b)$$

$$P^{mb}(m) = (p(m)/p(m-1))(1 - \epsilon) \quad (8c)$$

$$P^{mm}(m) = (p(m)/p(m-1))\epsilon \quad (8d)$$

$Q_l^{xx}(m)$ sont exprimées d’une façon similaire en fonction de $q_l(m)$ et ϵ .

Les Figures 7 et 8 montrent le débit utile réalisé en SP-IR, MP-IR et H-SP-MP, sur un canal BABG ainsi que sur un canal à évanouissement par blocs. Les paramètres L , M_1 et M_2 ont été fixés respectivement à 3, 2, et 2. On constate que les résultats obtenus à l’aide de la méthode analytique se superposent parfaitement aux résultats de simulation, ce qui valide l’analyse proposée. On remarque par ailleurs que le protocole hybride réalise un compromis intéressant entre les schémas SP et MP. À faible RSB, ses performances sont proches de celles du protocole SP, et ce d’autant plus que la probabilité de perte d’acquittements est faible. A moyen et fort RSB, les performances du pro-

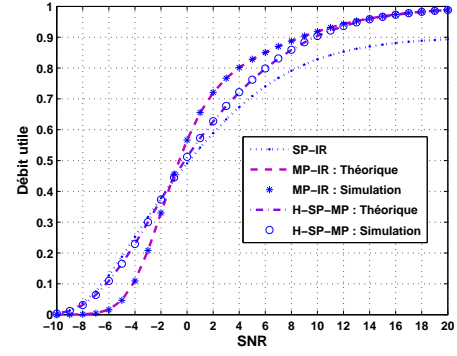


FIG. 8: Débit utile en SP, MP et H-SP-MP pour une transmission sur un canal BABG avec $R_o = 1$ bits/symbole, $M_1 = 2$, $M_2 = 2$, $L = 3$, et $\epsilon = 0.1$

tole hybride s’approchent de celles du MP et surpassent alors le débit offert par les schémas HARQ simple-paquet.

6 Conclusion

Nous nous sommes penchés sur les performances des protocoles HARQ classiques (simple-paquet) et évolués (multi-paquets) en présence d’erreurs sur la voie de retour. Ceci nous a conduit à proposer un protocole hybride qui bénéficie des avantages propres aux deux schémas SP/MP dans ce contexte. Nous avons par ailleurs décrit une méthode analytique pour calculer le débit moyen théorique. Les résultats numériques valident la méthode et démontrent l’intérêt pratique du protocole hybride.

Références

- [1] S. Lin and D. J. Costello, “Error Control Coding: Fundamentals and Applications”, Pearson Prentice Hall, 2004
- [2] S. B. Wicker, “Error control systems for digital communications and storage”, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1995.
- [3] J. Hagenauer. “Rate Compatible Punctured Convolutional codes (RCPC codes) and their Applications”. *IEEE Trans. Commun.*, vol. 36, no 4, pp. 389–400, Apr 1988.
- [4] E. Malkamäki and H. Leib, “Performance of truncated type-II hybrid ARQ schemes with noisy feedback over block fading channels”, *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, no. 9, Sep. 2000.
- [5] C. Hausl, and A. Chindapol, “Hybrid ARQ with cross-packet channel coding”, *IEEE Comm. Letters*, vol. 11, no. 5, pp. 434–436, May 2007.
- [6] R. Zhang, L. Hanzo “Superposition-Coding Aided Multiplexed Hybrid ARQ Scheme for Improved End-to-End Transmission Efficiency”, *IEEE Trans. Veh. Tech.* vol. 58, pp:4681–4686, Oct. 2009.
- [7] M. El Aoun, R. Le Bidan, X. Lagrange, and R. Pyn-diah, “Multiple-Packet versus Single-Packet Incremental Redundancy Strategies for Type-II Hybrid ARQ”, *International Symposium on Turbo Codes and Iterative Information Processing*, pp: 226–230, Sep. 2010.
- [8] G. Caire, and D. Tuninetti, “The throughput of hybrid-ARQ protocols for the Gaussian collision channel”, *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 47, no. 5, pp. 1971–1988, July 2001.
- [9] R. Wolff, “Stochastic Modeling and the Theory of Queues”. Prentice-Hall, 1989.