

# Un Récepteur Itératif Correcteur de Saturation pour les Systèmes OFDM Codés

Romain DÉJARDIN, Maxime COLAS, Guillaume GELLÉ

Laboratoire CReSTIC - SysCom  
Université de Reims Champagne-Ardenne  
Moulin de la Housse, BP1039, 51687 Reims Cedex 2

romain.dejardin@univ-reims.fr, maxime.colas@univ-reims.fr, guillaume.gelle@univ-reims.fr

**Résumé** – Un nouveau récepteur itératif pour systèmes OFDM codés soumis au clipping à l'émission est présenté. Ici, les vraisemblances sur l'information binaire codée sont issues d'un détecteur dont la décision sous-optimale est basée sur un espace de signaux voisins des observations du canal. L'analyse des performances de l'algorithme montre l'efficacité de l'approche conjointement à la limitation de complexité, et ce sous la contrainte d'un écrêtement sévère.

**Abstract** – A new iterative fashion receiver is presented for clipped and coded OFDM systems. Here, soft information about code bits is provided by a suboptimal ML-based detector using a subset of signals in the channel observations neighbourhood. Furthermore, the performance analysis shows the efficiency of the approach even in limiting the algorithm complexity and under severe clipping ratio constraint.

## 1 Introduction

Les transmissions OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) se sont aujourd'hui imposées dans de nombreux standards de communications malgré leur implantation pourtant rendue difficile par le fort PAPR (peak-to-average power ratio) du signal. En effet, la modulation OFDM est bien connue pour produire des signaux dont les fluctuations de l'amplitude rendent leur amplification délicate. La littérature recense de nombreuses techniques permettant de limiter le PAPR du côté émetteur [1]. Ces méthodes nécessitent, pour la plupart, un traitement complexe ainsi que l'échange d'une information permettant au récepteur d'inverser le procédé.

L'écrêtement en amplitude, ou *clipping* [2], qui consiste à limiter l'enveloppe du signal avant son amplification, s'avère être une technique particulièrement simple et efficace. Il en résulte malgré tout d'importantes non-linéarités sur le signal OFDM liées à la déformation de son enveloppe. Si le bruit hors-bande généré par le clipping peut être aisément filtré à l'émission, le bruit situé dans la bande est malheureusement la source d'une réduction importante des performances de la transmission. Sa compensation est alors supportée par le récepteur, à l'instar de la technique DAR [3] qui a ouvert la voie à une famille d'algorithmes itératifs [4, 5, 6] travaillant directement sur le signal reçu, dans le domaine fréquentiel ou temporel. Cette correction est généralement aidée par l'information apportée par le décodeur de canal.

Contrairement à ces techniques orientées vers le traite-

ment du signal issu du canal, ce travail propose une approche nouvelle qui délivre une information souple sur la vraisemblance des bits de code. L'action du récepteur s'effectue alors uniquement sur l'information binaire par raffinement de ces vraisemblances. Le récepteur tire profit d'une structure à maximum de vraisemblance sous-optimale qui dispose d'un ensemble de signaux resimulés au voisinage des observations issues du canal pour parfaire sa décision. Le détecteur SML (suboptimal maximum likelihood) justifie son approche itérative en s'attachant à diminuer l'incertitude sur l'information binaire par échanges successifs avec le décodeur de canal.

## 2 Modélisation du système

Soient  $U, C \in \{0, 1\}$  des flux binaires respectivement non-codés et codés. Le mot de code  $C$  est de taille  $V$  et le code canal est de rendement  $R$ . Le système OFDM utilise  $N$  sous-porteuses  $X$  modulées par un symbole complexe issu d'une constellation  $\mathcal{S}$  de taille  $2^M$ ,  $M$  étant le nombre de bits par symbole de  $\mathcal{S}$ . Les opérations de clipping puis de filtrage du bruit hors-bande sont obtenues par suréchantillonnage du symbole OFDM dans le domaine fréquentiel [7]. Le symbole OFDM suréchantillonné par un facteur  $J$  est obtenu tel que :

$$\tilde{X} = \{X_0, \dots, X_{N-1}, \underbrace{0, \dots, 0}_{N(J-1)}\} \quad (1)$$

Puis par application de la transformée de Fourier discrète inverse (TFDI) sur  $JN$  échantillons,  $\tilde{\mathbf{x}} = \text{TFDI}_{JN}(\tilde{\mathbf{X}})$  :

$$\tilde{x}_k = \frac{1}{\sqrt{JN}} \sum_{n=0}^{JN-1} \tilde{X}_n e^{j2\pi \frac{nk}{JN}} \quad 0 \leq k < JN \quad (2)$$

La fonction de clipping limitant la dynamique de l'enveloppe de  $\tilde{\mathbf{x}}$  est telle que :

$$\tilde{x}_k^c = \begin{cases} \tilde{x}_k & |\tilde{x}_k| \leq A \\ Ae^{j\phi(\tilde{x}_k^{os})} & |\tilde{x}_k| > A \end{cases} \quad 0 \leq k < JN \quad (3)$$

Le filtrage est obtenu en conservant les  $N$  premiers éléments de  $\tilde{\mathbf{X}} = \text{TFD}_{JN}(\tilde{\mathbf{x}})$  dans le domaine fréquentiel :

$$\tilde{\mathbf{X}} = \{\tilde{X}_0, \dots, \tilde{X}_{N-1}, \underbrace{\tilde{X}_N, \dots, \tilde{X}_{JN-1}}_{\text{Bruit hors-bande}}\} \quad (4)$$

Enfin, le signal OFDM résultant du clipping et du filtrage est :

$$\tilde{x}_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{X}_n e^{j2\pi \frac{nk}{N}} \quad 0 \leq k < N \quad (5)$$

Dans l'équation 3, le seuil d'écèlement est fonction du taux de clipping ( $TC$ ) défini comme :

$$TC = 20 \log_{10}(A/\sigma_x) \text{ dB} \quad (6)$$

$\sigma_x^2 = \mathbb{E}(\mathbf{x}^2)$  étant la puissance du signal  $\mathbf{x}$ .

Dans la suite, nous noterons  $CF_{TC}^J(\cdot)$  l'opération d'écèlement et de filtrage, avec suréchantillonnage par un taux  $J$  et pour un taux de clipping  $TC$ , telle que  $\tilde{\mathbf{X}} = CF_{TC}^J(\mathbf{X})$ .

### 3 Récepteur itératif SML

Nous supposons que le symbole OFDM est pourvu d'un intervalle de garde de type préfixe cyclique d'une taille supérieure à la réponse impulsionnelle du canal. Le théorème de Bussgang [8] nous permet d'écrire après démodulation par TFD au récepteur que :

$$Y_n = \alpha X_n H_n + D_n H_n + W_n \quad 0 \leq n < N \quad (7)$$

Où le coefficient  $\alpha$  est un facteur d'atténuation dépendant du seuil d'écèlement tel que

$$\alpha = 1 - e^{-\left(\frac{A}{\sigma_x}\right)^2} + \sqrt{\pi} \frac{A}{2\sigma_x} \text{erfc}\left(\frac{A}{\sigma_x}\right) \quad (8)$$

$\mathbf{D}$  est le bruit de clipping décorrélié de  $\mathbf{X}$ .  $\mathbf{W}$  est un bruit additif blanc gaussien (BABG) de puissance  $\sigma_w^2 = \frac{N_0}{2}$  et les  $H_n$  sont les  $N$  coefficients issus de la TFD de la réponse impulsionnelle du canal.

#### 3.1 Détection sous-optimale à maximum de vraisemblance

Le principe du récepteur est de réduire l'incertitude sur la vraisemblance du mot de code. Cette information soule *a posteriori* est tirée d'un détecteur à maximum de

vraisemblance basé sur les observations du canal  $\mathbf{Y}$  ainsi que sur un ensemble de signaux  $\tilde{\mathbf{Y}}_q$ ,  $q \in [0, Q-1]$ . Ces derniers sont issus d'une étape de renversement des bits, ou *bit flipping*, générant  $Q$  mots construits à partir de la décision du décodeur de canal, suivie d'une resimulation de clipping. Le schéma bloc du récepteur est présenté sur la figure 1.

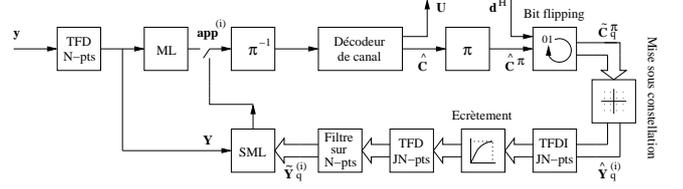


FIG. 1 – Diagramme du récepteur SML

Dans la suite, on note  $(\cdot)^\pi$  l'opérateur d'entrelassement. En absence d'*a priori* au récepteur sur le mot de code, la détection optimale des  $V$  bits du mot de code  $\mathbf{C}$  nécessite une recherche exhaustive parmi les  $Q = 2^V$  mots possibles  $\tilde{\mathbf{C}}_q^\pi$  telle que :

$$\hat{\mathbf{C}}^\pi = \arg \min_{\tilde{\mathbf{C}}_q^\pi} \left( \sum_{n=0}^{N-1} \|Y_n - H_n \tilde{Y}_{q,n}\|^2 \right) \quad (9)$$

Avec  $\tilde{\mathbf{Y}}_q$  les signaux issus de la resimulation du clipping et du filtrage à partir des mots de code  $\tilde{\mathbf{C}}_q^\pi$ .

Afin de faire usage de l'information apportée par le décodeur de canal et de réduire la complexité de cette recherche, nous proposons d'établir un ensemble réduit de séquences à l'aide d'une étape de bit flipping, comme présenté à la figure 1. Le bit flipping utilise comme *a priori* l'information décidée  $\hat{\mathbf{C}}^\pi$  provenant du décodeur de canal, ce qui rend possible l'utilisation d'un décodeur de canal de type Viterbi. Les mots  $\tilde{\mathbf{C}}_q^\pi$  sont alors construits en cherchant, pour chaque groupe  $\frac{V}{M}$  de  $M$  bits de  $\hat{\mathbf{C}}^\pi$ , le symbole  $S \in \mathcal{S}$  dont l'étiquetage déplace le mot  $\hat{\mathbf{C}}^\pi$  d'une distance de Hamming  $\mathbf{d}^H$ . Notons que le bit flipping n'est pas contraint à produire un mot de code existant mais uniquement un ensemble de mots satisfaisant  $\mathbf{d}^H < M$ . Le nombre de mots  $\tilde{\mathbf{C}}_q^\pi$  alors construits est  $Q = \frac{V}{M} \sum \mathbf{d}^H \binom{M}{\mathbf{d}^H}$ . L'approche est donc appelée sous-optimale. Compte tenu du modèle de l'équation 7, le clipping est une opération sans mémoire, *i.e.*  $Pr(Y_n|\mathbf{X}) = Pr(Y_n|X_n)$ . Les probabilités *a posteriori* du mot de code entrelacé  $\mathbf{C}^\pi$  sont :

$$\begin{aligned} Pr(\mathbf{C}_v^\pi = a|\mathbf{Y}) &\propto Pr(\mathbf{Y}|\mathbf{C}_v^\pi = a) \\ &\propto \sum_{X_n} Pr(\mathbf{Y}|X_n) Pr(X_n|\mathbf{C}_v^\pi = a) \\ &\propto \sum_{X_n|\mathbf{C}_v^\pi = a} Pr(\mathbf{Y}|X_n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\propto p(\mathbf{Y}_{1 \rightarrow n-1, n+1 \rightarrow N-1}) \sum_{X_n | C_v^\pi = a} p(Y_n | X_n) \\
&\propto \sum_{X_n | C_v^\pi = a} p(Y_n | X_n) \\
&\propto \sum_{X_n | C_v^\pi = a} \exp\left(-\frac{|Y_n - CF_{TC}^J(X_n)|^2}{N_0}\right)
\end{aligned}$$

La prise en compte de l'information issue du décodeur permet de réduire l'étendue de la somme selon :

$$Pr(C_v^\pi = a | \mathbf{Y}) \approx \sum_{X_{q,n} | C_v^\pi = a} \exp\left(-\frac{|Y_n - \tilde{Y}_{q,n}|^2}{N_0}\right) \quad (10)$$

Avec  $a = \{0, 1\}$ ,  $v \in [0, V - 1]$  la position du bit dans le mot  $C^\pi$  et  $N_0 = 2\sigma_w^2$ .

### 3.2 Algorithme du récepteur

L'algorithme de décision souple itérative par détecteur SML est :

1. Initialiser le compteur d'itération  $i = 0$  et établir une décision  $a$  *a posteriori* telle que :

$$app_a^{(0)} \propto \sum_{S_m | C_v^\pi = a} \exp\left(-\frac{|Y_n - \alpha H_n S_m|^2}{N_0}\right) \quad (11)$$

Avec  $a = \{0, 1\}$  et  $S_m | C_v^\pi$  les symboles  $S_m$  de la constellation  $\mathcal{S}$  étiquetés par le bit  $C_v^\pi = a$ .

2. Désentrelacer les probabilités  $app^{(i)}$ . Donner une nouvelle décision  $a$  *a posteriori*  $\hat{C}$  grâce au décodeur de canal et l'entrelacer comme  $\tilde{C}^\pi$ .
3. Pour chaque distance de Hamming  $d^H$ , renverser les bits concernés et construire les  $Q$  mots  $\tilde{C}_q^\pi$ .
4. Mettre sous constellation les mots  $\tilde{C}_q^\pi$  et procéder au clipping et filtrage connaissant le paramètre  $TC$  à l'émetteur.
5. Obtenir une nouvelle information souple  $a$  *a posteriori* sur le mot de code  $C^\pi$  basée sur la détection SML de l'équation 10 :

$$app_a^{(i+1)} = Pr(C_v^\pi = a | \mathbf{Y}) \quad (12)$$

6. Passer le compteur d'itérations  $i = i + 1$  et retourner à l'étape 2.

## 4 Résultats numériques

La performance du récepteur SML est étudiée pour des transmissions non-codée et codée sur canaux gaussien et sélectif en fréquence. Les simulations utilisent  $N = 64$  sous-porteuses modulées par une constellation 16-QAM et le taux de clipping est considéré à  $TC = 1$ dB. La transmission codée utilise un code canal convolutif à 4 états de rendement  $R = \frac{1}{2}$  et de polynôme générateur  $(1, \frac{5}{7})_8$ .

La longueur du mot de code  $C$  est  $V = 1024$  bits. La puissance du bruit gaussien est déduite du rapport :

$$E_b/N_0 = \frac{\sigma_{\tilde{x}}}{2R\sigma_w^2 M} \quad (13)$$

Nous restreignons volontairement le jeu de distances de Hamming  $d^H$ . Puisque la constellation est étiquetée selon un code de Gray, nous admettons que la dispersion des symboles sur les sous-porteuses à la réception correspond au maximum à une distance  $d^H = 1$ . La complexité de l'algorithme SML est alors fortement réduite à la constitution d'un ensemble de taille  $Q = 1024$ .

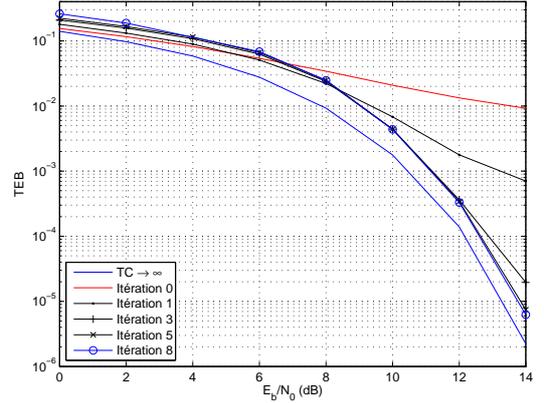


FIG. 2 – Performance du récepteur SML pour OFDM non-codée sur canal BABG.  $N = 64$ ,  $J = 4$ ,  $TC = 1$ dB,  $d^H = 1$ .

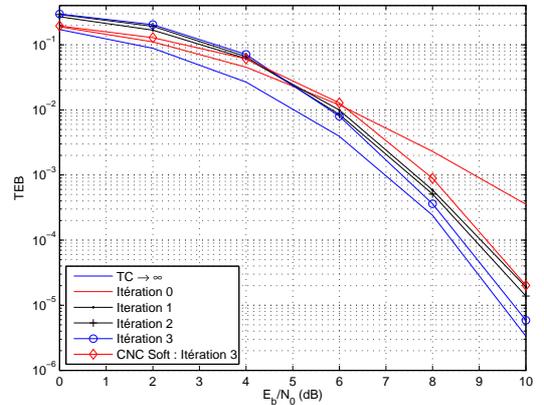


FIG. 3 – Performance du récepteur SML pour OFDM codée sur canal BABG.  $N = 64$ ,  $J = 4$ ,  $TC = 1$ dB,  $d^H = 1$ . Comparaison avec la méthode CNC soft [9].

La figure 2 montre la performance du récepteur SML pour une transmission non-codée sur canal BABG. Ici, les probabilités  $a$  *a posteriori* entrelacées issues du décodeur de canal  $\tilde{C}^\pi$  sont remplacées par celles issues de l'équation 11. Le comportement itératif du récepteur est assuré jusqu'à

la huitième itération pour laquelle le recouvrement de la performance de la transmission est à moins de 0,5dB du cas sans clipping ( $TC \rightarrow \infty$ ) à un taux d'erreur binaire  $TEB = 10^{-5}$ .

La performance du récepteur pour transmission codée sur BABG est montrée en figure 3. Ici, la dégradation du TEB est de moins de 0,3dB à la troisième itération, ce qui montre l'efficacité de la méthode sous-optimale proposée restreinte à une distance  $d^H = 1$ . Après la troisième itération, la performance n'est plus améliorée. Une comparaison est également établie avec le récepteur CNC soft [9] dérivé de [5]. Ce récepteur agit par estimation et annulation directe du bruit de clipping et converge après trois itérations. Sa performance, pourtant en dessous de 1dB d'écart au cas linéaire, est largement surpassée par le SML qui assure un gain relatif de plus de 0,5dB.

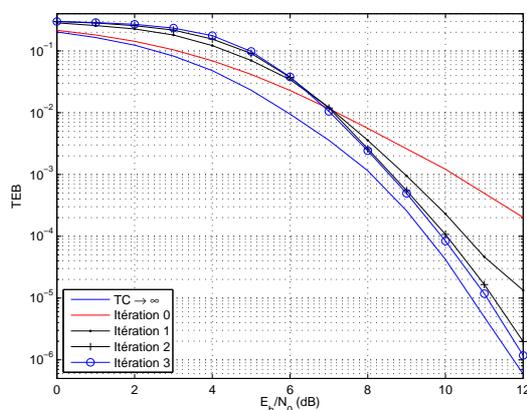


FIG. 4 – Performance du récepteur SML pour OFDM codée sur canal STVFS.  $N = 64$ ,  $J = 4$ ,  $TC = 1$ dB,  $d^H = 1$ .

Sur canal sélectif en fréquence le récepteur montre la même efficacité. La modélisation utilisée est le canal COST 259 STVFS (slow-time varying frequency-selective) dont la réponse impulsionnelle est définie par  $\mathcal{N}(0, e^{-\beta l})$  avec  $l \in [0 L - 1]$  la taille de cette réponse. Le canal est supposé parfaitement connu au récepteur et la taille du préfixe cyclique supérieure à  $L$ . La figure 4 montre que la détection SML limite la dégradation de la transmission également à moins de 0,3dB du cas linéaire pour un  $TEB = 10^{-5}$ dB.

## 5 Conclusion

Une nouvelle approche par décision itérative sous-optimale de vraisemblance de l'information binaire a été présentée. Elle est basée sur un ensemble de signaux voisins des observations issues du canal et sur un détecteur à maximum de vraisemblance.

La convergence de l'algorithme est fortement liée au

renversement du mot de code estimé par le décodeur de canal et à la taille de l'espace des signaux resimulés. Dans certaines conditions, la complexité liée à la construction de ces derniers rend impossible l'application du récepteur. Les performances données ici sont restreintes à une complexité raisonnable mais montrent pourtant l'efficacité de l'approche. Le récepteur a également besoin que l'étape de décodage de l'information binaire ait complètement convergé afin d'être appliquée, ce qui peut rendre délicate la cohabitation entre détecteur SML et codes itératifs.

Néanmoins, le récepteur SML semble être une approche prometteuse puisqu'elle surpasse les autres méthodes disponibles dans la littérature en s'approchant très fortement du cas d'un système linéaire. De nouvelles prospections pourront être alors engagées afin d'entrevoir l'utilisation de l'information *a posteriori* délivrée par le détecteur SML comme information *extrinsèque* dans des approches de type *turbo*.

## Références

- [1] S. H. Han and J. H. Lee. *An overview of peak-to-average power ratio reduction techniques for multi-carrier transmission*. IEEE Wireless Commun., pages 56-65, Apr. 2005.
- [2] D. J. G. Mestdagh, P. M. P. Spruyt et B. Biran. *Effect of amplitude clipping in DMT-ADSL transceivers*. Elect. Lett., **29** :1354-1355, July 1993.
- [3] D. Kim et G. L. Stuber. *Clipping noise mitigation for OFDM by decision aided reconstruction*. IEEE Commun. Lett., **3**(1) :4-6, Jan. 1999.
- [4] J. Tellado, L. M. C. Hoo, and J. M. Cioffi. *Maximum likelihood detection of nonlinearly distorted multicarrier symbols by iterative decoding*. GLOBECOM'99, CA, USA, volume 5, pages 2493-2498, 1999.
- [5] H. Chen et A.M. Haimovich. *Iterative estimation and cancellation of clipping noise for OFDM signals*. IEEE Commun. Lett., **7** :305-307, Juil. 2003.
- [6] R. AliHemmati, P. Azmi, and F. Marvasti. *OFDM clipping distortion compensation using an iterative method*. IEEE VTC'05, volume 1, pages 444-447, Sep. 2005.
- [7] H. Ochiai and H. Imai. *Performance analysis of deliberately clipped OFDM signals*. IEEE Trans. Commun., **50**(1) :89-101, Jan. 2002.
- [8] D. Dardari, V. Tralli and A. Vaccari. *A theoretical characterization of nonlinear distortion effects in OFDM systems*. IEEE Trans. Commun., **48**(10) :1755-1764, Oct. 2000.
- [9] R. Déjardin, M. Colas et G. Gellé. *On the iterative mitigation of clipping noise for COFDM transmissions*. Eur. Trans. Telecomms., **19** :791-800, Sep. 2008.