

Expression générale du précodeur Neighbor- d_{\min} pour le système MIMO utilisant la modulation MAQ rectangulaire

Quoc-Tuong NGO , Olivier BERDER , Pascal SCALART

Équipe CAIRN IRISA

6 rue de Kérampont 22300 Lannion, France

qngo@irisa.fr, olivier.berder@irisa.fr, pascal.scalart@enssat.fr

Résumé – Si grâce à des voies retour l'état du canal (CSI) est disponible à l'émission, la technique de précodage linéaire permet d'améliorer significativement les performances des systèmes Multiple Input Multiple Output (MIMO). Le précodeur basé sur la maximisation de la distance euclidienne minimale entre les symboles de la constellation reçue réalise une amélioration significative du taux d'erreur binaire (TEB) en particulier si une détection à maximum de vraisemblance (MV) est considérée au récepteur. Dans cet article, nous proposons une nouvelle version de ce précodeur optimisant la distance minimale, nommé Neighbor- d_{\min} , valable pour toutes les modulations MAQ rectangulaires. Cette nouvelle stratégie prend en compte le nombre de voisins fournissant la distance d_{\min} pour deux flux de données de transmission. Le nouveau précodeur conduit non seulement à une forme simple avec seulement deux expressions dépendant de l'angle représentatif du canal, mais permet aussi d'améliorer la performance du TEB en comparaison avec différents précodeurs traditionnels.

Abstract – From the feedback links, the channel state information (CSI) is available at the transmitter, and the linear precoding technique permits to significantly improve the performance of Multiple Input Multiple Output (MIMO) systems. The precoder based on the maximization of the minimum Euclidean distance between the received symbols provides a significant enhancement in terms of bit-error-rate (BER), especially when Maximum Likelihood (ML) detection is considered at the receiver. In this paper, we introduce a new version of the minimum Euclidean distance based precoders, named as Neighbor- d_{\min} , for every rectangular QAM modulation. This new precoding strategy considers the number of neighbors providing the minimum distance d_{\min} for two independent data-stream transmissions. The new precoder not only has a simple form with only two general expressions depending on channel angles, but also improves the BER performance in comparison with other traditional precoders.

1 Introduction

De nos jours, de nombreuses techniques de communication ont été appliquées pour s'adapter à la demande de transmission haut débit sans fil. Pour améliorer le débit, l'une des technologies les plus populaires concerne les système Multiple Input Multiple Output (MIMO) donc le principe de base consiste à employer plusieurs antennes au niveau du récepteur et de l'émetteur. Cette technique fournit un grand gain en capacité et en efficacité spectrale en comparaison avec le schéma Single Input Single Output (SISO) [1].

Si la connaissance du canal est disponible à l'émission, la technique de précodage linéaire, où les vecteurs de données transmis sont pré-multipliés par une matrice de précodage, est proposée pour améliorer la performance des systèmes MIMO [2]. Les précodeurs linéaires peuvent être conçus en ayant une connaissance du canal (CSI) à l'émetteur soit complète (full CSI) [3] soit limitée (limited feedback) [4]. Ils optimisent divers critères aussi pertinents que la maximisation du rapport signal sur bruit (RSB) [5], la minimisation de l'erreur quadratique moyenne (EQMM) [6], ou la minimisation de taux d'erreur binaire (TEB) [7]. Ces matrices de précodage sont toutes diagonales et correspondent à la répartition de la puis-

sance disponible sur les antennes émettrices. Dans [8], [9], et [10], les auteurs présentent un précodeur non-diagonal basé sur la maximisation de la distance euclidienne minimale entre les symboles de la constellation reçue. Ce précodeur réalise une amélioration significative du taux d'erreur binaire en comparaison avec les précodeurs diagonaux, en particulier dans le cas d'un récepteur basé sur le maximum de vraisemblance (MV).

Non seulement la distance minimale, mais aussi le nombre de voisins fournissant d_{\min} entre les symboles de la constellation reçue joue un rôle très important dans la performance de la probabilité d'erreur. En raison de cela, une nouvelle version de ce précodeur optimisant la distance d_{\min} , nommé Neighbor- d_{\min} est proposée dans cet article. Le nouveau précodeur dans lequel le paramètre de rotation n'est pas considéré conduit à une forme simple avec seulement deux expressions pour toutes les modulation MAQ rectangulaires. Les résultats de simulation confirment l'apport du nouveau précodeur au niveau des performances de TEB en comparaison avec différents précodeurs traditionnels.

Cet article est structuré comme suit. La section 2 introduit la représentation des systèmes multi-antennaires MIMO avec la présentation du précodeur linéaire à l'émission. L'impact de la distance euclidienne minimale dans la constellation reçue sur

le TEB est décrit dans la section 3. Dans la section 4, les expressions générales du précodeur Neighbor- d_{\min} sont détaillées. Enfin, nous présentons dans la section 5 les résultats de simulation du TEB sur un canal à évanouissements de Rayleigh. La conclusion est donnée dans la section 6.

2 Modèle du système

Nous considérons un système MIMO avec n_T antennes à l'émission et n_R à la réception. Le système concerne une transmission de b flux de données indépendants. Le signal reçu est alors défini par

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{s} + \mathbf{G}\nu \quad (1)$$

où \mathbf{H} est la matrice de canal de taille $n_R \times n_T$, \mathbf{F} est la matrice de précodage de taille $n_T \times b$, \mathbf{G} est la matrice de décodage de taille $b \times n_R$, \mathbf{s} est le vecteur du signal émis sur les b flux de données, et ν est le vecteur de bruit gaussien de taille $n_R \times 1$.

Si l'état du canal (CSI) est disponible à la fois à l'émission et à la réception, il a été montré que la matrice de canal peut être diagonalisée par une transformation virtuelle [8]. Les matrices de précodage et décodage sont décomposées comme $\mathbf{F} = \mathbf{F}_v\mathbf{F}_d$ et $\mathbf{G} = \mathbf{G}_d\mathbf{G}_v$. L'expression du signal reçu est alors

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}_d\mathbf{H}_v\mathbf{F}_d\mathbf{s} + \mathbf{G}_d\nu_v \quad (2)$$

où $\mathbf{H}_v = \mathbf{G}_v\mathbf{H}\mathbf{F}_v = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_b)$ est la matrice diagonale du canal virtuel de taille $b \times b$, $\nu_v = \mathbf{G}_v\nu$ est le vecteur transformé $b \times 1$ de bruit gaussien.

Dans cet article, une détection à maximum de vraisemblance (MV) est considérée au récepteur. Ainsi la matrice de décodage \mathbf{G}_d n'a aucun effet sur la performance du système et est donc supposée être une matrice identité de taille b . Le modèle du système devient

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_v\mathbf{F}_d\mathbf{s} + \nu_v. \quad (3)$$

Nous notons que E_s est la puissance moyenne de transmission. La contrainte de puissance est définie par

$$\text{trace}\{\mathbf{F}_d\mathbf{F}_d^*\} = E_s. \quad (4)$$

La matrice de précodage \mathbf{F}_d est conçue pour optimiser divers critères. Dans la prochaine section, nous considérons l'impact de la distance euclidienne minimale sur la probabilité d'erreur du système MIMO utilisant la technique du précodage.

3 Optimiser la probabilité d'erreur des système MIMO précodés

Définissons le vecteur $\mathbf{x} = \mathbf{H}_v\mathbf{F}_d\mathbf{s}$, et notons A_{ij} l'événement $\|\mathbf{y} - \mathbf{x}_j\| < \|\mathbf{y} - \mathbf{x}_i\|$ lorsque le symbole s_i est envoyé par l'émetteur. La probabilité d'erreur moyenne est définie par

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \text{Prob}\left\{\bigcup_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M A_{ij}\right\} \\ &\simeq \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M Q\left(\frac{\bar{d}_{ij}}{2\sqrt{N_0}} \times \sqrt{E_s}\right) \end{aligned} \quad (5)$$

où M est la taille alphabet, E_s est la puissance moyenne de l'émission, N_0 est la variance du bruit blanc gaussien ν_v , et \bar{d}_{ij} est la distance normalisée du vecteur $(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)$. Notons N_i le nombre des distances \bar{d}_{ij} telles que $\bar{d}_{ij} = \bar{d}_{\min}$, avec la distance euclidienne minimale d_{\min} donnée par

$$d_{\min}^2 = \min_{s_k, s_l \in S, s_k \neq s_l} \|\mathbf{H}_v\mathbf{F}_d(\mathbf{s}_k - \mathbf{s}_l)\|^2. \quad (6)$$

Ensuite, la probabilité d'erreur dans (5) peut être représentée par

$$\begin{aligned} P_e &\approx \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M N_i \cdot Q\left(\frac{\bar{d}_{\min}}{2\sqrt{N_0}} \times \sqrt{E_s}\right) \\ &\approx N_{d_{\min}} \cdot Q\left(\frac{\bar{d}_{\min}}{2\sqrt{N_0}} \times \sqrt{E_s}\right) \end{aligned} \quad (7)$$

où $N_{d_{\min}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M N_i$. On observe que pour améliorer les performances en termes de TEB des systèmes MIMO précodés, nous devons non seulement maximiser la distance euclidienne minimale, mais aussi minimiser le nombre de voisins qui la fournissent. La nouvelle stratégie de précodage est donc appelée le précodeur Neighbor- d_{\min} .

4 Expression générale pour précodeur Neighbor- d_{\min}

En utilisant la décomposition en valeurs singulières, la matrice de canal virtuel pour deux flux de données indépendants peut être exprimée comme

$$\mathbf{H}_v = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{pmatrix} = \rho \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 \\ 0 & \sin \gamma \end{pmatrix} \quad (8)$$

où $\rho = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$, et $\gamma = \arctan \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ représentent respectivement le gain et l'angle de canal. Grâce aux propriétés de symétrie des constellations MAQ rectangulaires, la matrice de précodage peut être simplifiée comme

$$\mathbf{F}_d = \sqrt{E_s} \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 \\ 0 & \sin \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi} \end{pmatrix} \quad (9)$$

avec $0 \leq \psi, \varphi \leq \pi/2$ et $0 \leq \theta \leq \pi/4$. Le paramètre ψ contrôle l'allocation de puissance sur les sous-canaux virtuels, les angles θ et φ correspondent respectivement au changement d'échelle et à la rotation des constellations reçues. Il est observé que si le paramètre de rotation $\varphi = 0$, la constellation reçue aura moins de voisins à la distance minimale. Cette propriété est expliquée par la forme rectangulaire de la constellation reçue si une modulation MAQ est utilisée à l'émission. Par conséquent, nous proposons ici une nouvelle stratégie de précodage dans laquelle nous supposons que le paramètre de rotation n'a pas d'emploi.

Dans le cas d'une MAQ- 4^k , les symboles appartiennent à l'ensemble

$$S = \sqrt{\beta_M} \{a + bi; a - bi; -a + bi; -a - bi\} \quad (10)$$

où $\beta_M = \frac{3}{2(4^k-1)}$ et $a, b \in (1, 3, \dots, 2^k - 1)$.

Les expressions du précodeur Neighbor- d_{\min} pour deux flux de données peuvent être classés en deux types : le premier n'alloue de puissance qu'au sous-canal virtuel le plus fort, et le second utilise les deux sous-canaux virtuels pour transmettre des signaux.

4.1 Expression du précodeur F_1

La première expression générale est notée F_1 et définie par

$$F_1 = \sqrt{\frac{E_s}{4^k + 1}} \begin{pmatrix} 2^k & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

La distance d_{\min} pour F_1 est fournie par le vecteur différence $\sqrt{\beta_M}[0 \ 2]^T$, et définie par

$$d_{F_1}^2 = \frac{4}{4^k + 1} E_s \rho^2 \beta_M \cos^2 \gamma. \quad (12)$$

La constellation à la réception obtenue par F_1 ressemble à celle d'une modulation MAQ- M^2 . De plus, le nouveau précodeur obtient moins de voisins fournissant la distance minimale que l'ancien précodeur [8].

4.2 Expression du précodeur F_2

Pour toute modulation MAQ rectangulaire, une recherche numérique montre que la solution optimale est obtenue par les trois vecteurs différence $\check{s}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}[0 \ 2]^T$, $\check{s}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}[2 \ 0]^T$ et $\check{s}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}[2 \ -2]^T$. Les trois distances normalisées correspondantes sont définies par

$$\begin{cases} \bar{d}_{\check{x}_1}^2 = A \sin^2 \theta + B \cos^2 \theta \\ \bar{d}_{\check{x}_2}^2 = A \cos^2 \theta + B \sin^2 \theta \\ \bar{d}_{\check{x}_3}^2 = A (\cos \theta - \sin \theta)^2 + B (\cos \theta + \sin \theta)^2 \end{cases}$$

où $A = 4 \cos^2 \gamma \cos^2 \psi$ et $B = 4 \sin^2 \gamma \sin^2 \psi$. En considérant $\bar{d}_{\check{x}_1}^2 = \bar{d}_{\check{x}_2}^2 = \bar{d}_{\check{x}_3}^2$, nous obtenons

$$\begin{cases} \theta = \pi/4 \\ \psi = \text{atan} \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \tan \gamma} \end{cases} \quad (13)$$

La deuxième expression générale F_2 est alors donnée par

$$F_2 = \sqrt{\frac{E_s}{2}} \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 \\ 0 & \sin \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

où $\psi = \text{atan} \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \tan \gamma}$. La distance euclidienne minimale fournie par F_2 est alors

$$d_{F_2}^2 = 4E_s \rho^2 \beta_M \frac{2 \sin^2 \gamma}{3 \tan^2 \gamma + 1}. \quad (15)$$

Le constellation obtenue à la réception pour le précodeur F_2 est illustrée par la Fig. 1. Il faut noter qu'il y a deux constellations sur chaque récepteur, et les impacts coïncidant sur une constellation sont éloignés sur la seconde (exemple des points A et B).

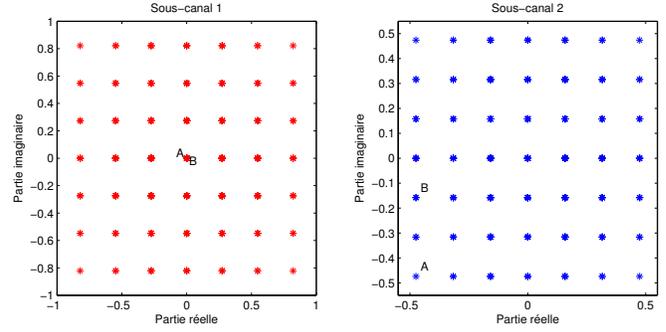


FIGURE 1 – Constellation reçue pour le précodeur F_2 .

4.3 Le seuil γ_0

La Fig. 2 présente l'évolution des distances minimales normalisées en fonction de l'angle du canal pour les deux expressions générales du précodeur Neighbor- d_{\min} . Le précodeur F_1 fournit la distance d_{\min} optimisée pour les petites valeurs de γ , alors que le précodeur F_2 est valable pour les grandes valeurs de γ . Pour choisir entre F_1 et F_2 et obtenir le seuil correspondant, nous devons rechercher γ tels que $d_{F_1}^2 = d_{F_2}^2$ dans (12) et (15). Le seuil γ_0 obtenu est alors défini par

$$\begin{aligned} \frac{\cos^2 \gamma_0}{4^k + 1} &= \frac{2 \sin^2 \gamma_0}{3 \tan^2 \gamma_0 + 1} \\ \Leftrightarrow \gamma_0 &= \text{atan} \sqrt{\frac{1}{2 \cdot 4^k - 1}}. \end{aligned} \quad (16)$$

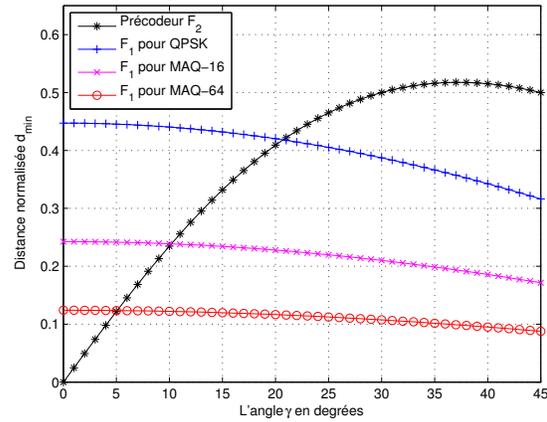


FIGURE 2 – Distances minimales normalisées pour le précodeur Neighbor- d_{\min} .

5 Résultats de simulation

La figure 3 montre la distance minimale normalisée du nouveau précodeur Neighbor- d_{\min} et des autres précodeurs dans le cas de la modulation MAQ-16. La puissance moyenne de transmission E_s pour les précodeurs diagonaux est choisie assez grande pour que la puissance soit affectée à tous les sous-

canaux virtuels. Nous observons que la distance euclidienne minimale proposée par le précodeur Neighbor- d_{\min} est largement supérieure à celle des autres précodeurs de la littérature, par exemple Waterfilling, EQMM, et $\max-\lambda_{\min}$.

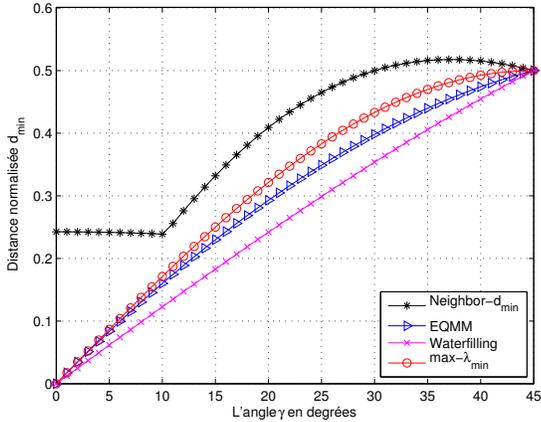


FIGURE 3 – Comparaison d_{\min} pour MAQ-16.

En outre, une grande amélioration de la performance en termes de TEB est attendue pour notre nouveau précodeur. Ceci est confirmé par la Fig. 4 qui représente le TEB en fonction du RSB pour un système MIMO utilisant une modulation MAQ-16, $n_T = 3$ émetteurs, $n_R = 2$ récepteurs et un canal de Rayleigh. Le précodeur Neighbor- d_{\min} offre un gain de plus de 6 dB pour un TEB = 10^{-5} par rapport aux précodeurs diagonaux.

6 Conclusion

Cet article présente une nouvelle version du précodeur qui prend en compte l'optimisation de la distance minimale et le nombre de voisins fournissant la distance d_{\min} pour toutes les modulations MAQ rectangulaires. Dans la nouvelle stratégie de précodage, le paramètre de rotation φ n'est pas considéré. Par conséquent, le degré de liberté de la matrice de précodage F_d est diminué et l'espace de la solution optimale est plus petit. Le précodeur Neighbor- d_{\min} présente non seulement une réduction de la complexité mais aussi une amélioration significative du TEB en comparaison avec les précodeurs diagonaux comme EQMM, Waterfilling, et $\max-\lambda_{\min}$. Cette amélioration du TEB dépend des caractéristiques du canal et devient plus significative si les sous-canaux virtuels sont plus dispersifs.

Références

[1] E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," *European transactions on telecommunications*, vol. 10, no. 6, pp. 585–595, 1999.

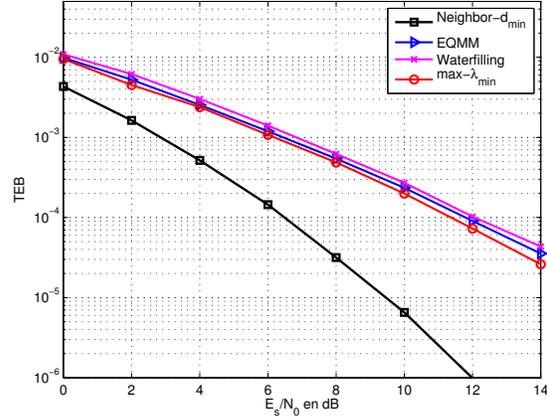


FIGURE 4 – Comparaison des précodeurs pour MIMO(3,2).

- [2] M. Vu and A. Paulraj, "MIMO wireless linear precoding," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 24, no. 5, pp. 86–105, 2007.
- [3] A. Scaglione, P. Stoica, S. Barbarossa, G. Giannakis, and H. Sampath, "Optimal designs for space-time linear precoders and decoders," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 5, pp. 1051–1064, 2002.
- [4] D. Love and R. Heath, "Limited feedback unitary precoding for spatial multiplexing systems," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 51, no. 8, pp. 2967–2976, 2005.
- [5] P. Stoica and G. Ganesan, "Maximum-SNR spatial-temporal formatting designs for MIMO channels," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 12, pp. 3036–3042, 2002.
- [6] H. Sampath, P. Stoica, and A. Paulraj, "Generalized linear precoder and decoder design for MIMO channels using the weighted MMSE criterion," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 49, no. 12, pp. 2198–2206, 2001.
- [7] P. Rostaing, O. Berder, G. Burel, and L. Collin, "Minimum BER diagonal precoder for MIMO digital transmissions," *Signal Processing*, vol. 82, no. 10, pp. 1477–1480, 2002.
- [8] L. Collin, O. Berder, P. Rostaing, and G. Burel, "Optimal minimum distance-based precoder for MIMO spatial multiplexing systems," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 52, no. 3, pp. 617–627, 2004.
- [9] Q.-T. Ngo, O. Berder, B. Vrigneau, and O. Sentieys, "Minimum distance based precoder for mimo-ofdm systems using 16-qam modulation," *IEEE International Conference on Communications (ICC), Germany*, pp. 1–5, June 2009.
- [10] Q.-T. Ngo, O. Berder, and P. Scalart, "3-d minimum euclidean distance based sub-optimal precoder for mimo spatial multiplexing systems," *IEEE International Conference on Communications (ICC), South Africa*, May 2010.