

Un algorithme EM-UKF pour la calibration de capteurs inertiels dans un contexte d'hybridation avec le GPS

Frédéric FAURIE, Audrey GIREMUS, Vincent CORRETJA

IMS - Université Bordeaux I, 351 cours de la Libération Cedex F 33405 Talence
{frederic.faurie, audrey.giremus, vincent.corretja}@ims-bordeaux.fr

Résumé – Cette communication traite de l'hybridation d'une centrale inertielle avec un GPS pour estimer la trajectoire d'un mobile et plus précisément de la calibration des erreurs systématiques affectant les capteurs inertiels. Classiquement, celles-ci sont estimées par filtrage de Kalman ou filtrage particulaire conjointement au mouvement du mobile. Cependant, comme elles ne varient pas au cours du temps, nous proposons une approche alternative fondée sur un algorithme de type Expectation-Maximisation (EM), couplé à un filtre de Kalman sans parfum pour résoudre le problème de localisation. Pour éviter des problèmes de conditionnement lors de l'étape de maximisation, le vecteur des biais capteur à estimer est partitionné en deux vecteurs qui sont estimés alternativement par l'EM.

Abstract – This paper deals with the hybridization of GPS with an Inertial Navigation System and more precisely with the calibration of inertial sensor errors. Classically, a Kalman filter or a particle filter are used to estimate jointly the sensor biases and the mobile location. However, since these biases are time-invariant, we propose a new algorithm based on an Expectation-Maximization (EM) approach to estimate these errors coupled with an Unscented Kalman filter to solve the navigation problem. To avoid matrix condition number problem during the maximization step, we split the bias vector in two parts and we estimate them alternately using the algorithm EM.

1 Introduction

Les systèmes de navigation par satellite tels que le GPS ou prochainement Galileo connaissent un engouement croissant et trouvent des applications aussi bien stratégiques que grand public. Si la sécurité de biens ou de personnes est engagée, comme en aviation civile, la précision du GPS est insuffisante pour qu'il soit certifié comme moyen principal de navigation. Une solution consiste à le coupler à d'autres capteurs. Nous nous intéressons dans ce papier à l'hybridation du GPS avec une centrale inertielle (CI) afin de fournir une estimation à la fois plus robuste et plus précise de la position. En effet, les capteurs inertiels mesurent des accélérations et vitesses angulaires qui sont ensuite intégrées pour estimer le mouvement du mobile dans un repère de référence, dit repère de navigation. Ainsi, les erreurs systématiques affectant ces capteurs conduisent à une dérive progressive de la position estimée au cours du temps. Cependant, une centrale inertielle bien calibrée est très précise à court terme. Le GPS présente par contre une erreur bornée au cours du temps. Il peut donc être mis à profit pour recalibrer la CI. Le système hybride GPS/CI bénéficie ainsi conjointement de la précision à court terme de la CI et de la précision à long terme du GPS. Classiquement, le couplage est réalisé en mettant à profit les données GPS pour estimer les erreurs d'estimation et les biais capteur de la CI. Ils sont en effet plus faciles à estimer que le mouvement du mobile car de dynamique plus lente. Le problème d'estimation à résoudre étant non linéaire, différents filtres d'hybridation ont été appliqués parmi lesquels le filtre de Kalman étendu (EKF pour Extended Kalman Filter en anglais) [1], le filtre particulaire [2] ou encore le filtre de Kalman sans

parfum (UKF pour Unscented Kalman Filter en anglais) [3] qui offre un bon compromis précision/coût calculatoire. Dans cette étude, nous nous intéressons plus particulièrement aux erreurs de calibration affectant les capteurs inertiels. Comme elles ne varient pas au cours du temps, nous proposons une nouvelle approche pour les estimer, fondée sur l'algorithme Expectation-Maximisation (EM), introduit par [4] et dédié à l'estimation de paramètres constants. Il est ici couplé à un UKF utilisant les biais capteurs estimés pour calculer la solution hybride GPS/CI au problème de navigation. Il est à noter que des approches associant un EKF avec un algorithme de type EM ont été mises en oeuvre par exemple dans [5] mais pour estimer les matrices de covariance du bruit de mesure ou d'état.

La suite de cette communication s'organise en 5 parties. Tout d'abord, nous présentons dans une deuxième partie le modèle d'hybridation GPS/CI utilisé. La partie 3 est consacrée à l'algorithme EM-UKF développé. Dans la partie 4, des résultats de simulation permettent de démontrer la validité de l'approche proposée. Enfin, la dernière partie présente conclusions et perspectives.

2 Modèle d'hybridation

Nous présentons succinctement dans cette partie la représentation dans l'espace d'état décrivant l'hybridation dite serrée du GPS et d'une CI. Nous considérons une CI dite à composants liés, c'est-à-dire que les capteurs sont soumis au mouvement de l'utilisateur.

Le modèle d'état décrit l'évolution des erreurs affectant les sorties de la CI au cours du temps. Afin d'introduire ce mo-

dèle, il convient de présenter le principe d'une CI. Une CI est fondée sur 3 accéléromètres mesurant l'accélération inertielle non gravitationnelle qui est intégrée à deux reprises pour obtenir la vitesse puis la position du mobile. Cependant, différents changements de repères et de référentiels doivent être appliqués pour rendre les données directement exploitables par l'utilisateur. A cet effet, trois gyromètres mesurent la vitesse de rotation instantanée de la plateforme capteurs par rapport au repère inertiel¹. Après intégration, ces mesures permettent d'obtenir les angles d'attitude décrivant l'orientation du mobile dans l'espace et de calculer les matrices de changement de repère nécessaires au traitement des sorties accélérométriques. La présence de biais entachant les mesures des accéléromètres et des gyromètres entraîne une erreur d'estimation de la position, de la vitesse et de l'attitude du mobile qui croît au cours du temps. Pour obtenir les équations de propagation de ces erreurs inertielles, il suffit de différencier au premier ordre les équations différentielles reliant les sorties capteurs aux paramètres de mouvement estimés par la CI. Le modèle d'état prend alors la forme :

$$X_t = A_t X_{t-1} - C_t \Theta + G_t w_t, \quad (1)$$

où le vecteur d'état à l'instant t vérifie $X_t = [\delta v_t, \delta \rho_t, \delta p_t]^T$ avec δv_t l'erreur d'estimation de la vitesse par rapport au repère géocentrique², $\delta \rho_t$ l'erreur d'estimation de l'attitude et δp_t l'erreur d'estimation de la position en termes de latitude, longitude et altitude. De plus, w_t est un bruit blanc gaussien de covariance identité, le vecteur $\Theta = [ba_0^T, bg_0^T]^T$ est formé des biais initiaux affectant les mesures des accéléromètres d'une part et des gyromètres d'autre part, et on définit $Q_t = G_t G_t^T$ la matrice de covariance du bruit d'état. L'expression des matrices A_t , C_t et G_t est fournie dans de nombreuses publications dédiées aux centrales inertielles dont [1].

Le modèle de mesure relie les erreurs d'estimation inertielles aux données GPS. Le GPS est fondé sur la mesure du temps de propagation de signaux émis par les satellites GPS et captés par un récepteur embarqué à bord du mobile. Chaque temps de propagation est multiplié par la vitesse de la lumière pour obtenir une mesure de la distance séparant le mobile du satellite émetteur. Du fait des erreurs entachant ces mesures, dont un retard lié à la dérive de l'horloge récepteur par rapport au temps de référence GPS, elles sont appelées pseudo-distances. Pour estimer la position du mobile et ce biais d'horloge noté b_t (qui doit être ajouté au vecteur état X_t), quatre mesures sont donc nécessaires. Dans un contexte d'hybridation serrée, elles sont directement utilisées pour estimer les erreurs inertielles. L'équation de mesure associée s'écrit :

$$Y_t = h_t(X_t) + \varepsilon_t, \quad (2)$$

où ε_t est un bruit blanc gaussien de matrice de covariance R_t , Y_t est le vecteur d'observation constitué de N pseudo-distances

1. Le repère inertiel a pour origine le centre de la Terre, ses axes pointent vers les étoiles et son axe Z est l'axe de rotation de la Terre.

2. Le repère géocentrique est fixe par rapport à la Terre. Il est obtenu à partir du repère inertiel par une rotation d'axe Z et de vitesse angulaire la vitesse de rotation de la Terre. L'axe X est donné par l'intersection du plan équatorial et du plan contenant le méridien de Greenwich.

provenant des N satellites en ligne de vue du récepteur à l'instant t et la $i^{\text{ème}}$ composante de h_t correspond à la distance géométrique séparant le mobile du $i^{\text{ème}}$ satellite, perturbée par le biais d'horloge. Elle s'exprime de la façon suivante : $h_t^i(X_t) = \|r_t - r_t^i\| + b_t$, où r_t et r_t^i désignent la position en coordonnées cartésiennes du mobile et du $i^{\text{ème}}$ satellite, respectivement. Le vecteur r_t dépend non linéairement de l'erreur de position inertielle via une fonction g : $r_t = g(p_t^{\text{INS}} + \delta p_t)$ où le vecteur p_t^{INS} représente la position estimée par la CI.

Notre objectif est de coupler un UKF pour l'estimation du vecteur d'état X_t avec un algorithme EM pour approcher la valeur des paramètres constants ba_0 et bg_0 . Le prochain paragraphe présente notre contribution : l'algorithme UKF-EM.

3 Algorithme proposé

L'algorithme proposé consiste à appliquer itérativement l'algorithme EM pour mettre à jour l'estimation des paramètres ba_0 et bg_0 et un UKF pour estimer le vecteur X_t conditionnellement aux nouvelles valeurs des biais capteurs. Par la suite, nous utilisons l'indice t pour faire référence au temps et l'exposant k pour indiquer la $k^{\text{ème}}$ itération de l'algorithme UKF-EM. Une itération de l'algorithme met ainsi à profit T mesures GPS Y_1, \dots, Y_T . De plus, nous notons $E_{1:t} = E_1, \dots, E_t$ où E_k est un vecteur.

3.1 Estimation des biais capteurs

L'algorithme EM vise à calculer une estimation du vecteur de paramètres, notée $\hat{\Theta}$, au sens du maximum de vraisemblance.

$$\hat{\Theta} = \arg \max_{\Theta} \log p(Y_{1:T} | \Theta). \quad (3)$$

Or, cette vraisemblance est difficile à évaluer car les pseudo-distances $\{Y_t\}_{t \geq 0}$ ne dépendent pas explicitement de Θ . L'algorithme EM est donc une technique de maximisation itérative de la vraisemblance (3) où l'estimation des paramètres à la $k^{\text{ème}}$ itération s'obtient par maximisation de la quantité intermédiaire :

$$\mathcal{L}^k(\Theta) = \int \log p(X_{0:T}, Y_{1:T} | \Theta) p(X_{0:T} | Y_{1:T}, \hat{\Theta}^{k-1}) dX_{0:T}, \quad (4)$$

où $\hat{\Theta}^{k-1}$ est l'estimé de Θ à l'itération $k-1$. Il a été prouvé qu'augmenter $\mathcal{L}^k(\Theta)$ conduit à augmenter $\log p(Y_{1:T} | \Theta)$. L'algorithme EM procède en deux étapes. La première étape, ou étape E, consiste à calculer $\mathcal{L}^k(\Theta)$. Dans notre cas, on exprime $\log p(X_{0:T}, Y_{1:T} | \Theta)$ comme suit :

$$\log p(X_{0:T}, Y_{1:T} | \Theta) = K_1 - \frac{1}{2} \left[q(X_0; \bar{X}_0, P_0) + \sum_{l=1}^T q(X_l; A_l X_{l-1} - C_l \Theta, Q_l) + \sum_{l=1}^T q(Y_l; h_l(X_l), R_l) \right], \quad (5)$$

avec $q(a; \bar{a}, P_a) = (a - \bar{a})^T P_a^{-1} (a - \bar{a})$, K_1 une constante indépendante de Θ , \bar{X}_0 la valeur du vecteur d'état à l'initialisation et P_0 sa matrice de covariance.

En remplaçant la log-vraisemblance par son expression (5) dans (4), on peut écrire :

$$\mathcal{L}^k(\Theta) = -\frac{1}{2} \left(\sum_{l=1}^T \Theta^T C_l Q_l^{-1} C_l \Theta + 2\Theta^T C_l^T \times Q_l^{-1} \left(\widehat{X}_{l|T}^{k-1} - A_l \widehat{X}_{l-1|T}^{k-1} \right) \right) + K_2, \quad (6)$$

avec K_2 une constante indépendante de Θ et $\widehat{X}_{l|T}^{k-1} = E \left[X_l | Y_{1:T}, \widehat{\Theta}^{k-1} \right]$ l'estimation lissée de X_l à partir des mesures $Y_{1:T}$ calculée par l'UKF. Son expression est donnée dans la partie 3.2.

Puis, l'étape M consiste à prendre le maximum de cette quantité par rapport à Θ . La solution exacte à cette maximisation peut être calculée en différenciant l'équation (6) :

$$\widehat{\Theta}^k = M_k^{-1} \sum_{l=1}^T C_l^T Q_l^{-1} \left(A_l \widehat{X}_{l-1|T}^{k-1} - \widehat{X}_{l|T}^{k-1} \right), \quad (7)$$

avec $M_k = \sum_{l=1}^T C_l^T Q_l^{-1} C_l$. Cependant, nous avons observé que l'inversion de la matrice M_k pose généralement des problèmes de conditionnement. Pour contourner cette difficulté, nous proposons de traiter alternativement l'estimation des biais ba_0 et bg_0 en maximisant $\mathcal{L}^k(\Theta)$ soit par rapport à ba_0 avec bg_0 égal à sa dernière estimation, soit le contraire une itération sur deux. Il convient de noter que cette approche ne compromet pas les bonnes propriétés de convergence de l'EM.

3.2 Estimation de la position

Dans cette partie, nous présentons l'algorithme UKF utilisé pour estimer la position du mobile. À l'itération $k+1$ de l'EM-UKF, les biais capteur sont supposés égaux à leurs valeurs estimées par l'EM à la $k^{\text{ème}}$ itération. L'UKF a été proposé récemment [6] comme une alternative à l'EKF pour estimer le vecteur d'état de modèles non linéaires gaussiens. Comparé à l'EKF qui est précis au premier ordre, l'UKF est précis au second ordre pour une complexité calculatoire équivalente. L'UKF, tout comme l'EKF, approche la distribution du vecteur d'état sachant les mesures $p \left(X_t | Y_{1:t}, \widehat{\Theta}^k \right)$ par une distribution gaussienne. Cependant, il s'affranchit de l'étape de linéarisation et estime directement la moyenne et la covariance de cette distribution en utilisant la transformée sans parfum (UT pour Unscented Transform en anglais). L'UT est une méthode d'échantillonnage déterministe permettant d'estimer les statistiques d'une variable gaussienne subissant une transformation non linéaire. L'UKF consiste à appliquer récursivement l'UT pour mettre à jour l'estimé du vecteur état de la façon suivante.

À l'instant t , la distribution *a posteriori* $p \left(X_t | Y_{1:t}, \widehat{\Theta}^k \right)$ du vecteur d'état X_t , de dimension L , est supposée décrite par $2L+1$ échantillons, appelés sigma-points, notés $\{\chi_{t|t}^i\}_{i \in [0, 2L]}$ et définis comme suit :

$$\chi_{t|t}^i = \widehat{X}_{t|t}^k + \gamma(i) \left(\sqrt{P_{t|t}} \right)^{l(i)}, \quad \text{pour } i \in [0, 2L], \quad (8)$$

où $\gamma(\cdot)$ est une fonction qui vaut 0 si $i = 0$, 1 si $i \in [1, L]$ et -1 si $i \in [L+1, 2L]$. $\gamma(i)$ est un paramètre d'échelle qui détermine la dispersion des points autour de l'estimation du vecteur d'état *a posteriori* $\widehat{X}_{t|t}^k$ [6] et $\left(\sqrt{P_{t|t}} \right)^{l(i)}$ désigne la $l(i)^{\text{ème}}$ colonne de la racine carrée de la matrice de covariance $P_{t|t}$ associée à $\widehat{X}_{t|t}^k$. Enfin, $l(\cdot)$ est une fonction qui prend la valeur i si $i \in [0, L]$ et $i-L$ si $i \in [L+1, 2L]$.

L'UKF procède en 2 étapes. Tout d'abord, les sigma-points caractérisant la distribution du vecteur d'état sont propagés à travers l'équation d'état. Ainsi :

$$\chi_{t+1|t}^i = A_{t+1} \chi_{t|t}^i - C_{t+1} \widehat{\Theta}^k, \quad \text{pour } i \in [0, 2L]. \quad (9)$$

Les sigma-points sont ensuite utilisés pour estimer empiriquement le vecteur d'état X_t et sa matrice de covariance à l'étape de prédiction :

$$\widehat{X}_{t+1|t}^k = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \chi_{t+1|t}^i, \quad (10)$$

$$P_{t+1|t} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} \delta \chi_{t+1|t}^i \left(\delta \chi_{t+1|t}^i \right)^T + Q_t, \quad (11)$$

avec $\delta \chi_{t+1|t}^i = \chi_{t+1|t}^i - \widehat{X}_{t+1|t}^k$, $W_i^{(m)}$ et $W_i^{(c)}$ les poids du sigma-point i associés respectivement au calcul de la moyenne et à celui de la covariance. Leur expression est donnée par exemple dans [6]. Les sigma-points sont ensuite propagés à travers de l'équation de mesure avec l'équation (12) de façon à capturer les statistiques de la distribution *a posteriori* du vecteur d'observation $p \left(Y_{t+1} | Y_{1:t}, \widehat{\Theta}^k \right)$:

$$\Upsilon_{t+1|t}^i = h_{t+1} \left(\chi_{t+1|t}^i \right), \quad (12)$$

$$\widehat{Y}_{t+1|t} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \Upsilon_{t+1|t}^i, \quad (13)$$

$$P_{Y_{t+1} Y_{t+1}}^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} \delta \Upsilon_{t+1|t}^i \left(\delta \Upsilon_{t+1|t}^i \right)^T + R_{t+1}, \quad (14)$$

où $\widehat{Y}_{t+1|t}$ et $P_{Y_{t+1} Y_{t+1}}^-$ désignent respectivement la moyenne et la matrice de covariance de cette distribution et $\delta \Upsilon_{t+1|t}^i = \Upsilon_{t+1|t}^i - \widehat{Y}_{t+1|t}$. Finalement, l'étape de mise à jour de l'UKF permet d'obtenir une estimation de la moyenne et de la covariance de $p \left(X_{t+1} | Y_{1:t+1}, \widehat{\Theta}^k \right)$:

$$\widehat{X}_{t+1|t+1}^k = \widehat{X}_{t+1|t}^k + K_{t+1} \left(Y_{t+1} - \widehat{Y}_{t+1|t} \right), \quad (15)$$

$$P_{t+1|t+1} = P_{t+1|t} - K_{t+1} P_{Y_{t+1} Y_{t+1}}^- K_{t+1}^T, \quad (16)$$

$$\text{avec } K_{t+1} = P_{X_{t+1} Y_{t+1}} \left(P_{Y_{t+1} Y_{t+1}}^- \right)^{-1},$$

$$P_{X_{t+1} Y_{t+1}} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} \delta \chi_{t+1|t}^i \left(\delta \Upsilon_{t+1|t}^i \right)^T.$$

Afin d'obtenir les estimations lissées du vecteur d'état, notées $\widehat{X}_{l|T}^k$, nous appliquons les équations de Rauch-Tung-Striebel

pour l'UKF (17-18). Pour plus de détails, le lecteur peut se référer à [6].

$$\hat{X}_{l|T}^k = \hat{X}_{l|l}^k + J_l \left(\hat{X}_{l+1|T}^k - \hat{X}_{l+1|l}^k \right), \quad (17)$$

$$\text{avec } J_l = P_{l|l} A_l^T (P_{l+1|l})^{-1}. \quad (18)$$

Dans la section suivante, nous présentons des résultats de simulation validant notre approche.

4 Résultats de simulation

Nous comparons ici les performances des algorithmes hybrides EM-UKF et EM-EKF en termes d'estimation de biais capteur et d'erreur de position horizontale. L'EM-EKF, contrairement à l'EM-UKF, estime le vecteur d'état par un EKF. Nos algorithmes ont été testés sur des données capteurs simulées pour une trajectoire de 510 s correspondant à un décollage d'avion. Les valeurs des biais capteur introduits sont 5.10^{-2} m/s² et 5.10^{-5} rad/s sur les 3 axes des accéléromètres et gyromètres, respectivement. Les écart-types des bruits capteur correspondants sont 1.10^{-3} m/s² et 1.10^{-6} rad/s, respectivement. Les données GPS ont été simulées pour un bruit standard de 8 m. Les figures 1 et 2 montrent qu'environ 1500 itérations de l'EM sont nécessaires pour que l'algorithme EM-UKF converge sur les valeurs réelles de b_{a0} et b_{g0} en considérant une initialisation de ces derniers à une valeur dix fois plus élevée que leurs valeurs réelles. Les résultats moyennés reportés dans le tableau 1 ont été obtenus à partir de 50 réalisations différentes du bruit perturbant les données GPS. Nous pouvons observer que l'EM-UKF estime en moyenne correctement les biais capteur avec une covariance très faible, tandis que l'EM-EKF ne parvient pas à estimer correctement les biais. Les résultats dépendent cependant du nombre de points de la trajectoire sur lesquels l'EM est appliqué. En effet, nous avons observé que selon le mouvement du mobile, certaines composantes du vecteur d'état peuvent ne pas être observables. L'EKF semble plus sensible à ce problème que l'UKF. De plus, nous observons que l'EM-EKF diverge et a donc une erreur quadratique moyenne (EQM) élevée tandis que celle de l'EM-UKF reste raisonnable.

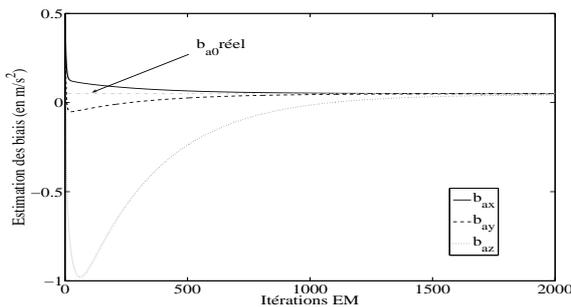


FIG. 1: Estimation de b_a

5 Conclusions et Perspectives

Dans le contexte d'hybridation GPS/CI, nous avons développé un nouvel algorithme composé d'un EM pour estimer alternativement les biais accélérométriques et gyrométriques, associé à un UKF pour estimer les erreurs de navigation inertielle.

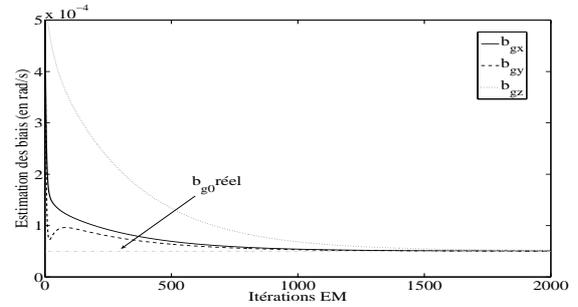


FIG. 2: Estimation de b_g

Algorithme		EM-EKF	EM-UKF
\hat{b}_{a0} moyen (en m/s ²)	x	$1,5.10^{-1}$	$5,0.10^{-2}$
	y	$-8,6.10^{-2}$	$5,0.10^{-2}$
	z	$-1,47$	$5,02.10^{-2}$
Covariance de \hat{b}_{a0}	x	8.10^{-8}	3.10^{-9}
	y	$1,7.10^{-7}$	2.10^{-9}
	z	2.10^{-5}	$1,3.10^{-6}$
\hat{b}_{g0} moyen (en rad/s)	x	$2,3.10^{-4}$	$5,006.10^{-5}$
	y	$1,2.10^{-4}$	$5,002.10^{-5}$
	z	$6,5.10^{-4}$	$5,003.10^{-5}$
Covariance de \hat{b}_{g0}	x	$2,7.10^{-13}$	$6,8.10^{-15}$
	y	$2,7.10^{-14}$	$6,1.10^{-15}$
	z	$3,3.10^{-12}$	$7,9.10^{-14}$
EQM horizontale (m ²)		$1,1.10^4$	126,9

TAB. 1: Estimation des biais capteur et EQM de la position horizontale estimée

Les résultats soulignent un temps de convergence de l'EM relativement court, et donc un temps de calibration des capteurs inertiels raisonnable. Les simulations montrent également l'intérêt de l'UKF dans notre approche. Néanmoins, il est à noter que selon le mouvement du mobile, un ou plusieurs biais capteurs peuvent ne pas être observables, conduisant ainsi à une estimation erronée de ces paramètres. Dans ce cas, il pourrait s'avérer intéressant de développer un EM pondéré où des poids serait affectés aux différentes phases de la trajectoire selon l'observabilité des biais.

Références

- [1] J. A. Farrell et M. Barth *The Global Positioning System and Inertial Navigation*. McGraw-Hill, 1998.
- [2] H. Carvalho, P. D. Moral, A. Monin et G. Salut. *Optimal Non-linear Filtering in GPS/INS Integration*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol.33, pp. 835-850, 1997.
- [3] R. Van Der Merwe, E. A. Wan. *Sigma-Point Kalman Filters for Integrated Navigation*. Proceedings of the 60th Annual Meeting ION, 2004.
- [4] A. P. Dempster, N. M. Laird, D. B. Rubin *Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm*. Journal of the Royal Statistical Society Series, vol.1, pp. 1-38, 1977.
- [5] D. Huang, H. Leung et N. El-Sheimy. *Expectation Maximization Based GPS/INS Integration for Land-Vehicle Navigation*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol.43, pp. 1168-1177, 2007.
- [6] R. Van Der Merwe, E. A. Wan., *Kalman Filtering and Neural Networks*. Chapter 7, in Adaptive and Learning Systems for Signal Processing, Communications and Control, 2001.