# Fonctionnement et performance des récepteurs Alamouti linéaires au sens large pour la réception de constellations réelles en contexte multi-utilisateur – Analyse du concept SAIC/MAIC Alamouti

Florian DUPUY<sup>1,2</sup>, Pascal CHEVALIER<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Thales Communication EDS/SPM – 160 Bd de Valmy - BP 82 - 92704 Colombes Cedex (France)
<sup>2</sup>Université Paris-Est – 5, Bd Descartes, Champs-sur-Marne - 77454 Marne-la-Vallée Cedex 2 (France)
<sup>3</sup>CNAM, Laboratoire CEDRIC – 292 rue St Martin, 75141 Paris Cedex 3 (France)
florian.dupuy@univ-mlv.fr, pascal.chevalier@cnam.fr

**Résumé** – Plusieurs techniques d'annulation d'interférences (Interference Cancellation - IC) ont été développées ces dix dernières années pour permettre aux réseaux sans fils d'atténuer les effets des interférences internes au réseau, lorsque chaque utilisateur est équipé de plusieurs antennes et utilise des codes spatio-temporels en blocs en émission. Cependant, ces techniques d'IC nécessitent toutes plusieurs antennes en réception, ce qui reste un point bloquant au niveau du terminal mobile pour des raisons de coût et de dimensions. Dans ce contexte, un récepteur capable d'effectuer de l'IC à partir d'une ou plusieurs antennes (Single/Multiple Antenna IC - SAIC/MAIC) a été récemment présenté pour des utilisateurs utilisant des constellations réelles (telles les constellations ASK) et le code d'Alamouti en transmission. Le but de cet article est de souligner l'intérêt de ce récepteur dans le contexte multi-utilisateur par une analyse de son mécanisme et une étude de ses performances en termes de SINR (Signal to Interference plus Noise Ratio) et SER (Symbol Error Rate).

Abstract – Several Interference Cancellation (IC) schemes have been developed during this last decade for wireless networks to mitigate the effect of intra-network interferences, when each user is equipped with multiple antennas and employs Space Time Block Code (STBC) at transmission. However, these IC techniques all require multiple antennas at reception, which remains a challenge at the handset level due to cost and size limitations. In this context, a receiver able to perform Single and Multiple Antenna IC (SAIC/MAIC) for users using real-valued constellations (such as ASK constellations) and Alamouti scheme at transmission has been introduced very recently. The purpose of this paper is to highlight its great interest in multiuser context by analyzing its mechanism and deriving its performance in terms of Signal to Interference plus Noise Ratio (SINR) and Symbol Error Rate (SER).

### **1** Introduction

Le récepteur Alamouti MMSE linéaire au sens large (LSL) robuste aux interférences, récemment introduit dans [1, 2] pour des constellations réelles, permet de séparer jusqu'à P + 1 = 2N utilisateurs à partir de N antennes en réception [1], contre au mieux N utilisateurs auparavant. Ainsi il permet, contrairement aux récepteurs antérieurs, d'effectuer de la réjection d'interférence à l'aide d'une seule antenne en réception (Single Antenna Interference Cancellation - SAIC) et étend en ce sens aux codes spatio-temporels en bloc orthogonaux le concepts de SAIC/MAIC développé pour les systèmes SISO/SIMO dans [3, 4]. Cet article donne un nouvel éclairage au récepteur MMSE LSL introduit dans [1, 2], en donnant dans un premier temps une interprétation géométrique de son fonctionnement avant d'analyser dans un second temps ses performances en terme de SINR et SER.

# 2 Hypothèses et modèles

**Hypothèses** On considère un système de radiocommunication, avec M = 2 antennes d'émission et N antennes de réception, utilisant une constellation réelle et le code d'Alamouti [5]. On suppose soit une forme d'onde monoporteuse et des canaux non sélectifs en fréquence, soit, de manière équivalente, une forme d'onde OFDM et des canaux sélectifs en fréquence, en raisonnant alors sous-porteuse par sous-porteuse grâce à la transformée de Fourier discrète. On suppose de plus les canaux invariants sur au moins deux temps symboles successifs (2n-1)T et 2nT, où T est la période symbole. En notant  $\mathbf{x}_1$  et  $\mathbf{x}_2$  les vecteurs d'observation, de taille  $N \times 1$ , aux temps symboles (2n-1)T et 2nT respectivement, on peut alors écrire

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{1}(n) = \mu_{1}a_{2n-1}\mathbf{h}_{1} + \mu_{2}a_{2n}\mathbf{h}_{2} + \mathbf{b}_{1}(n) \\ \mathbf{x}_{2}(n) = -\mu_{1}a_{2n}\mathbf{h}_{1} + \mu_{2}a_{2n-1}\mathbf{h}_{2} + \mathbf{b}_{2}(n) \end{cases}$$
(1)

où : les  $a_n$  sont des variables aléatoires réelles i.i.d correspondant aux symboles émis, les  $\mu_{i\,(i=1,2)}$  sont des réels contrôlant la puissance des deux signaux émis, les  $\mathbf{h}_{i\,(i=1,2)}$ , tels que  $\mathbb{E}[\mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_i] = N$ , sont les canaux de propagation normalisés entre l'antenne *i* d'émission et le réseau d'antennes de réception,  $\mathbf{A}^H$ étant le transconjugué de  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{b}_1(n)$  et  $\mathbf{b}_2(n)$  sont les vecteurs de bruit total échantillonnés aux temps (2n-1)T et 2nT respectivement.

Tout au long de cet article on note  $\mathbf{R}_{\mathbf{v}}$  et  $\mathbf{C}_{\mathbf{v}}$  les matrices de corrélation définies par  $\mathbf{R}_{\mathbf{v}} = \mathbb{E}_{c}[\mathbf{v}\mathbf{v}^{H}]$ ,  $\mathbf{C}_{\mathbf{v}} = \mathbb{E}_{c}[\mathbf{v}\mathbf{v}^{T}]$ , où  $\mathbb{E}_{c}(\cdot)$  est l'espérance conditionnelle aux vecteurs canaux des sources, et où l'on note  $^{T}$  la transposée. Par ailleurs, la dépendance en n des variables est parfois omise afin de ne pas surcharger inutilement les notations.

**Modèles d'observation** On rappelle dans un premier temps le modèle d'observation usuel. La plupart des récepteurs Alamouti utilisent les informations contenues dans le vecteur  $\overline{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^H]^T$  (voir par exemple [5, 6]). On peut alors écrire le système d'observation (1) sous la forme

$$\overline{\mathbf{x}}(n) = \sqrt{\pi_s/\pi_a(a_{2n-1}\mathbf{g}_1 + a_{2n}\mathbf{g}_2)} + \overline{\mathbf{b}}(n), \qquad (2)$$

où  $\pi_s = \pi_a(\mu_1^2 + \mu_2^2)/2$ , avec  $\pi_a = \mathbb{E}[|a_n|^2]$ , est la puissance moyenne de chaque symbole par antenne de réception,  $\overline{\mathbf{b}} = [\mathbf{b}_1^T, \mathbf{b}_2^H]^T$ ,  $\mathbf{g}_1 = \sqrt{\pi_a/\pi_s}[\mu_1\mathbf{h}_1^T, \mu_2\mathbf{h}_2^H]^T$  et  $\mathbf{g}_2 = \sqrt{\pi_a/\pi_s}$  $[\mu_2\mathbf{h}_2^T, -\mu_1\mathbf{h}_1^H]^T$ .

On rappelle désormais le modèle d'observation étendu [1] décrit par le vecteur de taille  $4N \times 1$   $\tilde{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}^T, \mathbf{x}^H]^T$ . En notant  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T]^T$ ,  $\mathbf{b} = [\mathbf{b}_1^T, \mathbf{b}_2^T]^T$ ,  $\mathbf{f}_1 = \sqrt{\pi_a/\pi_s}[\mu_1\mathbf{h}_1^T, \mu_2\mathbf{h}_2^T]^T$  et  $\mathbf{f}_2 = \sqrt{\pi_a/\pi_s}[\mu_2\mathbf{h}_2^T, -\mu_1\mathbf{h}_1^T]^T$ , le système d'observation (1) s'écrit

$$\tilde{\mathbf{x}}(n) = \sqrt{\pi_s/\pi_a} (a_{2n-1}\tilde{\mathbf{f}}_1 + a_{2n}\tilde{\mathbf{f}}_2) + \tilde{\mathbf{b}}(n).$$
(3)

Le modèle d'observation (2) (resp. (3)) est équivalent à la réception de deux sources décorrélées  $(a_{2n} \text{ et } a_{2n-1})$  aux temps 2nTpar un réseau virtuel de  $N_e = 2N$  (resp.  $N_e = 4N$ ) antennes, les deux sources en question étant associées aux vecteurs canaux virtuels  $\mathbf{g}_1$  et  $\mathbf{g}_2$  (resp.  $\mathbf{\tilde{f}}_1$  et  $\mathbf{\tilde{f}}_2$ ) linéairement indépendants et orthogonaux.

Modèle de bruit total On suppose que le bruit total est composé de P interférences internes et de bruit de fond circulaire blanc Gaussien de variance  $\sigma^2$ . On note  $e_{i,n}$  les variables aléatoires réelles i.i.d correspondant aux symboles émis par l'interféreur i,  $\mu_{2i+1}\mathbf{h}_{2i+1}$  (resp.  $\mu_{2i+2}\mathbf{h}_{2i+2}$ ) le canal de propagation entre l'antenne 1 (resp. 2) de l'interférence i et le réseau d'antennes de réception, défini pareillement à  $\mu_1\mathbf{h}_1$  (resp.  $\mu_2\mathbf{h}_2$ ), et  $\pi_i = \pi_a(\mu_{2i+1}^2 + \mu_{2i+2}^2)/2$  la puissance moyenne de chaque symbole interférent par antenne de réception. On définit alors de manière similaire à  $\mathbf{g}_1$ ,  $\mathbf{g}_2$ ,  $\mathbf{f}_1$  et  $\mathbf{f}_2$  les vecteurs  $\mathbf{g}_{2i+1}$ ,  $\mathbf{g}_{2i+2}$ ,  $\mathbf{f}_{2i+1}$  et  $\mathbf{f}_{2i+2}$  respectivement. Le bruit total  $\mathbf{b}(n)$ (resp.  $\mathbf{b}(n)$ ) peut alors s'écrire, avec  $\mathbf{b}_{BG}(n)$  (resp.  $\mathbf{b}_{BG}(n)$ ) le vecteur correspondant au bruit de fond qu'on suppose circulaire blanc Gaussien,

$$\overline{\mathbf{b}}(n) = \sum_{i=1}^{P} \sqrt{\frac{\pi_i}{\pi_a}} (e_{i,2n-1} \mathbf{g}_{2i+1} + e_{i,2n} \mathbf{g}_{2i+2}) + \overline{\mathbf{b}}_{BG}(n) \quad (4)$$
$$\widetilde{\mathbf{b}}(n) = \sum_{i=1}^{P} \sqrt{\frac{\pi_i}{\pi_a}} (e_{i,2n-1} \tilde{\mathbf{f}}_{2i+1} + e_{i,2n} \tilde{\mathbf{f}}_{2i+2}) + \tilde{\mathbf{b}}_{BG}(n). \quad (5)$$

**Filtrage LSL** On appelle filtrage partially LSL (resp. fully LSL) de l'observation spatio-temporelle  $\mathbf{x}(n)$  le filtrage linéaire de  $\overline{\mathbf{x}}(n)$  (resp. de  $\tilde{\mathbf{x}}(n)$ ).

**Récepteurs considérés** Le récepteur Alamouti MMSE LSL introduit dans [1], dit fully MMSE LSL, implémente un filtrage MMSE fully LSL suivi d'une décision ML (Maximum Likelihood). Le récepteur usuel [6], dit partially MMSE LSL, est quant à lui basé sur un filtre MMSE partially LSL. La sortie du partially MMSE LSL (resp. du fully MMSE LSL) pour l'estimation du symbole  $a_{2n-1}$  s'écrit [1] :  $\bar{z}_1(n) = \text{Re}\{\bar{\mathbf{w}}_1^{\text{H}}\bar{\mathbf{x}}(n)\}$ (resp.  $\tilde{z}_1(n) = \text{Re}\{\tilde{\mathbf{w}}_1^{\text{H}}\tilde{\mathbf{x}}(n)\}$ ), avec  $\bar{\mathbf{w}}_1 = \sqrt{\pi_a \pi_s} \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{g}_1$ et  $\tilde{\mathbf{w}}_1 = \sqrt{\pi_a \pi_s} \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}}^{-1} \mathbf{f}_1$ . Pour référence, on considère également le récepteur Alamouti conventionnel. Il correspond aux filtres fully et partially MMSE LSL dans le cas P = 0. La sortie de ce récepteur est donnée par  $z_1 = \text{Re}\{\mathbf{w}_{conv,1}^H \mathbf{x}\}$ , où  $\mathbf{w}_{conv,1} = \sqrt{\pi_a \pi_s} \mathbf{f}_1$ .

Dans le cas d'interférences internes, le fully MMSE LSL correspond au récepteur ML [1] :  $\tilde{\mathbf{w}}_1 = k \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1} \tilde{\mathbf{f}}_1$ , avec  $k \in \mathbb{R}$ . On peut également montrer que  $\tilde{\mathbf{w}}_1$  s'écrit alors sous la forme  $[\mathbf{w}_1^T, \mathbf{w}_1^H]^T$ , d'où :  $\tilde{z}_1(n) = 2 \operatorname{Re} \{ \mathbf{w}_1^H \mathbf{x}(n) \}$ . De manière similaire on démontre la colinéarité entre le filtre partially MMSE LSL  $\overline{\mathbf{w}}_1$  et  $\mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1} \mathbf{g}_1$ .

On a bien entendu des expressions similaires en sortie des récepteurs pour l'estimation du symbole  $a_{2n}$ .

**Capacité de réjection des interférences** Comme mentionné plus haut, les modèles d'observation présentés, et par conséquent les filtres qui en résultent, sont associés à des réseaux virtuels de  $N_e$  antennes. Le nombre de degrés de liberté disponibles pour rejeter les interférences est alors de  $N_e - 2$ : un degré de liberté est utilisé pour conserver le premier symbole utile, un autre degré de liberté est utilisé pour rejeter le second symbole utile, qui est une interference pour le premier. Par ailleurs, chaque interférence interne engendre deux symboles interférents, que ce soit dans  $\overline{\mathbf{b}}$  ou  $\mathbf{\hat{b}}$ , d'où un nombre maximum d'interférences internes annulées de P = N - 1 pour le partially MMSE LSL et de P = 2N - 1 pour le fully MMSE LSL. Le récepteur fully MMSE LSL permet donc d'effectuer du SAIC, ce que met en évidence [1].

## 3 Analyse du mécanisme des récepteurs

Afin d'étudier plus aisément les structures des récepteurs, on suppose P = 1 (une seule interférence interne). Le concept SAIC a été interprété géométriquement dans le cas SISO [4] : le récepteur met en œuvre un filtrage LSL optimal qui revient à une rotation des constellations, plaçant l'interférence sur la voie Q, suivie d'une projection sur l'axe réel. On étend dans ce paragraphe cette interprétation géométrique au concept SAIC Alamouti, grâce à une étude de la robustesse aux interférences des récepteurs fully MMSE LSL et Alamouti conventionnel.

Robustesse aux interférences du récepteur fully MMSE LSL On prouve dans ce paragraphe que le fully MMSE LSL annule convenablement les interférences lors de l'estimation du symbole  $a_{2n-1}$ , pour un fort INR (Interference to Noise Ratio). Pour cela, on peut montrer que  $w_1$  s'écrit

$$\mathbf{w}_{1} = \frac{k}{\sigma^{2}} \left( \mathbf{f}_{1} - \frac{2\varepsilon_{1}}{1 + 2\varepsilon_{1}} \left( \frac{\tilde{\mathbf{f}}_{3}^{H}\tilde{\mathbf{f}}_{1}}{\|\tilde{\mathbf{f}}_{3}\|^{2}} \mathbf{f}_{3} + \frac{\tilde{\mathbf{f}}_{4}^{H}\tilde{\mathbf{f}}_{1}}{\|\tilde{\mathbf{f}}_{4}\|^{2}} \mathbf{f}_{4} \right) \right), \quad (6)$$

où  $\varepsilon_1 = \|\mathbf{f}_3\|^2 \pi_1 / \sigma^2$ . Cette expression est obtenue en appliquant le lemme d'inversion matricielle sur  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1}$ .

On s'intéresse tout d'abord au cas dégénéré où  $\mathbf{f}_1$  appartient à l'hyperplan formé par  $\tilde{\mathbf{f}}_3$  et  $\tilde{\mathbf{f}}_4$ , qui correspond à l'absence de discrimination spatio-temporelle et de discrimination en phase entre le signal utile et l'interférence. On a alors  $\cos^2 \tilde{\gamma} = 1$ , en notant  $\tilde{\gamma}$  l'angle entre  $\tilde{\mathbf{f}}_1$  et l'hyperplan formé par  $\tilde{\mathbf{f}}_3$  et  $\tilde{\mathbf{f}}_4$ . L'équation (6) devient alors  $\mathbf{w}_1 = \frac{k}{\sigma^2} \frac{\mathbf{f}_1}{1+2\varepsilon_1}$ ; le récepteur fully MMSE LSL dégénère en un récepteur Alamouti conventionnel, dont la robustesse est étudiée par la suite.

Dans ce qui suit on suppose  $\cos^2 \tilde{\gamma} < 1$ . On établit tout d'abord la contribution du signal utile à  $\tilde{z}_1 = \tilde{\mathbf{w}}_1^H \tilde{\mathbf{x}}$ :

$$\tilde{\mathbf{w}}_1^H \tilde{\mathbf{f}}_1 = \frac{k}{\sigma^2} \|\mathbf{f}_1\|^2 \left( \sin^2 \tilde{\gamma} + \frac{\cos^2 \tilde{\gamma}}{1 + 2\varepsilon_1} \right).$$

Pour  $\varepsilon_1 \gg 1$ , on a alors  $\tilde{\mathbf{w}}_1^H \tilde{\mathbf{f}}_1 \simeq \frac{k}{\sigma^2} \|\mathbf{f}_1\|^2 \sin^2 \tilde{\gamma} \ (\neq 0)$ . On s'intéresse désormais à la contribution des signaux interférents

à  $y_1 = \mathbf{w}_1^H \mathbf{x}$ . Pour rappel, la sortie du récepteur fully MMSE LSL est donnée par  $\tilde{z}_1 = 2 \operatorname{Re}\{y_1\}$ . On peut alors montrer que

$$\begin{cases} \mathbf{w}_1^H \mathbf{f}_2 = \frac{k}{\sigma^2} \beta_2 \mathbf{i}, \\ \mathbf{w}_1^H \mathbf{f}_3 = \frac{k}{\sigma^2} (\alpha_3 + \mathbf{i}\beta_3), \\ \mathbf{w}_1^H \mathbf{f}_4 = \frac{k}{\sigma^2} (\alpha_4 + \mathbf{i}\beta_4), \end{cases}$$

avec  $\beta_2 = \operatorname{Im} \{ \frac{2\pi_a \mu_1 \mu_2}{\pi_s} \mathbf{h}_1^H \mathbf{h}_2 - \frac{2\varepsilon_1}{1+2\varepsilon_1} \frac{\mathbf{f}_1^T \mathbf{f}_1^* \mathbf{f}_3^H \mathbf{f}_2}{\|\mathbf{f}_3\|^2} \}, \alpha_3 = \frac{\operatorname{Re}\{\mathbf{f}_3^H \mathbf{f}_1\}}{1+2\varepsilon_1} \beta_3 = \operatorname{Im} \{ \mathbf{f}_1^H \mathbf{f}_3 - \frac{\pi_a \mu_3 \mu_4}{\sigma^2} \frac{4\operatorname{Re}\{\mathbf{f}_4^H \mathbf{f}_1\}}{1+2\varepsilon_1} \mathbf{h}_4^H \mathbf{h}_3 \}, \alpha_4 = \frac{\operatorname{Re}\{\mathbf{f}_4^H \mathbf{f}_1\}}{1+2\varepsilon_1}, \beta_4 = \operatorname{Im} \{ \mathbf{f}_1^H \mathbf{f}_4 - \frac{\pi_a \mu_3 \mu_4}{\sigma^2} \frac{4\operatorname{Re}\{\mathbf{f}_3^H \mathbf{f}_1\}}{1+2\varepsilon_1} \mathbf{h}_3^H \mathbf{h}_4 \}.$  La contribution induite par  $a_{2n}$  dans  $\mathbf{y}_1$  est purement imaginaire. De plus, pour  $\cos^2 \tilde{\gamma} < 1$  et  $\varepsilon_1 \gg 1$ ,  $\mathbf{w}_1^H \mathbf{f}_2$  et  $\mathbf{w}_1^H \mathbf{f}_2$  ont une partie réelle négligeable par rapport à leur partie imaginaire. La contribution de l'ensemble des signaux interférents est donc annulée par la projection sur l'axe réel qui s'ensuit. Par conséquent, le récepteur annule convenablement les interférences à fort INR.

**Robustesse aux interférences du récepteur Alamouti conventionnel** Le récepteur Alamouti conventionnel ne traite pas le signal induit par l'utilisateur interférent. En effet, comme  $\mathbf{w}_{conv,1} = \sqrt{\pi_a \pi_s} \mathbf{f}_1$ , ce récepteur ne fait qu'annuler l'interférence induite par  $a_{2n}$  ( $\mathbf{f}_1^H \mathbf{f}_2$  est imaginaire pur) et compenser la phase du signal utile ( $\mathbf{f}_1^H \mathbf{f}_1$  est réel pur).

Interprétation géométrique On représente en fig. 1, pour N = 1, un INR de 20 dB et un SNR (Signal to Noise Ratio) de 0 dB, les constellations utile et interférentes dans le cas de l'estimation de  $a_{2n-1}$  par le récepteur Alamouti conventionnel et par le fully MMSE LSL. Le récepteur Alamouti conventionnel annule uniquement l'interférence liée au symbole  $a_{2n}$ ; les interférences induites par l'utilisateur interférent ne sont pas traitées. On peut interpréter ce filtre comme une simple rotation qui place l'interférence induite par  $a_{2n}$  sur la voie Q. Le fully MMSE LSL annule quant à lui l'interférence liée au symbole  $a_{2n}$  ainsi que les interférences induites par l'autre utilisateur, en exploitant à la fois la nature réelle de la constellation et la structure Alamouti des signaux. Le nombre de degrés de liberté du fully MMSE LSL correspond aux phases et modules de  $\mathbf{w}_{11}$  et  $\mathbf{w}_{12}$ , où  $\mathbf{w}_{11}$  et  $\mathbf{w}_{12}$  sont les vecteurs  $N \times 1$  tels que  $\mathbf{w}_1 = [\mathbf{w}_{11}^T, \mathbf{w}_{12}^T]^T$ . Un degré de liberté est utilisé pour conserver le signal utile, les 4N - 1 = 3 restants pour annuler les trois interférences  $a_{2n}$ ,  $e_{2n-1}$  et  $e_{2n}$ . Ces trois degrés de liberté peuvent être interprétés comme deux rotations et une homothétie.

#### 4 Performances en terme de SINR

On calcule analytiquement dans cette section les SINR en sortie du récepteur partially MMSE LSL et en sortie du récepteur fully MMSE LSL afin de les comparer. On utilise le modèle de bruit total donné par (4) et (5) avec P = 1.

**Récepteur partially MMSE LSL** En utilisant la colinéarité de  $\overline{w}_1$  et  $\mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1}\mathbf{g}_1$  mentionnée plus haut puis en calculant  $\mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1}$  et  $\mathbf{C}_{\overline{\mathbf{b}}}$  on obtient le SINR suivant :

$$S\overline{IN}R = \frac{2\varepsilon_s (1 - \frac{\varepsilon_1}{1+\varepsilon_1}\cos^2\overline{\gamma}_1)^2}{1 - \frac{\varepsilon_1}{1+\varepsilon_1}\cos^2\overline{\gamma}_1 + \frac{\varepsilon_1}{(1+\varepsilon_1)^2}Re\{\alpha_{13}^2 + \alpha_{14}^2\}},$$
 (7)

où  $\varepsilon_1 = \|\mathbf{f}_3\|^2 \pi_1 / \sigma^2$  est le ratio entre la puissance en réception de l'interférence 1 et la puissance du bruit de fond,  $\varepsilon_s =$ 



(b) Fully MMSE LSL

FIGURE 1 - Variation des constellations au sein des récepteurs

 $\|\mathbf{f}_1\|^2 \pi_s / \sigma^2$  le ratio entre la puissance en réception du signal et la puissance du bruit de fond,  $\alpha_{13} = \mathbf{g}_1^H \mathbf{g}_3 / (\|\mathbf{g}_1\| \| \mathbf{g}_3\|)$ ,  $\alpha_{14} = \mathbf{g}_1^H \mathbf{g}_4 / (\|\mathbf{g}_1\| \| \| \mathbf{g}_4\|)$  et  $\overline{\gamma}_1$  l'angle entre le vecteur  $\mathbf{g}_1$  et le plan formé par les vecteurs  $\mathbf{g}_3$  et  $\mathbf{g}_4 (\cos^2 \overline{\gamma}_1 = |\alpha_{13}|^2 + |\alpha_{14}|^2)$ . En présence d'une interférence forte ( $\varepsilon_1 \gg 1$ ), le SINR peut être approximé de la façon suivante :

$$S\overline{INR} \simeq 2\varepsilon_s (1 - \cos^2 \overline{\gamma}_1).$$
 (8)

On obtient une approximation similaire dans le cas de 1 < P < N interférences fortes. L'angle  $\overline{\gamma}_1$  est alors défini comme l'angle entre  $\mathbf{g}_1$  et l'hyperplan formé par l'ensemble des vecteurs interférents  $\mathbf{g}_3, \mathbf{g}_4, \dots, \mathbf{g}_{2P+1}, \mathbf{g}_{2P+2}$ .

**Récepteur fully MMSE LSL** De manière similaire, en utilisant la colinéarité de  $\tilde{w}_1$  et  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1} \tilde{f}_1$  puis en déterminant  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1}$ , on obtient le SINR suivant :

$$\operatorname{SI\tilde{N}R} = 2\varepsilon_s \left( 1 - \frac{2\varepsilon_1}{1 + 2\varepsilon_1} \cos^2 \tilde{\gamma}_1 \right)$$
(9)

où  $\tilde{\gamma}_1$  est l'angle entre le vecteur  $\tilde{\mathbf{f}}_1$  et le plan formé par les vecteurs  $\tilde{\mathbf{f}}_3$  et  $\tilde{\mathbf{f}}_4$ . Si l'on suppose une interférence forte ( $\varepsilon_1 \gg 1$ ) le SINR peut s'écrire

$$SI\tilde{N}R \simeq 2\varepsilon_s (1 - \cos^2 \tilde{\gamma}_1) \tag{10}$$

On obtient la même approximation dans le cas de 1 < P < 2Ninterférences fortes mais en prenant  $\tilde{\gamma}_1$  l'angle entre  $\tilde{\mathbf{f}}_1$  et l'hyperplan formé par l'ensemble des vecteurs interférents  $\tilde{\mathbf{f}}_3, \tilde{\mathbf{f}}_4, \ldots, \tilde{\mathbf{f}}_{2P+1}, \tilde{\mathbf{f}}_{2P+2}$ .

**Comparaison des SINR** On compare les deux SINRs obtenus pour une interférence forte  $(P = 1 \text{ et } \varepsilon_1 \gg 1)$ . Il suffit de remarquer que  $\cos^2 \tilde{\gamma}_1 = \operatorname{Re}\{\alpha_{13}\}^2 + \operatorname{Re}\{\alpha_{14}\}^2 \leq |\alpha_{13}|^2 + |\alpha_{14}|^2 = \cos^2 \overline{\gamma}_1$ . Grâce à (8), (10), on a donc prouvé que SIÑR  $\geq$  SIÑR. Cette inégalité s'étend également au cas de P > 1 interférences. Le fully MMSE LSL prend en compte les phases de  $\mathbf{g}_1^H \mathbf{g}_3$  et  $\mathbf{g}_1^H \mathbf{g}_4$ , contrairement au partially MMSE LSL, ce qui permet au fully MMSE LSL d'avoir un SINR plus élevé que le partially MMSE LSL.



FIGURE 2 – Comparaison des SINRs pour N = 1

TABLE 1 – Expressions des SNR, INR<sub>i</sub> et  $\mathbf{u}_i$ 

	partially MMSE LSL	fully MMSE LSL
SNR	$\frac{2\pi_s(\mathbf{g}_1^H\mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1}\mathbf{g}_1)^2}{\sigma^2\mathbf{g}_1^H\mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-2}\mathbf{g}_1}$	$\frac{\pi_s(\tilde{\mathbf{f}}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1} \tilde{\mathbf{f}}_1)^2}{\sigma^2 \tilde{\mathbf{f}}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-2} \tilde{\mathbf{f}}_1}$
$INR_i$	$\frac{2\pi_i \ \operatorname{Re}\{\tilde{\mathbf{f}}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1} \mathbf{G}_i\}\ ^2}{\sigma^2 \mathbf{g}_1^H \mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-2} \mathbf{g}_1}$	$\frac{\pi_i \ \tilde{\mathbf{f}}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1} \tilde{\mathbf{F}}_i\ ^2}{\sigma^2 \tilde{\mathbf{f}}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-2} \tilde{\mathbf{f}}_1}$
$\mathbf{u}_i^H$	$\frac{\operatorname{Re}\{\mathbf{g}_{1}^{H}\mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1}\mathbf{G}_{i}\}}{\ \operatorname{Re}\{\mathbf{g}_{1}^{H}\mathbf{R}_{\overline{\mathbf{b}}}^{-1}\mathbf{G}_{i}\}\ }$	$\frac{\tilde{\mathbf{f}}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1} \tilde{\mathbf{F}}_i}{\ \tilde{\mathbf{f}}_1^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{b}}}^{-1} \tilde{\mathbf{F}}_i\ }$

**Simulation** On représente en fig. 2 les SINR en sortie des deux récepteurs, en fonction de l'angle  $\varphi_1 = \arg(\mathbf{h}_1)$ , dans le cas N = 1 avec un SNR de 13dB et un INR de 30dB et avec  $\mathbf{h}_2, \mathbf{h}_3, \mathbf{h}_4$  et  $|\mathbf{h}_1|$  fixés. Les deux SINRs varient en fonction de l'alignement de  $\mathbf{h}_1$  avec les canaux virtuels interférents  $\mathbf{h}_3$  et  $\mathbf{h}_4$ . On observe une différence d'environ 20 dB entre les deux SINRs, confirmant l'inégalité établie SIÑR > SINR.

Il faut noter que pour N = 1 on a  $\cos^2 \overline{\gamma}_1 = 1$  et (7) devient alors  $\overline{SINR} = 2\varepsilon_s/(1+2\varepsilon_1\cos^2 \tilde{\gamma}_1)$ . Néanmoins, en comparant cette expression à (9), on remarque qu'on a toujours  $\overline{SINR} \leq SINR$  quelque soit  $\varepsilon_1$ .

## 5 Performances en terme de SER

**Calcul des SERs** On considère une constellation ASK à 2L états  $\mathcal{A} = \{\pm 1, \pm 3, ..., \pm (2L-1)\}$ . En supposant les symboles interférents et utiles équiprobables, on obtient la formulation générale suivante pour les SERs :

$$\operatorname{SER} = k_L \sum_{\substack{e_{1,1}, e_{1,2}, \dots, \\ e_{P,1}, e_{P,2} \in \mathcal{A}}} Q\left(\frac{\sqrt{\operatorname{SNR}}}{\sqrt{\pi_a}} + \sum_{i=1}^{P} \mathbf{u}_i^H \mathbf{e}_i \frac{\sqrt{\operatorname{INR}_i}}{\sqrt{\pi_a}}\right) (11)$$

où  $\mathbf{e}_i = [e_{i,1}, e_{i,2}]^T$  correspond au signal de l'interférence i,  $Q(u) = (\int_u^{+\infty} e^{-v^2/2} dv)/\sqrt{2\pi}$ ,  $k_l = 2(2L-1)/(2L)^{2P+1}$ , où le SNR est calculé en sortie du récepteur, où INR<sub>i</sub> est l'INR induit par l'interférence i en sortie du récepteur et  $\mathbf{u}_i$  est le vecteur unité correspondant à l'interférence i en sortie du récepteur. Le SNR, les INR<sub>i</sub> et les  $\mathbf{u}_i$  sont définis dans la table 1, dans laquelle on note Re{ $\mathbf{v}$ } le vecteur dont les composantes sont les parties réelles des composantes du vecteur  $\mathbf{v}$ . L'expression (11) étend l'expression du SER pour une interférence BPSK établie par [4].

**Simulations** On représente en fig. 3 les SER théoriques et obtenus en simulation en sortie des deux récepteurs en fonction de



FIGURE 3 – Comparaison des SERs pour N = 1, 2

 $\pi_s/\sigma^2$ , pour N = 1 et N = 2 dans le cas d'une constellation ASK à 4 états. Le SIR (rapport signal à interférence) est fixé à -10dB. On utilise  $10^5$  bursts de 56 blocs de 2 symboles dans les simulations. Les simulations illustrent la capacité de traitement des interférences du fully MMSE LSL, notamment sa capacité à effectuer du SAIC, et montrent sa supériorité sur le récepteur usuel de la littérature, aussi bien pour N = 1 que pour N > 1.

# 6 Conclusion

Le fonctionnement simple du récepteur fully MMSE LSL a été mis en valeur grâce à une interprétation géométrique et son intérêt justifié par sa comparaison en termes de SINR et SER par rapport aux récepteurs de l'état de l'art. Ce récepteur ouvre de nouvelles perspectives pour la 4G et les réseaux ad hoc militaires par sa capacité à effectuer du SAIC/MAIC et donc à densifier le réseau. Il fait l'objet d'une étude plus détaillée dans [2].

# Références

- P. Chevalier and F. Dupuy, "Single and multiple antennas Alamouti receivers for the reception of real-valued signals corrupted by interferences," in *Proc. Asilomar Conference*, nov 2009.
- [2] —, "Widely linear Alamouti receivers for the reception of realvalued constellations corrupted by interferences – the Alamouti SAIC/MAIC concept," *IEEE Trans. Signal Processing*, jui 2011.
- [3] H. Trigui and D. Slock, "Performance bounds for cochannel interference cancellation within the current GSM standard," *Signal processing*, vol. 80, no. 7, pp. 1335–1346, 2000.
- [4] P. Chevalier and F. Pipon, "New insights into optimal widely linear array receivers for the demodulation of BPSK, MSK, and GMSK signals corrupted by noncircular interferences-application to SAIC," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 54, no. 3, pp. 870– 883, 2006.
- [5] S. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 16, no. 8, pp. 1451–1458, 1998.
- [6] A. Naguib, N. Seshadri, and A. Calderbank, "Applications of space-time block codes and interference suppression for high capacity and high data rate wireless systems," in *Proc. Asilomar Conference*, nov 1998, pp. 1803–1810.