

# Restauration d'image dégradée par un flou spatialement variant

Saima BEN HADJ<sup>1,2</sup>, Laure BLANC-FÉRAUD<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Projet ARIANA - CNRS/INRIA/UNSA, INRIA Sophia Antipolis  
2004 route des Lucioles, 06902 Sophia Antipolis, France

Saima.Ben\_Hadj@inria.fr, Laure.Blanc\_Feraud@inria.fr

**Résumé** – La plupart des techniques de restauration d'images disponibles supposent que le flou est spatialement invariant. Néanmoins, différents phénomènes physiques liés aux propriétés de l'optique font que les dégradations peuvent être différentes selon les régions de l'image. Dans ce travail, nous considérons un modèle de PSF invariant par zone avec des transitions régulières entre les zones afin de prendre en compte la variation du flou dans l'image. Nous développons pour ce modèle, une méthode de déconvolution adaptée, par minimisation d'un critère avec une régularisation par variation totale. Nous nous appuyons sur une méthode rapide de minimisation par décomposition de domaine qui a été récemment développée par Fornasier et al., 2009. Nous obtenons ainsi un algorithme où la minimisation du critère est effectuée en parallèle sur les différentes zones de l'image, tout en prenant en compte les estimées dans les zones voisines des sous-images considérées, de sorte que la solution finale soit le minimum du critère où le flou est variant spatialement.

**Abstract** – In most of the existing image restoration techniques, the blur is assumed to be spatially invariant. However, different physical phenomena related to the optic's properties makes that degradations may change according to the image's areas. In this work, we consider a piecewise-varying PSF model with smooth transitions between areas in order to take into account blur variation in the image. We develop for this model, a convenient deconvolution method by minimizing a criterion with a total variation regularization. We rely on a fast minimization method using a domain decomposition method that was recently developed by Fornasier et al. 2009. We thus obtain an algorithm where the criterion minimization is performed in a parallel way on different areas of the image, taking into account the estimates of neighboring areas of the considered sub-image, so that the final solution is space-varying deconvolved.

## 1 Introduction

Les images acquises par les systèmes d'imagerie optique subissent des dégradations dues, d'une part aux propriétés intrinsèques des instruments et d'autre part aux conditions d'acquisition. Les images astrophysiques, par exemple, apparaissent floues à cause de la turbulence de l'atmosphère. En microscopie confocale 3D, les images présentent essentiellement un flou de défocalisation en profondeur et un flou radial lié à la diffraction lumineuse des lentilles. Par ailleurs, un mouvement de l'objectif ou des objets dans la scène pendant l'acquisition produisent un flou de bougé. Pour remédier aux effets de flou sur les images, de nombreuses techniques de déconvolution ont été développées. La plupart de ces méthodes ont été étudiées sous l'hypothèse de l'invariance spatiale de la fonction de flou. Cependant cette hypothèse est invalide dans de nombreuses situations comme par exemple la restauration d'une image contenant des objets à des distances différentes de la distance focale, contenant des objets qui bougent selon des mouvements différents ou encore si l'on veut prendre en compte les aberrations sphériques des lentilles. Dans l'exemple de la microscopie confocale 3D, le flou dépend de la profondeur [3, 4, 5]. Ainsi, le flou ne peut être considéré constant en tout point de l'image. Il est alors indispensable de mettre en place une mé-

thode de restauration dans laquelle la fonction de flou (PSF pour "Point Spread Function" en anglais) est variable spatialement. Ce problème a été étudié dans de précédents travaux tels que [2, 5, 7, 8]. Une des difficultés est le temps de calcul important si l'on considère la formulation séquentielle de l'opération de flou. Dans cet article, nous proposons d'utiliser un modèle de flou variable spatialement par une combinaison linéaire variable de fonctions de flou spatialement invariantes. En particulier, nous considérons une PSF constante par zone avec des transitions régulières entre les zones pour éviter les effets de bords. Nous introduisons également une méthode de déconvolution qui est adaptée à une telle modélisation. Plus précisément, nous utilisons une méthode rapide de déconvolution proposée dans [1] qui est fondée sur une stratégie de décomposition de l'image afin de réaliser des traitements en parallèle sur des sous-domaines et accélérer ainsi le temps de calcul. Nous étendons cette méthode au cas d'une PSF variable spatialement selon le modèle proposé. Nous obtenons ainsi un algorithme capable d'inverser une PSF variable spatialement, par déconvolution en parallèle sur des sous-domaines de l'image considérée. Les conditions aux bords des zones sont fixées afin d'obtenir un algorithme convergent vers l'image cherchée. Ceci évite les approximations parfois faites lors de la déconvolution avec une PSF variable spatialement [2]. Ce papier est organisé comme suit : nous présentons, tout d'abord, le modèle de PSF que nous utilisons. Ensuite, nous décrivons la méthode de déconvolution

2. Thèse financée par l'ANR DIAMOND.

que nous avons appliquée à ce modèle de PSF. Enfin, nous présentons des premiers résultats de simulation de l'approche proposée sur une image synthétique.

## 2 Modèle de PSF non-stationnaire

La définition d'un modèle de PSF précis, conduit parfois à considérer une fonction de flou variante en tout point de l'image. Cependant, la restauration avec un tel modèle reste un problème difficile. En effet, quand la réponse impulsionnelle du système d'imagerie dépend des coordonnées du point de l'objet, nous ne pouvons pas exprimer le problème direct de formation de l'image comme une convolution entre l'objet et la PSF. Pour réduire la difficulté numérique du problème et conserver des algorithmes rapides, nous proposons d'approcher une PSF variable spatialement par une PSF constante par morceau avec des transitions régulières entre les zones. Nous décomposons le support discret d'une image  $\Omega = \{x_1^1, \dots, x_{N_1}^1\} \times \{x_1^2, \dots, x_{N_2}^2\} \subset \mathbb{R}^2$  en  $D$  blocs (pas forcément de même taille) suivant une stratégie de décomposition similaire à celle proposée dans [1]. Par souci de simplification d'écriture, nous présentons la méthode pour une décomposition en deux zones ( $D = 2$ ). Nous considérons ainsi 2 sous-domaines  $\Omega_k, k = 1, 2$  tels que les sous-domaines adjacents se recouvrent :  $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$  et  $\Omega_1 \cap \Omega_2 \neq \emptyset$  (voir Figure 1).

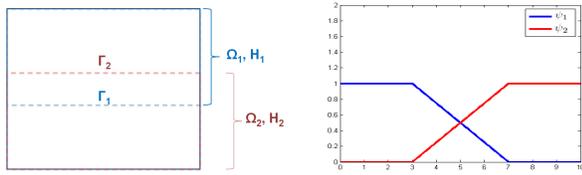


FIGURE 1 – Gauche : Décomposition en deux sous-domaines recouvrants, droite : Exemple de fonctions de poids  $\{\psi_1, \psi_2\}$ .

Ensuite, nous associons à chaque zone une PSF spatialement invariante  $h_k, k = 1, 2$ . De plus, le changement de la PSF d'une zone à une autre ne se fait pas d'une manière brusque. Les transitions entre les zones sont gérées par des fonctions de pondérations qui permettent de lisser les variations de la PSF entre les zones. Nous introduisons les fonctions  $\psi_1, \psi_2 \in \mathcal{H} = \{f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}\}$  tels que : (1)  $\psi_1(x) + \psi_2(x) = 1, \forall x \in \Omega$ , et (2)  $0 \leq \psi_k \leq 1$ , pour  $k = 1, 2$ . Ces fonctions agissent dans la zone d'intersection des sous-domaines. Leur rôle principal est d'ajuster la contribution de chacune des fonctions de flou  $h_k, k = 1, 2$  de façon à lisser les variations de la PSF entre les deux zones. Ainsi, nous définissons le modèle d'observation d'objet à travers l'équation suivante :

$$g(x) = \psi_1(x) \cdot (h_1 * u)(x) + \psi_2(x) \cdot (h_2 * u)(x) + b(x) \quad (1)$$

avec  $u \in \mathcal{H}$  l'intensité de l'image originale,  $g \in \mathcal{H}$  l'intensité de l'image dégradée et  $b(\cdot)$  un bruit blanc gaussien. En développant l'équation du modèle nous pouvons montrer

que la convolution de l'image  $u$  est effectuée par une fonction de flou variable spatialement [9]. Nous introduisons ainsi l'opérateur  $\tilde{H}(\cdot) = h_{\tilde{x}}$ , qui indique une « convolution non-stationnaire ». Un exemple de décomposition en deux zones ainsi qu'un exemple de fonctions de poids  $\{\psi_1, \psi_2\}$  sont présentés sur la Figure 1.

## 3 Méthode de déconvolution avec une PSF non-stationnaire

Après avoir défini le modèle de formation d'image, nous cherchons à déconvoluer l'image floue. Pour ce faire, nous considérons le problème de minimisation d'une fonction d'énergie composée de deux termes d'énergie : le premier est un terme quadratique qui correspond à la fidélité aux données, et le deuxième est un terme de régularisation de type variation totale qui permet de lisser les zones homogènes de l'image tout en préservant les contours. Soit la fonction d'énergie suivante :

$$J(u) = \left\| \tilde{H}(u) - g \right\|_2^2 + 2\alpha \|\nabla u\|_1 \quad (2)$$

où  $\alpha > 0$  est un paramètre de régularisation. Bien que l'opérateur  $\tilde{H}$  soit variable spatialement, il est possible de déconvoluer avec un tel opérateur grâce à la modélisation présentée dans le paragraphe précédent. En effet, le calcul numérique de la convolution par l'opérateur non-stationnaire  $\tilde{H}$  n'est pas effectué en tout point séparément mais il est effectué en calculant la somme des produits de convolution stationnaire pondérés par des fonctions de poids variables spatialement. De plus, afin d'avoir un algorithme rapide, nous proposons de minimiser la fonction  $J(u)$  avec une méthode d'optimisation qui a été récemment développée dans [1]. Cette méthode a été étudiée dans le cas d'un opérateur spatialement invariant. Sa convergence théorique a été prouvée sous certaines conditions [1]. Elle a été appliquée avec succès aux problèmes d'interpolation de signal et inpainting d'image. Nous proposons de prolonger cette méthode au problème de déconvolution avec une PSF variable spatialement suivant le modèle proposé. L'idée générale de la méthode [1] est de subdiviser le problème de minimisation global en des sous-problèmes de taille réduite afin de les traiter d'une façon parallèle. Le domaine  $\Omega$  est divisé en  $N$  sous-domaines rectangulaires recouvrant. Nous considérons, par exemple, une décomposition identique à celle présentée dans le paragraphe précédent pour la définition du modèle de PSF. Notons qu'il est possible d'utiliser une décomposition en des zones de formes plus irrégulières tant qu'elles vérifient une propriété de division de la variation totale explicitée dans [1]. L'avantage du recouvrement entre les zones est d'éviter une analyse fine dans la preuve de convergence de la méthode au niveau de l'interface  $\Gamma_1$  entre  $\Omega_1$  et  $\Omega_2 \setminus \Omega_1$  et l'interface  $\Gamma_2$  entre  $\Omega_2$  et  $\Omega_1 \setminus \Omega_2$ . Nous introduisons les sous-espaces  $V_k$  de  $\mathcal{H}$  tels que  $V_k = \{u \in \mathcal{H}, \text{support}(u) \subset \Omega_k\}, k = 1, 2$ . Ainsi, une représentation possible de la solution  $u \in \mathcal{H}$  est

donnée par l'équation suivante :

$$u(x) = \begin{cases} u_1(x) & \text{si } x \in \Omega_1 \setminus \Omega_2 \\ u_1(x) + u_2(x) & \text{si } x \in \Omega_1 \cap \Omega_2 \\ u_2(x) & \text{si } x \in \Omega_2 \setminus \Omega_1 \end{cases} \quad (3)$$

où  $u_1 \in V_1$  et  $u_2 \in V_2$ . Grâce à cette décomposition, la minimisation de la fonction  $J(\cdot)$  peut être effectuée sur chacun des sous-domaines séparément. Soit par exemple la minimisation de la fonctionnelle par rapport à  $u_1$  dans le domaine  $\Omega_1 : u_1 = \text{Arg} \underset{u_1 \in V_1 / u_1|_{\Gamma_1} = 0}{\text{Min}} J(u_1 + u_2)$ . Fornasier et al. [1]

proposent d'effectuer cette minimisation locale avec une méthode de multiplicateur de Lagrange [1] qui consiste à minimiser une fonction auxiliaire  $J_1^s(u_1 + u_2, u_1^{(l)})$  de  $J(u_1 + u_2)$

où  $u_1^{(l)} \in V_1$  dans laquelle la variable  $u_1$  n'est pas affectée par l'opérateur  $\tilde{H}$ . Cette fonction est donnée par l'équation suivante :

$$J_1^s(u_1 + u_2, u_1^{(l)}) = \|u_1 - z_1\|_2^2 + 2\alpha \|\nabla(u_1 + u_2)|_{(\Omega_1)}\|_1 \quad (4)$$

avec  $z_1 = u_1^{(l)} + (\tilde{H}^*(g - \tilde{H}(u_2) - \tilde{H}(u_1^{(l)})))|_{\Omega_1}$  où  $\tilde{H}^*$  désigne l'adjoint de l'opérateur de convolution non-stationnaire  $\tilde{H}$ . Nous montrons dans [9] que cet opérateur est exprimé sous la forme suivante :  $\tilde{H}^*(v) = H_1^*(\psi_1.v) + H_2^*(\psi_2.v)$ ,  $\forall v \in \mathcal{H}$  où  $H_1^*(\cdot)$  and  $H_2^*(\cdot)$  sont respectivement les opérateurs adjoints de  $H_1(\cdot) = h_1 * \cdot$  et  $H_2(\cdot) = h_2 * \cdot$ . De la sorte, le minimiseur de la fonction  $J_1^s(u_1 + u_2, u_1^{(l)})$  sur  $u_1 \in V_1$  tel que  $u_1|_{\Gamma_1} = 0$  est accessible grâce un algorithme décrit dans [1], fondé sur un théorème de seuillage oblique [1, 9]. Nous appliquons ce principe à la restauration avec l'opérateur  $\tilde{H}$ . Les propriétés de convergence de la méthode de minimisation proposée dans [1] sont conservées pour l'opérateur non-stationnaire. L'étude théorique de convergence est développée dans [9]. Nous nous limitons ici à donner une description algorithmique de la solution proposée. L'algorithme de minimisation consiste à itérer parallèlement sur plusieurs processeurs les minimisations locales afin d'obtenir des solutions partielles définies sur chacun des sous-domaines considérés. Ces solutions sont ensuite combinées ensemble via l'équation (3) afin d'obtenir un minimiseur global de la fonction (2). Ainsi, après avoir initialisé  $\tilde{u}_1^{(0)}$  et  $\tilde{u}_2^{(0)}$  tels que  $u^{(0)} = \tilde{u}_1^{(0)} + \tilde{u}_2^{(0)}$  (par exemple,  $\tilde{u}_1^{(0)} = 0$ ,  $\tilde{u}_2^{(0)} = 0$ ), l'algorithme de minimisation global [1] consiste à itérer les quatre étapes suivantes pour une décomposition en deux sous-domaines :

\* **Etape 1 :**

$$\begin{aligned} - u_1^{(n+1,0)} &= \tilde{u}_1^{(n)} \\ - \text{Pour } l = 0, \dots, L-1 : \\ u_1^{(n+1,l+1)} &= \text{Arg} \underset{u_1 \in V_1 / u_1|_{\Gamma_1} = 0}{\text{Min}} J_1^s(u_1 + \tilde{u}_2^{(n)}, u_1^{(n+1,l)}) \end{aligned}$$

\* **Etape 2 :**

$$\begin{aligned} - u_2^{(n+1,0)} &= \tilde{u}_2^{(n)} \\ - \text{Pour } m = 0, \dots, M-1 : \end{aligned}$$

$$u_2^{(n+1,m+1)} = \text{Arg} \underset{u_2 \in V_2 / u_2|_{\Gamma_2} = 0}{\text{Min}} J_2^s(\tilde{u}_1^{(n)} + u_2, u_2^{(n+1,m)})$$

$$* \text{ Etape 3 : } u^{(n+1)} = \frac{u_1^{(n+1,L)} + u_2^{(n+1,M)} + u^{(n)}}{2}$$

\* **Etape 4 :**

$$\begin{aligned} - \tilde{u}_1^{(n+1)} &= \psi_1 . u_1^{(n+1)} \\ - \tilde{u}_2^{(n+1)} &= \psi_2 . u_2^{(n+1)} \end{aligned}$$

L'avantage de la procédure de minimisation présentée est qu'elle permet d'éviter la formulation séquentielle et itérative des méthodes de minimisation usuelles qui rend le temps de calcul assez lent. En effet, les étapes 1 et 2 sont effectuées en parallèle sur deux processeurs. Nous montrons dans le paragraphe suivant que les expériences numériques montrent de bonnes propriétés de convergence en pratique.

## 4 Tests et résultats

Nous avons effectué un premier test sur une image de synthèse de taille  $128 \times 128$  pixels, présentée sur la Figure 2(a). Nous lui avons appliqué un flou variant suivant une seule dimension selon le modèle présenté dans le paragraphe 2. Nous avons ainsi considéré des fonctions de poids qui varient suivant la deuxième dimension de l'image (cf. Figure 1(b)). Si l'on considère un flou variable dans les deux directions de l'image (comme par exemple le flou associé aux images astrophysiques), les fonctions de pondération du modèle proposé varient dans les deux dimensions  $(x, y)$  afin de gérer le flou sur les bords. Nous pouvons, par exemple, choisir des fonctions de pondérations variables en  $x$  telles que celles exposées sur la Figure 1(b) quand il s'agit d'une transition horizontale entre les domaines adjacents et variables en  $y$  quand il s'agit d'une transition verticale entre les domaines. La somme des valeurs des fonctions de pondération doit valoir 1 en tout point de l'image. Dans ce test, nous avons considéré une décomposition en 4 zones dont les interfaces sont présentées sur la Figure 2(e). Les fonctions de PSF considérées sont des gaussiennes de moyenne nulle et d'écart types respectives  $\sigma_1 = 1$ ,  $\sigma_2 = 1,75$ ,  $\sigma_3 = 2,5$  et  $\sigma_4 = 3,25$ . L'image restaurée est présentée sur la Figure 2(c), le paramètre de régularisation étant fixé à  $\alpha = 2.10^{-5}$ . Le réglage de ce paramètre a été effectué d'une façon empirique i.e. nous avons choisi la valeur de paramètre qui contribue au meilleur résultat. L'algorithme converge après 20 itérations qui ont duré environ 10 s pour une décomposition en 4 sous-domaines et 6 s pour une décomposition en 8 sous-domaines. Nous avons effectué les tests sur une machine multi-core contenant 8 processeurs de fréquence 1,86 GHz. La méthode a été programmée avec Matlab. La courbe d'évolution de la fonction d'énergie au cours des itérations (cf. Figure 3(a)) présente la convergence numérique de l'énergie. Par ailleurs, pour évaluer la méthode, nous présentons sur la Figure 3(b) la courbe d'évolution de l'erreur quadratique moyenne entre l'image estimée et l'image originale au cours des itérations. Afin de voir l'apport de la méthode de restauration proposée, nous présentons dans la Figure 2(d) le résultat de déconvolution avec une PSF invariante ayant un écart type égal à la moyenne des écarts types

des quatre PSF utilisées pour la génération de l'image floue.

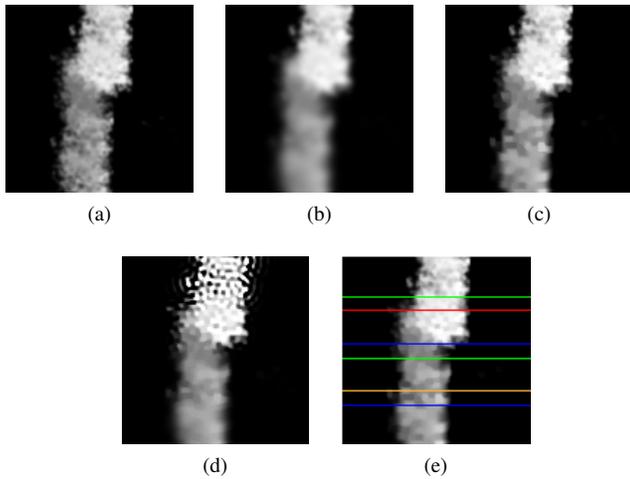


FIGURE 2 – (a) Image originale de synthèse, (b) Image floutée par quatre PSF gaussiennes, (c) Image restaurée, (d) Déconvolution avec une PSF invariante spatialement d'écart type  $\sigma = 2,125$ , (e) Interfaces de la décomposition considérée (quatre sous-domaines).

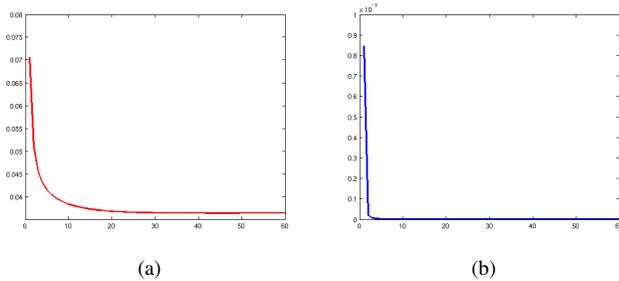


FIGURE 3 – (a) Evolution de la fonction d'énergie, (b) Evolution de l'erreur quadratique moyenne en fonction des itérations.

## 5 Conclusion

Nous avons présenté dans cet article une méthode rapide de déconvolution non-stationnaire où un modèle de PSF constante par zone a été considéré. Après avoir défini le modèle de PSF variable spatialement, nous lui avons adapté une méthode de déconvolution fondée sur une stratégie de minimisation par zone d'une fonction d'énergie. Le temps de calcul est ainsi accéléré en effectuant des traitements en parallèle sur les différentes zones de l'image. La simulation de la méthode sur une image de synthèse montre son efficacité. Son application à des images réelles, notamment des images de microscopie à fluorescence ou des images astrophysiques est possible, en se dotant d'une carte de PSF mesurées dans les différentes régions où le flou

peut être considéré invariant. Par ailleurs, dans de plusieurs situations, le flou lié au système d'acquisition varie d'une manière non prédictible a priori en fonction des conditions d'acquisition et de la scène observée. Il est alors intéressant d'estimer le flou variable spatialement et étendre la méthode proposée au cas de la déconvolution aveugle. En outre, dans la méthode de déconvolution proposée, nous avons utilisé un terme de régularisation par variation totale. Il est possible d'améliorer les résultats de restauration en introduisant un terme de régularisation plus approprié tel que la régularisation sur les coefficients d'ondelettes [6] afin d'éviter certains artefacts introduits par la variation totale (l'effet de marche d'escalier). Dans ce cas, il faudra proposer les transformations nécessaires pour appliquer l'algorithme de minimisation par décomposition en sous-domaines.

## 6 Remerciement

Nous remercions tous les partenaires de l'ANR DIAMOND pour les discussions enrichissantes sur le sujet.

## Références

- [1] M. Fornasier, A Langer et C.B. Schönlie. *A convergent overlapping domain decomposition method for total variation minimization*. Numerische Mathematik, 2009.
- [2] E. Maalouf. *Contribution to fluorescence microscopy, 3D thick samples deconvolution and depth-variant PSF*. thèse de doctorat, Université de Haute-alsace, 2010.
- [3] S. Mezouari et A.R. Harvey. *Phase pupil functions for reduction of defocus and spherical aberrations*. Optics letters, 2003, 28(10) : 771-773.
- [4] P. Pankajakshan, B. Zhang, L. Blanc-Féraud, Z. Kam, J.C. Olivo-Marin et J. Zerubia. *Blind deconvolution for thin layered confocal imaging*. Applied Optics, 2009, 48(22) : 4437-4448.
- [5] C. Preza et J.A. Conchello. *Depth-variant maximum-likelihood restoration for three-dimensional fluorescence microscopy*. JOSA A, 2004, 21(9) :1520-8532.
- [6] M. Carlván, P. Weiss, L. Blanc-Féraud et J. Zerubia. *Algorithme rapide pour la restauration d'image régularisée sur les coefficients d'ondelettes* GRETSI, 2009.
- [7] J.G. Nagy et D.P. O'Leary. *Restoring images degraded by spatially variant blur*. SIAM Journal on Scientific Computing, 1998, 19(4) : 1063-1082.
- [8] M. Hirsch, S. Sra, B. Scholkopf et S. Harmeling. *Efficient filter flow for space-variant multiframe blind deconvolution* IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2010 : 607-614.
- [9] S. Ben Hadj et L. Blanc-Féraud. *Restoration Method for Spatially Variant Blurred Images*. Rapport de recherche INRIA, à apparaître en Juin 2011.