

# Estimation du SINR pour le lien descendant de l'UMTS-FDD

Lahouari FATHI<sup>1</sup>, Philippe LOUBATON<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institut Télécom/Télécom & Management SudParis/Département CITI  
9 rue Charles Fourier, 91011 Évry Cedex, France

<sup>2</sup>Université Paris Est Marne la Vallée, IGM LabInfo, UMR CNRS 8049  
Cité Descartes, 5 boulevard Descartes - Champs sur Marne, 77454 Marne-la-Vallée Cedex 2, France  
lahouari.fathi@it-sudparis.eu, loubaton@univ-mlv.fr

**Résumé** – Dans cet article, nous proposons au niveau du terminal mobile une procédure d'estimation de la qualité du lien descendant en terme de SINR dans le contexte de l'UMTS-FDD. Notre contribution porte en premier lieu sur la dérivation d'une expression analytique du SINR. Nous introduisons également une approche combinatoire pour l'estimation des puissances, et nous proposons une stratégie d'allocation de puissance permettant au terminal de décider s'il peut se connecter.

**Abstract** – In this paper, we propose a scheme for SINR estimation in downlink UMTS-FDD. The contributions concern the derivation of a closed form expression for the SINR, the introduction of a combinatorial approach for powers estimation and a strategy for the power allocation.

## 1 Introduction

Le SINR (Signal to Noise and Interference Ratio) est une quantité qui résume bien la qualité du lien entre une station de base et un terminal mobile [1]. Le scénario de la présente étude concerne un terminal mobile dans un réseau UMTS-FDD, qui doit estimer la qualité du lien qu'il aura avec chacune des stations de base de son entourage sans au préalable se connecter à celles-ci. Le terminal mobile sera appelé *utilisateur virtuel* dans la suite.

Notre première contribution concerne la dérivation d'une expression analytique du SINR, qui fera l'objet du paragraphe 2. Nous discuterons ensuite les différents traitements nécessaires à l'estimation du SINR. Le terminal mobile doit en premier lieu détecter les stations de base de son entourage, puis se synchroniser avec chaque station de base détectée. Il doit ensuite estimer les canaux ainsi que les puissances des stations de base et du bruit thermique, avant de pouvoir évaluer l'expression du SINR. Nos efforts seront plus particulièrement consacrés à l'étape d'estimation des puissances, où nous introduirons au paragraphe 3 une procédure de recherche combinatoire afin de garantir une solution positive. Nous proposerons en outre au paragraphe 4, une stratégie d'allocation de puissance à l'utilisateur virtuel pour atteindre une qualité de service donnée. Quelques simulations, menées dans le paragraphe 5, permettront de valider l'ensemble des algorithmes mis en œuvre.

## 2 Expression analytique du SINR

Le signal reçu par un terminal mobile UMTS est le résultat de la somme des signaux provenant des différentes stations de

base à laquelle s'ajoute un bruit thermique. En supposant le canal invariant sur la durée du slot, le signal reçu au rythme chip pour un slot, s'écrit sous la forme :

$$x(n) = \sum_{q=0}^{Q-1} \sum_{l=0}^{L_q-1} h_q(l) d_q(n-l) + w(n), \quad (1)$$

où  $h_q(\cdot)$  est la réponse impulsionnelle du canal relatif à la station de base  $q$ ,  $d_q(n)$  est la séquence des chips émis par la station de base  $q$ , de puissance  $\alpha_q$ , et  $w(n)$  est un bruit complexe, gaussien, blanc, centré de variance  $\sigma^2$ , et indépendant de  $d_q(n)$  pour  $q = 0, \dots, Q-1$ , avec  $Q$  est le nombre de stations de base. Dans la suite, la station de base d'indice  $q = 0$ , sera dite de *référence*;  $c$ 'est la station de base avec laquelle le terminal mobile est censé être connecté. L'expression du SINR est obtenue en exploitant les propriétés statistiques du code d'embrouillage dans le cas du mode FDD [2], et en utilisant quelques résultats sur les grandes matrices [1, 3]. On se contente ici de donner l'expression analytique sans rentrer dans les détails des calculs nécessaires à sa dérivation. Ainsi, pour une puissance  $\rho_0$  allouée à l'utilisateur virtuel par la station de base de référence, le SINR correspondant est obtenu selon :

$$\beta(\rho_0) = \frac{N_0 \rho_0 |f_0(0)|^2}{\alpha_0 (\|\mathbf{f}_0\|^2 - |f_0(0)|^2) + \sum_{q=1}^{Q-1} \alpha_q \|\mathbf{f}_q\|^2 + \sigma^2 \|\mathbf{g}\|^2}, \quad (2)$$

où  $f_q(n) \triangleq \sum_{l=0}^{L_q-1} h_q(l) g(n-l)$ , pour  $q = 0, \dots, Q-1$ , avec  $g(n)$  est la réponse impulsionnelle du filtre de réception utilisé par le terminal mobile.  $N_0$  est le facteur d'étalement affecté à l'utilisateur virtuel. Il est important de noter que le produit  $N_0 \rho_0$  correspond en fait à l'énergie symbole de l'utilisateur virtuel. L'extension au cas multi-antennes de l'expression (2) est

directe, en particulier si une technique de type Maximal Ratio Combining (MRC) est utilisée en réception pour exploiter la diversité spatiale. L'estimation du SINR est effectuée à chaque slot, puisque la réponse impulsionnelle du canal est considérée comme invariante sur la durée du slot seulement.

Le Taux d'Erreur Binaire (TEB) associé à la modulation QPSK s'en déduit grâce à la formule suivante :

$$TEB = Q(\sqrt{\beta}), \quad (3)$$

où  $Q(x) = \frac{1}{2}\text{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)$ , avec  $\text{erfc}(\cdot)$  est la fonction d'erreur complémentaire.

## 2.1 Filtres de réception

Le récepteur conventionnel en UMTS est le Rake [2]. Ce récepteur consiste à appliquer au signal reçu le filtre adapté à la réponse impulsionnelle du canal, en d'autres termes :

$$\mathbf{g}_{\text{Rake}} = \mathbf{J}\mathbf{h}_0^*, \quad (4)$$

où  $\mathbf{h}_0 = [h_0(0), \dots, h_0(L_0 - 1)]^T$  est le vecteur réponse impulsionnelle du canal relatif à la station de base de référence, et  $\mathbf{J}$  est une matrice de réflexion. Un autre candidat peut être utilisé comme filtre de réception en mode FDD de l'UMTS, il s'agit de l'égaliseur MMSE au niveau chip [3]. Si l'égalisation est effectuée dans une fenêtre de longueur  $2N_0$  chips, le filtre égaliseur  $\mathbf{g}_{\text{MMSE}}$  est dans ce cas donné par :

$$\mathbf{g}_{\text{MMSE}} = \mathbf{J}\mathbf{g}_{eg}^*, \quad (5)$$

où  $\mathbf{g}_{eg} \triangleq \alpha_0 \left( \sum_{q=0}^{Q-1} \alpha_q \mathbf{H}_q \mathbf{H}_q^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{2N} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{h}}_0$ , avec  $\mathbf{H}_q \in \mathbb{C}^{2N \times 2N + L_q - 1}$  est une matrice de Toeplitz, triangulaire supérieure, construite à partir de versions décalées de  $\mathbf{h}_q$ , et  $\tilde{\mathbf{h}}_0$  est le vecteur défini par  $\tilde{\mathbf{h}}_0 \triangleq \left[ \mathbf{0}_N^T, \mathbf{h}_0^T, \mathbf{0}_{N-L_0}^T \right]^T \in \mathbb{C}^{2N \times 1}$ .

## 2.2 Différents traitements en réception

D'après l'expression (2), un certain nombre de traitements doivent être effectués avant de pouvoir estimer le SINR pour un slot, à savoir :

1. *Estimation de canal* :  $\hat{\mathbf{h}}_q$  pour  $q = 0, \dots, Q-1$ . Le canal est supposé invariant sur la durée d'un slot, mais varie d'un slot au suivant. Il doit donc être estimé à chaque slot.
2. *Estimation des puissances* :  $\hat{\alpha}_q$  pour  $q = 0, \dots, Q-1$ , et  $\hat{\sigma}^2$ . Comme on va le voir au paragraphe 3, l'estimation des puissances est effectuée une fois par trame, et nécessite la connaissance des canaux sur l'ensemble des slots que contient la trame en question.
3. *Allocation de puissance* : il s'agit là de déterminer la puissance  $\rho_0$  à allouer à l'utilisateur virtuel pour atteindre une certaine qualité de service.

Avant d'effectuer ces traitements, le terminal mobile doit au préalable détecter les stations de base de son entourage. Ensuite, il doit se synchroniser avec chaque station de base détectée afin d'estimer les différents paramètres nécessaires à l'évaluation du SINR. On insiste sur le fait que le terminal mobile ne doit en aucun cas se connecter aux stations de base détectées ; l'objectif ici est de prédire la qualité du lien qu'aura le terminal mobile en se connectant avec chacune des stations de base. L'information de la qualité du lien peut ensuite être utilisée par l'opérateur pour décider de la station de base avec laquelle le terminal mobile doit se connecter.

L'estimation de canal est rendue possible par la présence du canal pilote, le CPICH [2], dont les symboles émis sont connus du terminal mobile après identification du code d'embrouillage. Un estimateur classique du canal exploitant les bonnes propriétés de corrélation de la séquence d'embrouillage, consiste à corréler le signal reçu avec la séquence pilote. Néanmoins, il existe d'autres approches permettant d'améliorer cette estimation, en prenant en compte les propriétés statistiques du canal [1].

## 3 Estimation des puissances

Une fois l'étape d'estimation de canal achevée, l'information obtenue est utilisée pour l'estimation des puissances des stations de base et du bruit. Alors que les canaux ont été considérés comme invariants sur la durée du slot, les puissances des stations de base sont maintenant supposées constantes sur la durée de la trame. En effet, le nombre d'utilisateurs connectés à une station de base reste constant sur la durée d'une trame puisque les entrées-sorties d'utilisateurs sont seulement autorisées au début de chaque trame [2]. L'estimation des puissances sera donc effectuée trame par trame. Reprenons l'équation (1) sous sa forme matricielle :

$$\mathbf{x}(n) = \sum_{q=0}^{Q-1} \mathbf{H}_q \mathbf{d}_q(n) + \mathbf{w}(n), \quad (6)$$

où  $\mathbf{x}(n) = [x(n), \dots, x(n+L-1)]^T$ , et  $\mathbf{H}_q \in \mathbb{C}^{L \times (L+L_q-1)}$ . À partir de (6), on montre que la matrice de covariance est donnée par  $\mathbf{R}_{\mathbf{x}\mathbf{x}} = \sum_{q=0}^{Q-1} \alpha_q \mathbf{B}_q \in \mathbb{C}^{L \times L}$ , où  $\mathbf{B}_q \triangleq \mathbf{H}_q \mathbf{H}_q^H$ , avec  $\mathbf{B}_Q = \mathbf{I}_L$  et  $\alpha_Q = \sigma^2$ . L'estimation des puissances est obtenue en minimisant le critère  $J(\boldsymbol{\alpha}) = \left\| \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{x}\mathbf{x}} - \sum_{q=0}^{Q-1} \alpha_q \hat{\mathbf{B}}_q \right\|_F^2$  par rapport à  $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_0, \dots, \alpha_Q]^T$ , où  $\|\cdot\|_F$  est la norme de Frobenius. La solution  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$  est obtenue en résolvant le système d'équations linéaires :

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \mathbf{c}, \quad (7)$$

où  $[\boldsymbol{\Gamma}]_{i,j} = \text{trace}(\hat{\mathbf{B}}_i \hat{\mathbf{B}}_j^H)$  et  $[\mathbf{c}]_i = \text{trace}(\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{x}\mathbf{x}} \hat{\mathbf{B}}_i^H)$ , pour  $i, j = 1, \dots, Q+1$ . En substituant la solution donnée par (7) dans l'expression de  $J(\boldsymbol{\alpha})$ , et après élimination des termes indépendants de  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ , on obtient une expression simplifiée du critère d'estimation :

$$\mathcal{J}(\hat{\boldsymbol{\alpha}}) = \hat{\boldsymbol{\alpha}}^H \boldsymbol{\Gamma} \hat{\boldsymbol{\alpha}} - 2\mathbf{c}^H \hat{\boldsymbol{\alpha}}. \quad (8)$$

La taille de  $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$  est choisie assez faible afin de rendre fiable son estimation à partir des 2560 chips que contient un slot ; on peut par exemple prendre  $L = Q + 1$ . Considérons maintenant l'estimation des puissances à partir d'une trame (15 slots), pour un terminal mobile équipé de  $M$  antennes. Comme les puissances sont constantes sur la durée de la trame, on peut écrire :

$$\mathbf{R}_{xx} = \sum_{q=0}^Q \alpha_q \mathbf{B}_q \in \mathbb{C}^{15ML \times L}, \quad (9)$$

où :

$$\mathbf{R}_{xx} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{xx}(1, 1) \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{xx}(15, 1) \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{xx}(1, M) \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{xx}(15, M) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{B}_q \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{B}_q(1, 1) \\ \vdots \\ \mathbf{B}_q(15, 1) \\ \vdots \\ \mathbf{B}_q(1, M) \\ \vdots \\ \mathbf{B}_q(15, M) \end{bmatrix}.$$

L'estimation des puissances est à nouveau donnée par (7), à condition de remplacer  $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$  et  $\hat{\mathbf{B}}_q$  par  $\mathbf{R}_{xx}$  et  $\mathbf{B}_q$ , respectivement. En procédant ainsi, on a en fait fusionné les données issues des différents slots et antennes pour estimer les puissances.

La résolution du système d'équations linéaires (7) ne garantit en rien l'obtention d'une solution positive. Par contre, d'après les conditions Karush-Kuhn-Tucker (KKT) [4], si une solution positive est obtenue, c'est la solution optimale. Dans le cas où la solution obtenue n'est pas acceptable, c.-à-d. au moins l'une de ses composantes est négative, on propose d'utiliser une procédure combinatoire pour chercher une solution positive d'ordre inférieur. Cette procédure consiste à résoudre des systèmes d'équations linéaires d'ordres inférieurs obtenus en forçant un nombre de composantes de la solution à zéro. La solution retenue est celle parmi les solutions acceptables qui minimise le critère (8). La procédure peut être résumée comme suit :

1. Initialisation : pour  $k = 1, \dots, 15$  et  $m = 1, \dots, M$ ,
  - Estimer  $\hat{\mathbf{R}}_{xx}(k, m)$  ;
  - Calculer  $\hat{\mathbf{B}}_q(k, m)$  pour  $q = 0, \dots, Q - 1$ .
2. Calculer la solution  $\hat{\alpha}$  à l'aide de (7) :
  - Si  $\hat{\alpha}$  est positive : stop.
  - Sinon : aller à 3
3. Procédure de recherche combinatoire :
  - (a) Réduire l'ordre de la solution de 1 ;
  - (b) Calculer les solutions  $\hat{\alpha}_i$  à l'aide de (7) pour  $i = 1, \dots, I$ , où  $I$  est le nombre de solutions possibles ;
  - (c) Former  $\Omega = \{\hat{\alpha}_i, i = 1, \dots, I : \hat{\alpha}_i \text{ est positive}\}$ , l'ensemble des solutions acceptables :
    - Si  $\Omega = \emptyset$  : retour en (a)
    - Sinon :
      - Calculer les valeurs de  $\mathcal{J}(\hat{\alpha}_i)$  pour  $\hat{\alpha}_i \in \Omega$  suivant (8) ;

- Retenir la solution  $\hat{\alpha} = \arg \min_{\hat{\alpha}_i \in \Omega} \{\mathcal{J}(\hat{\alpha}_i)\}$  ;
- Stop.

## 4 Stratégie d'allocation de puissance

L'estimation de canal est obtenue à un facteur multiplicatif près correspondant à la racine carrée de la puissance du canal pilote CPICH, c.-à-d. :

$$\hat{h}_q = \sqrt{p_q} h_q, \quad \text{pour } q = 0, \dots, Q - 1, \quad (10)$$

où  $p_q$  est la puissance du canal pilote, émis par la station de base  $q$ . (10) n'est en toute rigueur valable que si l'estimateur de canal est parfait, ce que nous allons supposer par souci de simplicité. En substituant (10) dans l'expression (7) donnant les puissances, on peut montrer que :

$$\hat{\alpha}_q = \frac{\alpha_q}{p_q}, \quad \text{pour } q = 0, \dots, Q - 1. \quad (11)$$

Il est important de noter que la puissance du bruit  $\sigma^2$ , n'est pas affectée par le facteur d'échelle inhérent à l'estimation de canal. En considérant (4), on peut montrer que dans le cas du Rake, on a :

$$\hat{\mathbf{g}}_{\text{Rake}} = \sqrt{p_0} \mathbf{g}_{\text{Rake}}. \quad (12)$$

Pour le cas du MMSE, à partir de (5), on peut aussi montrer que :

$$\hat{\mathbf{g}}_{\text{MMSE}} = \frac{\mathbf{g}_{\text{MMSE}}}{\sqrt{p_0}}. \quad (13)$$

Reprenons maintenant l'expression (2) du SINR pour  $\rho_0 = 1$ , en remplaçant tous les paramètres par leurs valeurs estimées en prenant en compte le facteur d'échelle, on obtient  $\hat{\beta}(1) = \beta(p_0)$ . On vient ainsi de montrer que le SINR estimé pour  $\rho_0 = 1$ , correspond à celui obtenu pour un utilisateur virtuel dont la puissance allouée serait celle du canal pilote. Pour avoir le SINR lorsque la puissance allouée est  $\rho_0$ , il suffit donc de calculer  $\beta(\rho_0) = \mu_0 \hat{\beta}(1)$ , où  $\mu_0 \triangleq \rho_0/p_0$  est le rapport de puissances utilisateur virtuel-à-canal pilote. D'après (11), la puissance estimée pour la station de base de référence correspond en fait à un rapport de puissances  $\hat{\alpha}_0 = \alpha_0/p_0$ . Sachant que la puissance du canal pilote  $p_0$  correspond à 10% de la puissance totale  $\alpha_T$  de la station de base [2], il est possible de calculer la puissance normalisée disponible par  $\hat{\alpha}_{\text{disp}} = 10 - \hat{\alpha}_0$ . Ainsi, la puissance normalisée estimée pour la station de base de référence doit satisfaire :  $1 \leq \hat{\alpha}_0 \leq 10$ , puisque le canal pilote est émis en permanence. Par contre, la puissance normalisée allouée à l'utilisateur virtuel doit satisfaire les deux conditions suivantes :

1.  $\mu_0 \leq \hat{\alpha}_{\text{disp}}$ .
2.  $\mu_0 \ll \hat{\alpha}_0$ .

La condition 1 est assez évidente, puisque la puissance allouée ne peut pas dépasser la puissance disponible. La condition 2 signifie que la puissance allouée doit être choisie assez faible en comparaison de la puissance de la station de base de référence pour ne pas fausser la valeur estimée du SINR. En effet,

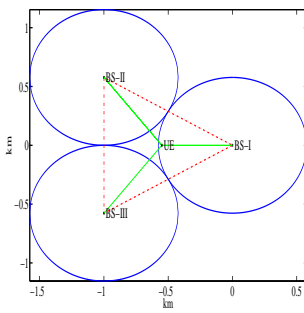


FIG. 1 – Localisation du terminal mobile UE

il ne faut pas oublier qu'on a affaire ici à un utilisateur virtuel, sa puissance ne peut pas être incluse dans  $\hat{\alpha}_0$ . Pour satisfaire cette deuxième condition, on peut fixer une valeur limite pour la puissance allouée  $\mu_{lim} = \hat{\alpha}_0/10$ . On peut montrer que cette valeur de  $\mu_{lim}$  vérifie la première condition si  $\hat{\alpha}_0 \leq 100/11$ , sinon on prend  $\mu_{lim} = \hat{\alpha}_{disp}$ .

Soit  $TEB_{cible}$  la qualité de service qu'on désire atteindre. Pour chaque station de base détectée, on doit en premier déterminer la puissance normalisée  $\mu_0$  à allouer à l'utilisateur virtuel qui permet d'atteindre  $TEB_{cible}$ , c.-à-d. celle qui satisfait

$$\frac{1}{N_{slots}} \sum_{k=1}^{N_{slots}} \mathcal{Q} \left( \sqrt{\mu_0 \hat{\beta}_k(1)} \right) = TEB_{cible}, \text{ où } N_{slots} \text{ représente le nombre de slots sur lequel cette moyenne est calculée.}$$

La puissance normalisée  $\mu_0$  est ensuite comparée à la puissance limite  $\mu_{lim}$ . Si  $\mu_0 \leq \mu_{lim}$ , alors le  $TEB_{cible}$  peut être atteint avec une puissance égale à  $\mu_0 p_0$ . Dans le cas contraire, le  $TEB_{cible}$  n'est pas possible, et la qualité de service maximale qu'on peut atteindre dans ce cas est donnée par  $TEB_{max} =$

$$\frac{1}{N_{slots}} \sum_{k=1}^{N_{slots}} \mathcal{Q} \left( \sqrt{\mu_{lim} \hat{\beta}_k(1)} \right).$$

## 5 Résultats de simulation

Considérons le cas d'un réseau UMTS-FDD constitué de trois cellules, comme illustré à la figure 1. Les paramètres de simulation pour les stations de base sont résumés au tableau 1. Un facteur d'étalement de 32 est affecté à l'utilisateur virtuel, qui évolue à une vitesse de 30 km/h dans un environnement de type vehicular-A [2]. Le niveau du bruit est contrôlé en fixant le rapport de puissances canal pilote-à-bruit  $P_{CPICH}/\sigma^2$  à 8 dB, calculé par rapport à la station de base la plus proche du terminal mobile (BS-I dans notre cas).

Les résultats obtenus pour 100 trames UMTS sont donnés au tableau 2, où les récepteurs Rake et MMSE avec 1 et 5 antennes sont considérés. Si la qualité de service  $TEB_{cible}$  est possible, on donne la puissance nécessaire à allouer à l'utilisateur virtuel. Sinon, on donne la qualité de service maximale qu'on peut atteindre, ainsi que la puissance disponible. Les puissances sont données en % de la puissance du canal pilote. À la figure 2, sont comparées les valeurs vraies et estimées de la qualité du lien. Ces derniers résultats montrent clairement le bon comportement des algorithmes mis en œuvre.

TAB. 1 – Paramètres de simulation pour les stations de base

	BS-I	BS-II	BS-III
No. groupe (1, ..., 64)	53	32	11
No. code d'embrouillage (1, ..., 8)	5	8	6
Nombre d'utilisateurs	49	1	10
Facteurs d'étalement	$N_{min}$	16	16
	$N_{max}$	512	512

TAB. 2 – Résultats de l'allocation de puissance

		$TEB_{cible}$		
		$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$
Rake-1	BS-I	30,90%	4,06.10 <sup>-2</sup> à 63,74%	
	BS-II	3,33.10 <sup>-1</sup> à 16,72%		
	BS-III	3,23.10 <sup>-1</sup> à 21,34%		
MMSE-1	BS-I	21,70%	2,56.10 <sup>-2</sup> à 63,74%	
	BS-II	3,16.10 <sup>-1</sup> à 16,72%		
	BS-III	3,05.10 <sup>-1</sup> à 21,34%		
Rake-5	BS-I	6,20%	23,30%	46,30%
	BS-II	1,50.10 <sup>-1</sup> à 17,79%		
	BS-III	1,18.10 <sup>-1</sup> à 26,01%		
MMSE-5	BS-I	3,30%	11,90%	23%
	BS-II	16,80%	9,39.10 <sup>-2</sup> à 17,79%	
	BS-III	18,30%	6,55.10 <sup>-2</sup> à 26,01%	

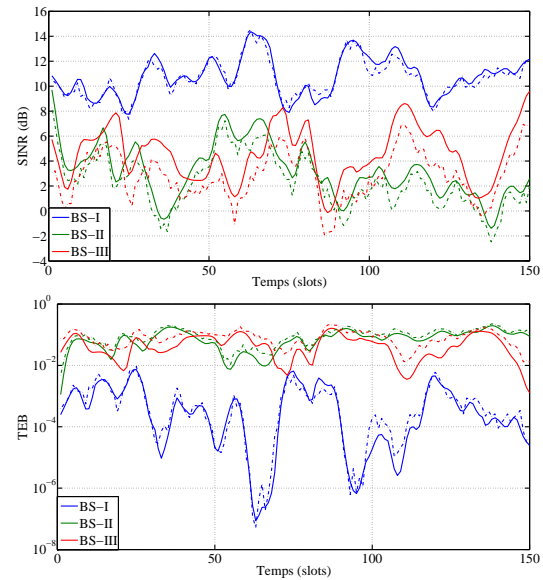


FIG. 2 – Qualité du lien obtenue pour MMSE-5 à  $TEB_{cible} = 10^{-3}$  (continu : valeurs vraies, discontinu : valeurs estimées)

## Références

- [1] J.-M. Chaufray. *Détection et démodulation de stations de base dans un réseau UMTS*, thèse de doctorat, Univ. Marne la Vallée, 2003.
- [2] H. Holma et A. Toskala. *WCDMA for UMTS : HSPA evolution and LTE*, John Wiley and Sons Ltd, 2007.
- [3] B. Mouhouch et coll. *Asymptotic analysis of reduced-rank chip-level MMSE equalizers in the downlink of CDMA systems*, IEEE Trans. on Sig. Proc, vol. 55, no. 6, pp. 3048-3360, juin 2007.
- [4] D.-G. Luenberger, *Optimization by vector space methods*, Wiley-Interscience, 1997.