

# Système haute résolution de localisation de défauts enfouis par courants de Foucault : imageur multi-fréquences et algorithmes à sous-espaces

Jonathan BOSSE, Pierre-Yves JOUBERT, Pascal LARZABAL, Anne FERRÉOL

SATIE, ENS Cachan, CNRS, Universud  
61 avenue du président Wilson, 94230 Cachan  
nom@satie.ens-cachan.fr

**Résumé** – Le problème traité consiste, à partir d’un imageur magnéto-optique à courants de Foucault, à localiser un défaut enfoui dans une structure métallique par méthodes de sous-espaces. Pour cela les pixels d’une caméra CCD sont exploités comme un réseau plan de capteurs ponctuels, et la cartographie multi-fréquences du champ ainsi réalisée est traitée comme une observation multi-dimensionnelle. Après description du dispositif expérimental, un modèle pertinent de signal reçu est introduit. L’expérimentation vient valider le modèle exploité par le traitement à haute résolution proposé

**Abstract** – Starting from a magneto-optical imager dedicated to eddy currents, the problem is to locate a hidden default thanks to sub-space methods. A CCD camera is considered as a sensors point plan network, and multi-frequency mapping of the field produced is proceeded as a single multi-dimensional observation. After having described the experimental system, a simple model of the received signal is introduced. The experiment has validated both algorithm and model here proposed

## 1 Introduction

Le contrôle non destructif (CND) des assemblages rivetés est un enjeu majeur pour la sécurité et la maintenance des aéro-nefs. En effet, ces structures constituées d’empilage de tôles d’aluminium maintenues ensembles par de nombreux rivets, sont susceptibles de voir apparaître des fissures de fatigue qui peuvent conduire à des arrachements de structures. La méthode des courants de Foucault (CF) est bien adaptée au contrôle de ces assemblages : elle consiste à générer, à l’aide d’un inducteur, la circulation de courants dans la structure à inspecter, et à relever en surface, à l’aide d’un ou de plusieurs récepteurs, la valeur du champ magnétique résultant des interactions entre les courants et les fissures, vues comme des ruptures de conductivité électrique du milieu. Cette technique est largement appréciée car elle est sensible aux fissures, robuste et peu coûteuse. Pourtant, les solutions existantes ne permettent pas de remonter facilement et de façon quantitative aux caractéristiques des fissures détectées [1]. C’est pourquoi on a souvent recours à une approche de type classification de défauts [2][3], faute d’un dispositif expérimental autorisant une modélisation simplifiée des interactions capteur / défaut.

Nous exploitons les données fournies par un dispositif original d’imagerie magnéto-optique (MO) à CF [4], élaboré pour le CND quantitatif et rapide de structures rivetées. Ce dispositif produit en quelques secondes, des images CF d’une grande résolution spatiale et permet de s’affranchir d’un balayage mécanique. D’autre part, le principe de fonctionnement de l’imageur

nous permet d’aborder le problème de la caractérisation de fissures enfouies, comme un problème de localisation de sources tel qu’on le rencontre classiquement en traitement d’antenne, et d’exploiter les techniques haute résolution pour le résoudre.

Dans un premier temps, nous présenterons l’imageur et son principe de fonctionnement, puis nous proposerons un modèle permettant de décrire le phénomène observé et d’utiliser des algorithmes d’estimation classiques. Nous montrons alors qu’il est possible d’estimer la profondeur d’une fissure enfouie, à partir de cartographies expérimentales du champ issues de l’imageur.

## 2 Dispositif expérimental

L’imageur MO à CF exploité dans cet article est constitué d’un inducteur CF et d’un dispositif MO de mesure du champ magnétique (figure 1). L’inducteur alimenté par une porteuse pure excite le matériau par une onde plane monochromatique  $H_e \cdot \vec{x}$  qui se propage selon  $\vec{z}$ . Cette onde induit la circulation d’une nappe de CF uniformément orientée dans le plan  $(\vec{x}, \vec{y})$  de la figure 1, localement déviée par la présence d’une fissure. L’interaction CF / fissure se traduit par l’apparition de composantes de champ magnétiques de résultantes  $H_r \cdot \vec{z}$  normales au plan  $(\vec{x}, \vec{y})$ , comme l’illustre la figure 2. Ces composantes sont imagées grâce à l’exploitation d’un traducteur magnéto-optique (film MO) excité en lumière polarisée, siège d’une rotation Faraday proportionnelle à l’intensité de la composante de champ qui l’excite. La rotation Faraday est traduite

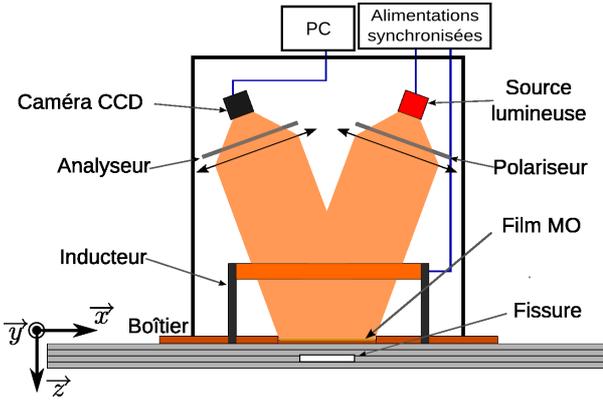


FIG. 1 – Imageur magnéto-optique

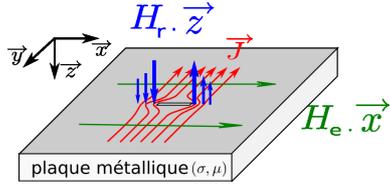


FIG. 2 – La rupture des lignes de courant  $\vec{J}$  dans le matériau à la traversée d'une fente produit une composante de champ verticale  $H_r \cdot \vec{z}$  à chaque extrémité de la fente et à laquelle le film MO est sensible

en variation d'intensité lumineuse à l'aide d'un système analyseur/polariseur, et l'image formée est acquise par une caméra CCD, dans le cadre d'une approche stroboscopique suivie d'une détection synchrone qui réalise une corrélation temporelle avec le signal d'excitation. La cartographie CF est obtenue en module et phase, l'ensemble film MO associé à la caméra CCD jouant le rôle d'un réseau multicapteurs. Un exemple d'image fournie par ce système est présenté à la figure 3. Dans cette étude, le dispositif est mis en œuvre pour l'inspection d'un assemblage constitué de 5 plaques d'alliage d'aluminium d'épaisseur  $\delta_z = 1,2$  mm, de conductivité électrique  $\sigma = 20MS.m^{-1}$  et de perméabilité magnétique  $\mu = 4\pi 10^{-7}H.m^{-1}$ . Par la suite nous travaillerons exclusivement avec une fente de dimensions  $\delta_x * \delta_y * \delta_z = 1cm * 1mm * 1.2mm$ .

### 3 Formalisation du problème

L'onde plane émise par l'imageur va entraîner une circulation de courant suivant la direction  $\vec{y}$  perpendiculaire à la fente dans les différentes plaques. Nous supposons alors que la composante  $H_r \cdot \vec{z}$  qui naît en chaque bord de la fente, subit dans le volume, à partir de cette extrémité, une atténuation et un déphasage selon un mode sphérique. Dès lors nous écrivons au point  $(x, y)$  dans le plan du film MO en  $z=0$ , le champ noté  $r_n(x, y)$ , à la fréquence  $f_n$ , où  $n \in [1, N]$ , comme la contribution de deux termes (illustré par la figure 4) auquel se superpose un bruit additif :

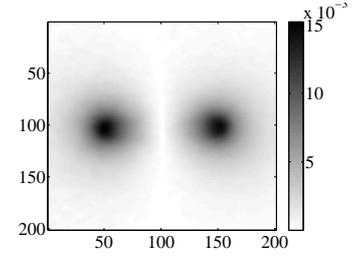


FIG. 3 – Module au carré du champ magnétique enregistré à 200 Hz (plan  $(\vec{x}, \vec{y}, 0)$ ) pour une fente débouchante de 1 cm de large. Les deux maxima correspondent aux extrémités de la fente. La distance entre deux pixels est de 100  $\mu m$ .

$$r_n(x, y) = (a_n^{(1)}(x, y, z) + \beta a_n^{(2)}(x, y, z))H_0 + b_n(x, y) \quad (1)$$

avec  $a_n^{(m)}(x, y, z) = a_n(x - x_m, y - y_m, z)$  pour  $m \in \{1, 2\}$  avec :

$$a_n(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} e^{-jk_n(z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2})}, \text{ où } k_n \text{ est le vecteur d'onde}$$

$$k_n = (1 - j)\sqrt{\pi f_n \mu \sigma} \text{ et où :}$$

- $(x_1, y_1, z)$  et  $(x_2, y_2, z)$  sont les extrémités de la fente.
- $z$  représente la profondeur de la fente considérée d'épaisseur nulle.
- $H_0$  désigne l'amplitude du champ magnétique émis.
- $\beta \in \mathbb{R}^-$  est un paramètre de nuisance qui traduit l'inhomogénéité de la réponse spatiale ainsi que l'éventuelle dissymétrie des deux extrémités de la fente.
- $b_n(x, y)$  est un bruit blanc gaussien et indépendant de  $b_{n'}(x', y')$  pour  $n' \neq n$  ou  $(x, y) \neq (x', y')$ .

Dans un premier temps nous considérons les positions des extrémités de la fente  $(x_1, y_1)$  et  $(x_2, y_2)$  comme les maxima en intensité de l'image. Ils sont alors estimés par une simple auto-corrélation. Soit un ensemble des fréquences  $(f_n)_{n \in [1, N]}$  et un ensemble de points  $(x(k), y(k))_{k \in [0, K]}$ , nous définissons les vecteurs suivants :

$$\bar{\mathbf{r}}(k) = [ r_1(x_k, y_k) \quad r_2(x_k, y_k) \quad \dots \quad r_N(x_k, y_k) ], \quad (2)$$

$$\mathbf{r} = [ \bar{\mathbf{r}}(1)^T \quad \dots \quad \bar{\mathbf{r}}(k)^T \quad \dots \quad \bar{\mathbf{r}}(K)^T ]^T. \quad (3)$$

De même nous notons pour  $m \in \{1, 2\}$  :

$$\bar{\mathbf{a}}^{(m)}(k, z) = [ a_1^{(m)}(x(k), y(k), z) \quad \dots \quad a_N^{(m)}(x(k), y(k), z) ]^T, \quad (4)$$

$$\mathbf{a}^{(m)}(z) = [ \bar{\mathbf{a}}^{(m)}(1, z) \quad \dots \quad \bar{\mathbf{a}}^{(m)}(k, z) \quad \dots \quad \bar{\mathbf{a}}^{(m)}(K, z) ] \quad (5)$$

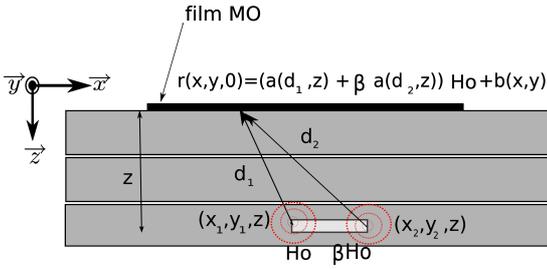


FIG. 4 – Le signal enregistré en un point du film MO résulte de la contribution de deux termes. Dans cette figure la distance euclidienne du point  $(x, y, 0)$  au point  $(x_m, y_m, z)$  est notée  $d_m$

Alors d'après notre modèle :

$$\mathbf{r} = (\mathbf{a}^{(1)}(z) + \beta \mathbf{a}^{(2)}(z)) H_0 + \mathbf{b}$$

et on notant  $\boldsymbol{\alpha}(z, \beta) = \mathbf{a}^{(1)}(z) + \beta \mathbf{a}^{(2)}(z)$ , nous obtenons :

$$\mathbf{r} = \boldsymbol{\alpha}(z, \beta) H_0 + \mathbf{b} \quad (6)$$

Le problème est ici d'estimer la profondeur  $z$  de la fissure à partir de l'observation  $\mathbf{r}$ ,  $\beta$  jouant le rôle d'un paramètre de nuisance. Afin de conserver un bon rapport signal sur bruit nous utiliserions l'information issue des pixels les plus proches des centres des sources  $(x_1, y_1)$  et  $(x_2, y_2)$ . L'intérêt du paramètre de nuisance est de pouvoir utiliser conjointement l'information issue des deux centres sources  $(x_1, y_1)$  et  $(x_2, y_2)$  d'une cartographie expérimentale en tenant compte de l'inhomogénéité spatiale.

## 4 l'algorithme MUSIC (Multiple Signal Classification)

Le modèle (6) se prête à l'utilisation d'un algorithme haute résolution tel que MUSIC [5]. Cet algorithme est basée sur une décomposition de la matrice de covariance  $\mathbf{R} = E[\mathbf{r}\mathbf{r}^H]$  de l'observation  $\mathbf{r}$  en deux sous espaces propres orthogonaux : le sous espace signal  $\mathbf{S}$  et le sous espace bruit  $\mathbf{B}$ .  $E[\cdot]$  désigne ici l'espérance mathématique. En notant  $\boldsymbol{\Lambda}_\mathbf{S}$  et  $\boldsymbol{\Lambda}_\mathbf{B}$  les matrices diagonales composées des valeurs propres correspondantes :

$$\mathbf{R} = \mathbf{S}\boldsymbol{\Lambda}_\mathbf{S}\mathbf{S}^H + \mathbf{B}\boldsymbol{\Lambda}_\mathbf{B}\mathbf{B}^H \quad (7)$$

. Le sous espace bruit est constitué par l'ensemble des vecteurs propres dominants. Afin d'estimer les paramètres  $z$  et  $\beta$  il nous suffit alors de tester l'orthogonalité du vecteur  $\boldsymbol{\alpha}(z, \beta)$  au sous espace-bruit par le biais du projecteur bruit  $\boldsymbol{\Pi}_\mathbf{B} = \mathbf{I} - \mathbf{S}(\mathbf{S}^H\mathbf{S})^{-1}\mathbf{S}^H$ . Dans le cadre de notre application nous estimons  $\mathbf{R}$  par  $\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{r}\mathbf{r}^H$  son rang est donc de 1, le sous espace signal étant de dimension 1, on a donc  $\mathbf{S} = \mathbf{r}$ . On peut alors en déduire le pseudo-spectre :

$$P(z, \beta) = \frac{\boldsymbol{\alpha}(z, \beta)\boldsymbol{\alpha}(z, \beta)^H}{\boldsymbol{\alpha}(z, \beta)^H (\mathbf{I} - \frac{\mathbf{r}\mathbf{r}^H}{\mathbf{r}^H\mathbf{r}}) \boldsymbol{\alpha}(z, \beta)} \quad (8)$$

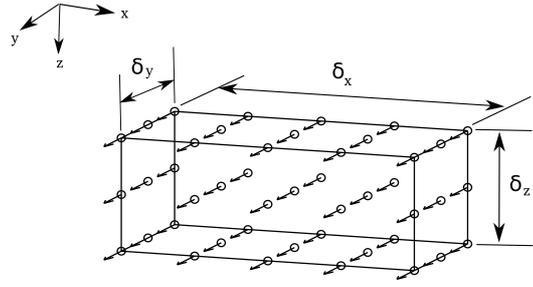


FIG. 5 – Nous modélisons la réponse d'une fissure par un réseau de sources ponctuelles de courant orientées dans le même sens. Les points sources sont distants de  $100 \mu\text{m}$ .

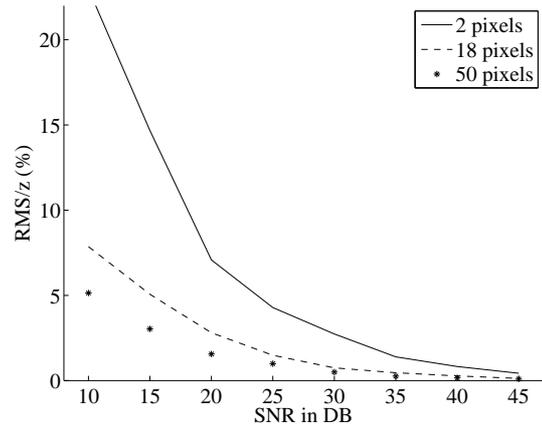


FIG. 6 – Calcul de l'erreur relative à partir du modèle DPSM sur 100 réalisations de l'estimation de la profondeur d'une fissure située à  $z = 1.8\text{mm}$ , d'épaisseur  $\delta_z = 1.2\text{mm}$ .

Nous obtenons ainsi une fonction à deux variables  $P(z, \beta)$  dont le maximum nous fournit une estimation  $(\hat{z}, \hat{\beta})$  des deux paramètres  $z$  et  $\beta$ .

## 5 Résultats issus de la simulation

Avant de concaténer l'observation de plusieurs pixels il faut d'abord vérifier que cela ne dégrade pas les performances de l'estimation, ce qui revient à s'interroger sur la pertinence du modèle introduit à l'équation (1). Pour cela nous proposons la simulation suivante, basée sur une modélisation DPSM [6] (Distributed Point Source Method) du problème : nous modélisons la réponse d'une fissure de dimensions  $\delta_x * \delta_y * \delta_z$  par un réseau de sources de courants uniformément orienté illustré par la figure 5. Ce modèle nous fournit l'expression du champ en surface (à  $z = 0$ ) résultant de la présence d'une fissure à la profondeur  $z$ , noté  $H_r(x, y, 0)$ , à la fréquence  $f_n$  :

$$H_r(x, y, 0) = \sum_i \frac{H_0}{R_i^2} e^{-jk_n R_i} [jk_n + \frac{1}{R_i}] (x - x_i) \quad (9)$$

où  $(x_i, y_i, z_i)$  représente la position de la  $i^{\text{ème}}$  source,  $R_i$  la distance euclidienne de la source  $i$  au point  $(x, y, 0)$ . Nous simulons alors la grandeur qui nous intéresse  $r_n(x, y)$  définie dans l'équation (1) par :

$$r_n(x, y) = \sum_i \left[ \frac{H_0}{R_i^2} e^{-jk_n R_i} \left[ jk_n + \frac{1}{R_i} \right] (x - x_i) \right] \cdot e^{-jk_n z_i}$$

Nous simulons cette fissure à une profondeur de 1.8 mm (soit la deuxième plaque dans notre dispositif) et nous traçons ensuite sur la figure 6 l'erreur relative commise lors de l'estimation en fonction du nombre de points retenus, et ce pour divers rapports signal à bruit. Nous calculons  $RMS = \sqrt{E[|z - \bar{z}|^2]}$ . Où  $\bar{z}$  est la moyenne empirique de la profondeur  $z$  estimée. Le rapport signal sur bruit est défini de la manière suivante :

$$RSB = 10 \log \left( \frac{\sum_{i=1}^N |r_i(x_1, y_1)|^2}{N \sigma_b^2} \right) \text{ où } \sigma_b \text{ est l'écart-type du bruit.}$$

Prendre plus de points, même en l'absence d'une solution analytique exacte pour le terme de propagation  $a_n(x, y, z)$  tend bien à augmenter la précision de l'estimation. Toutefois nous nous limiterons de manière empirique à 50 pixels, le temps de calcul devenant important et les observations plus bruitées lorsqu'on augmente le nombre de points étant donné que l'on s'écarte d'autant plus des maximums de la cartographie.

## 6 Résultats expérimentaux

La mise en oeuvre du dispositif expérimental décrit précédemment dans le paragraphe correspondant nous permet de confronter notre modèle avec des données réelles. La figure 7 illustre par exemple le résultat de l'estimation de la profondeur d'une fissure de dimensions  $\delta_x * \delta_y * \delta_z$ . Les images utilisées sont celles fournies par l'imageur, pour quatre positions différentes du défaut : en première, deuxième, troisième, quatrième et cinquième plaque. Nous appliquons l'algorithme MUSIC présenté précédemment à partir de 50 points issues de quatre cartographies à 400, 900, 1600 et 2500 Hz. Cette estimation nous permet ensuite de retrouver la plaque défectueuse. Au delà de la quatrième plaque les données deviennent trop bruitées, et le modèle, qui fait l'hypothèse d'un matériau massif, de plus en plus inexact.

## 7 Conclusion

Nous avons ici proposé une approche originale offrant une alternative aux techniques de classification couramment utilisées en CND pour localiser une plaque défectueuse dans un assemblage riveté. Le problème a été ramené à un problème de localisation classique en traitement d'antenne. Nous disposons maintenant du cadre général du traitement d'antenne pour pouvoir exploiter les cartographies issues de l'imageur MO, afin d'optimiser par exemple le jeu de fréquences choisi pour l'instant de manière empirique. De même l'utilisation de modèle DPSM ouvre des perspectives quand à la prise en compte de l'étendue de la source.

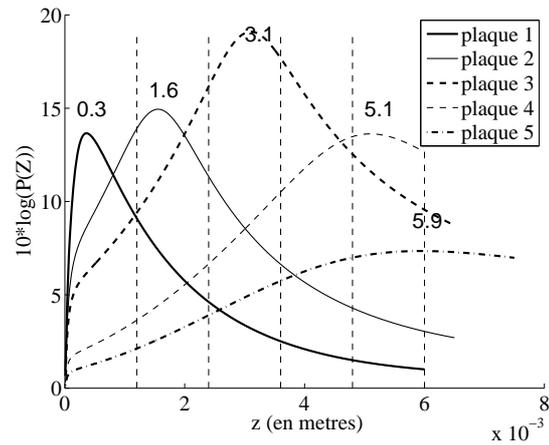


FIG. 7 – Pseudo-spectres selon  $z$  pour les cinq positions possibles de la fissure dans notre assemblage de plaques métalliques. Nous ne traçons ce pseudo-spectre qu'en fonction de  $z$ , le paramètre  $\beta$  étant à chaque fois estimé, nous traçons  $P(z, \hat{\beta})$

## Remerciements

Les auteurs remercient Yoann Le-Diraision et Dominique Placko pour leurs discussions fructueuses.

Cette étude est financée par la Région Ile-de-France dans le cadre du pôle de compétitivité SYSTEM@TIC PARIS-REGION (projet usine numérique).

## Références

- [1] D. Premel and P. Baussard. Eddy current evaluation of 3D flaws in flat conductive materials using a bayesian approach. *Inverse Problems*, pages 1873–1889, 2002. Special section on electromagnetic and ultrasonic.
- [2] F. Lingvall and T. Stepinski. Automatic detecting and classifying defects during eddy current inspection of riveted lap joints. *NDT & E International* 33(1), pages 47–55, 2000.
- [3] Zineb Mehel-Saidi, Gérard Bloch, and Patrice Aknin. A subspace method for detection and classification of rail defects. *EUSIPCO*, 2008.
- [4] P-Y. Joubert and J. Pinassaud. Linear magneto-optic imager for non destructive evaluation. *Sensors Actuators A.Phys* 129(1-2) :126-30, 2006.
- [5] R.O. Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE trans. on AP*, pages 281–290, 1986.
- [6] Dominique Placko and Tribikram Kundu. *DPSM for Modeling Engineering Problems*. Wiley, 2007.