

# Approches EDP pour la fusion d'images bruitées

Olivier Laviaille<sup>(1)</sup>, Sorin Pop<sup>(2)</sup>, Romulus Terebes<sup>(2)</sup>, Cosmin Ludusan<sup>(1)(2)</sup>, Monica Borda<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup>Université de Bordeaux- UMR IMS – 351, cours de la libération, 33405 Talence Cedex

<sup>(2)</sup>Technical University of Cluj-Napoca 15 C. Daicoviciu Street, 3400 Cluj-Napoca, Roumanie

[olivier.laviaille@ims-bordeaux.fr](mailto:olivier.laviaille@ims-bordeaux.fr), [Sorin.POP@com.utcluj.ro](mailto:Sorin.POP@com.utcluj.ro), [Romulus.Terebes@com.utcluj.ro](mailto:Romulus.Terebes@com.utcluj.ro),  
[cosmin.ludusan@ims-bordeaux.fr](mailto:cosmin.ludusan@ims-bordeaux.fr), [Monica.Borda@com.utcluj.ro](mailto:Monica.Borda@com.utcluj.ro)

**Résumé** – Nous proposons, dans cet article, une présentation de l'apport des méthodes fondées sur des Equations aux Dérivées Partielles dans le cadre d'application de fusion d'images. En particulier, nous montrons que l'utilisation de cette classe de méthodes est naturellement indiquée dans le cas de données bruitées. Des modèles proposés dans la littérature sont présentés ainsi qu'une méthode de fusion-diffusion que nous avons introduit récemment. La fin de l'article est consacrée à la comparaison des méthodes sur des applications de fusion d'images de synthèse bruitées.

**Abstract** – In this paper, we present the interest of PDE-based methods for fusion applications. These approaches are particularly suitable for fusion tasks when the data are corrupted by noise. Different models already proposed in the literature are presented; among them a fusion-diffusion approach we introduced recently. The last section of the paper is dedicated to the comparison of the effectiveness of the different PDE-based approaches to fuse noisy synthesized images.

## 1. Introduction

La fusion d'image est un processus qui consiste à combiner différentes sources dans le but d'accroître la qualité de l'image résultante. Nous nous focalisons dans cet article sur les méthodes bas niveau de fusion au niveau du pixel. Les algorithmes mis en jeu doivent permettre de ne pas détruire l'information contenue dans chacune des sources à fusionner et ne doivent pas créer ni artefact, ni inconsistance dans l'image de sortie [1].

Les approches classiques de fusion d'images peuvent être regroupées en grandes catégories [2] : les approches fondées sur des transformations multi-résolution (transformées en ondelettes, décompositions pyramidales), les approches basées sur une transformation dans un espace de couleur ou les méthodes simplement fondées sur des combinaisons pondérées des sources. Dans cet article, nous proposons de compléter cette classification en définissant un nouveau groupe de méthodes qui commencent à voir le jour depuis les années 2000 : il s'agit des méthodes de fusion faisant appel à un formalisme EDP ou variationnel qui présentent l'avantage de prendre en compte la géométrie locale pour adapter le processus de fusion et sont également particulièrement adaptées au cas des données bruitées en offrant la possibilité d'une écriture simple de processus couplés de fusion-diffusion.

La section 2 est consacrée à la description des méthodes de fusion par EDP. La section 3 concerne le cas

particulier de la fusion de données bruitées pour lequel les approches fondées sur des EDP s'avèrent particulièrement pertinentes. Enfin la section 4 propose un plan d'expérience destiné à illustrer et comparer le comportement des différentes approches proposées avec les méthodes pyramidales utilisées classiquement en fusion. Ce plan d'expérience s'appuie sur une problématique de fusion d'images de synthèse préalablement corrompues par un bruit gaussien.

## 2. De la diffusion à la fusion par EDP

Les filtres de diffusion non-linéaire fondés sur un formalisme EDP ont été introduits par Perona et Malik [3] et depuis largement utilisés pour la préservation de contours, le filtrage et le rehaussement. L'évolution d'une image sous une Equation aux Dérivées Partielles peut aussi être interprétée comme la solution d'un problème variationnel ; ainsi la célèbre diffusion TV (Total Variation) [4] peut être indifféremment écrite comme la minimisation d'une énergie :

$E = \iint_{\Omega} |\nabla U| dx dy$  ou au travers de l'EDP :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \operatorname{div}(g(|\nabla U|)\nabla U) \quad \text{avec} \quad g(|\nabla U|) = \frac{1}{|\nabla U|}.$$

Concernant l'utilisation des Equations aux Dérivées Partielles, les travaux liés à la fusion sont plus récents et beaucoup moins nombreux que les travaux portant sur le filtrage ou le rehaussement. Mis à part l'approche que nous avons développée, les approches ont été proposées dans un formalisme variationnel : la méthode proposée

par Socolinsky [5] fondée sur une recherche de concordance entre gradients a été récemment revisitée par Wang et Yé [6], parallèlement, John et Vorontsov [7] ont proposé, une autre approche variationnelle fondée sur la théorie de l'estimation robuste de l'erreur. enfin, Bellester et al [8] ont introduit une méthode variationnelle mais dans le contexte très spécifique des images multispectrales.

### 2.1. Modèle de Socolinsky

L'objectif de cette méthode est d'obtenir pour chaque pixel de l'image fusionnée un vecteur gradient  $V$  similaire au gradient moyen relevé sur l'ensemble des images de départ.

Ainsi, l'image fusionnée  $U_F$  est obtenue en minimisant l'énergie :

$$E = \iint_{\Omega} |\nabla U_F(x, y) - V(x, y)|^2 dx dy$$

L'équation d'Euler-Lagrange associée est :

$$\Delta U_F = \text{div} V$$

Le vecteur  $V$  de contraste est obtenu au travers d'un tenseur de structure de type Di-Zenzo qui combine l'ensemble des entrées.

### 2.2. Modèle de John et Vorontsov

Le travail fondé sur la théorie de l'estimation robuste consiste à minimiser une fonctionnelle dépendant des images d'entrée et conduit à l'EDP :

$$\tau \frac{\partial U_F(r, t)}{\partial t} = -M_{k, \sigma}(r) \Theta[M_{k, \sigma}(r, t)] [U_F(r, t) - U_k^{t=0}(r)]$$

où  $r=(x, y)$ ,  $\Theta[M]$  est une fonction seuil et  $M_{k, \sigma}$  est la carte des contours (norme carrée du gradient) associée à l'image  $U_k$  lissée par une gaussienne d'écart type  $\sigma$ .  $M_{k, \sigma}(r, t)$  est la différence observée au pixel  $r$  entre les gradients de l'image initiale  $k$  et celle de l'image fusionnée au temps  $t$ .

En résumé, le principe de cette approche consiste à injecter une certaine part de la différence entre l'image fusionnée ( $U_F$ ) à l'instant  $t$  et chaque image initiale ( $U_k^{t=0}$ ) dans le cas où la norme carrée du gradient est

supérieure dans l'image ( $U_k^{t=0}$ ). Ainsi, à chaque itération, l'information pertinente est ajoutée. Notons que pour ce modèle, comme pour le précédent, l'image fusionnée est initialisée par la moyenne des images

d'entrée. La constante  $\tau$  permet d'assurer la stabilité du processus.

### 2.3. Notre modèle de fusion-diffusion

Contrairement aux modèles décrits précédemment, nous proposons d'appliquer un processus d'évolution gouverné par une EDP à chacune des images d'entrée [10]. Ce processus parallèle consiste à injecter dans chaque image d'entrée l'information pertinente présente sur l'ensemble des sources. L'ensemble des processus convergent vers la même image de sortie englobant l'ensemble de l'information.

L'évolution est fondée sur une équation de diffusion inverse à laquelle s'ajoute un terme de régularisation permettant d'éliminer toute instabilité ou oscillation. L'évolution de la source ( $i$ ) s'écrit :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} = -\beta_i \text{div}(\nabla U_{\max}) + \gamma \text{div}(g_R(\nabla U_i, \nabla U_k^{t=0}) \nabla U_i)$$

Le premier terme est le terme de fusion où  $\max$  est la source au sein de laquelle se trouve localement l'information pertinente assimilée à la valeur absolue de gradient. Si le maximum du gradient se trouve dans l'image courante, la valeur du pixel est inchangée ( $\beta_i=0$ ). Sinon, le contour observé est injecté par diffusion inverse. Le terme de régularisation qui agit comme un rappel aux données initiales est décrit en détail dans [10]. Dans [11], nous décrivons deux schémas de résolution numérique de notre équation.

Notons que cette approche de fusion-diffusion a été construite pour être indépendante de la dimensionnalité de la donnée et s'adapte immédiatement à des problématiques de fusion 2D ou 3D. Une application dédiée à la fusion de blocs sismiques issus d'une acquisition multi-azimutale est proposée dans [12].

## 3. Fusion de sources bruitées

Le fait que les données d'entrée soient corrompues par du bruit peut s'avérer problématique dans la mesure où le bruit, de fréquence élevée peut être assimilé à l'information pertinente.

Dans la littérature, Les travaux dédiés à la fusion des données bruitées sont très rares. Nous pouvons citer uniquement les modèles à base d'ondelettes qui intègrent un processus de filtrage [13] ainsi que l'ensemble des approches citées dans la section précédente qui, par nature, sont aptes à gérer le bruit.

Socolinsky propose de prendre en compte le bruit affectant les sources en construisant la matrice  $J^p$  à partir d'une version lissée des images (ou blocs) de départ. Le résultat est ajouté à une moyenne des

versions passe-haut des entrées. Socolinsky considère que le fait de moyenner les sources peut annuler le bruit (sensé être de moyenne nulle). Ceci n'est possible qu'avec un nombre suffisant de sources, ce qui ne nous semble pas être le cas sauf à travailler sur une acquisition sur un grand nombre d'azimuts.

Wang et Ye[6], proposent d'associer le terme de diffusion TV (voir section 2) au modèle de Socolinsky mais continuent à calculer le vecteur  $V$  sur les données bruitées, ce qui conduit à fausser fortement son estimation. John et Vorontsov [7] mentionnent, pour leur modèle, une solution équivalente à celle de Wang et Yé.

Concernant notre approche, il est possible d'ajouter le terme de diffusion adéquat comme un troisième terme supplémentaire agissant sur chacune des sources. Nous discutons de ce terme dans [12], [14] et [15] pour des applications 3D dédiées à la sismique.

#### 4. Résultats

Un plan expérimental visant à comparer les performances des différentes approches sur données bruitées a été mené. Ce plan a été réalisé sur des données 3D en étendant l'ensemble des approches classiques au cas 3D. La figure 1 présente des résultats obtenus sur un bloc 3D de synthèse. Le travail sur ces blocs de synthèse offre une solution pour quantifier objectivement l'efficacité de nos méthodes. La figure 1a montre une section du bloc original dans lequel apparaissent 3 discontinuités (respectivement proches de la verticale dans la section observée pour deux d'entre elles et proche de l'horizontale pour la troisième située dans la partie basse de la section). Les figures 1b et 1c correspondent à deux blocs fortement bruités dans lesquels des zones de flou différenciées ont été introduites pour simuler deux sources complémentaires en termes d'information pertinente.

Les blocs suivants correspondent à trois méthodes de fusion : la figure 1d correspond à une approche tout à fait classique : la SIDWT [1] associée à une technique de filtrage dédiée [13]. La figure 1e correspond à l'approche de Socolinsky adaptée par nos soins : outre la généralisation de la méthode pour une utilisation sur des données 3D, nous avons proposé une amélioration concernant son adaptation aux données bruitées.

Nous proposons d'adjoindre un terme de diffusion de type SFPD [15] opérant indépendamment sur chacune des sources en parallèle du processus de Fusion.

Enfin la figure 1f correspond à notre approche de fusion-diffusion (notée « Pop ») adaptée au cas 3D [14] et incluant le terme de diffusion SFPD. Les résultats pour deux niveaux de bruit sont présentés au Tableau 1 sur la base des critères RMSE et SNR. Ces résultats

portent également sur l'approche DWT avec les versions de filtrage soft et hard proposées par Petrovic et Xydeas [13]. Nous retrouvons également l'approche complète proposée par John et Vorontsov.

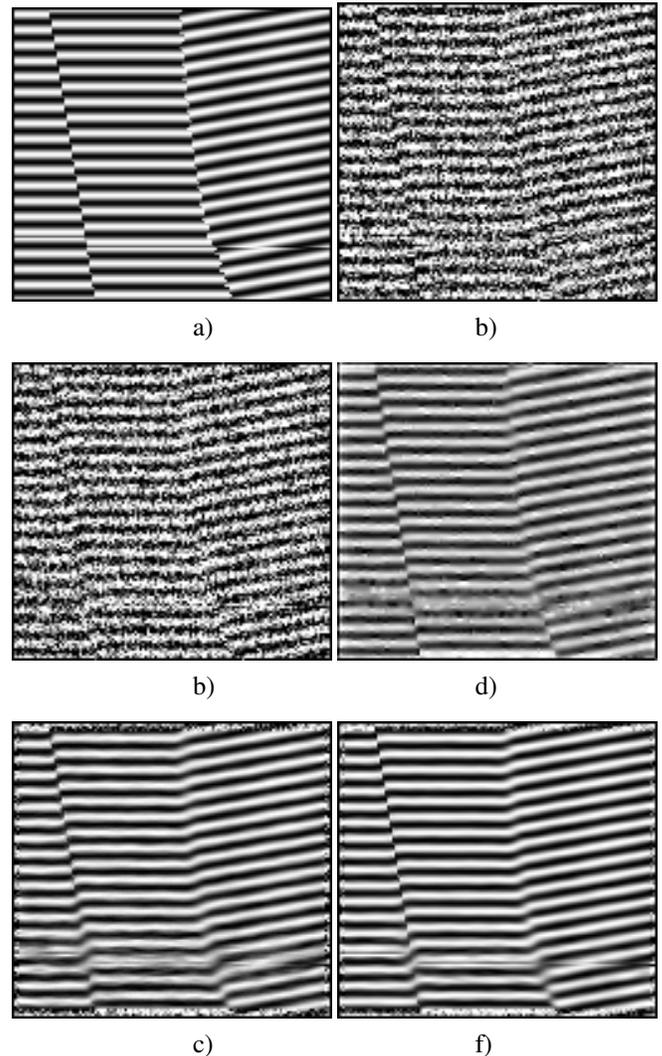


Figure 1 a) Bloc original; b,c) blocs bruités ( $\sigma_N = 37$ ) avec deux zones de flous différentes ; Blocs résultat : d) SIDTW-h; e) Soc; f) Pop

Les résultats du tableau 1 reflètent l'impression visuelle de la qualité des résultats ; en particulier, deux approches se distinguent par leurs résultats très supérieurs aux autres : notre adaptation de la méthode de Socolinsky et notre approche de Fusion-Diffusion.

L'approche SIDTW-hard (figure 1d) permet de rehausser convenablement les discontinuités dans le résultat de sortie mais pour un niveau de débruitage global relativement faible par rapport aux approches EDP.

Visuellement, les contours semblent mieux marqués dans le cas de notre approche (Fig 1f) ; ceci peut être confirmé par des mesures de RMSE effectuées autour des zones de discontinuité.

**Tableau 1. Résultats des processus de fusion sur données bruitées – deux niveaux de bruit.**

Méthodes	$\sigma_N=18$		$\sigma_N=37$	
	RMSE	SNR(dB)	RMSE	SNR(dB)
<i>DWT-s</i>	10.1	10.8	14.6	7.7
<i>DWT-h</i>	14.2	7.9	27.5	2.2
<i>SIDWT-s</i>	8.6	12.2	11.3	9.9
<i>SIDWT-h</i>	7.7	13.2	9.3	11.6
<i>Soc</i>	4.6	17.7	6.7	14.4
<i>JoV</i>	8.7	12.2	12.2	9.2
<i>Pop</i>	4.4	18.1	6.8	14.3

Le tableau 2 distingue les résultats de fusion observés autour des discontinuités d'une part et dans les autres zones de l'image d'autre part. Cette distinction met en évidence un intérêt de notre approche qui permet d'introduire un terme de diffusion adapté au problème traité (ici, le terme de diffusion préservant les discontinuités introduit dans [15]). Dans les zones sans discontinuité, l'approche issue des travaux de Socolinsky semble donner les résultats les plus intéressants.

**Tableau 2. Résultats des processus de fusion sur données bruitées – mesures de préservation des discontinuités**  
( $\sigma_N=37$  ; RMSE).

Méthodes	Zones sans discontinuités	Zones présentant une discontinuité
<i>DWT-s</i>	13.9	18.2
<i>DWT-h</i>	27.2	29.1
<i>SIDWT-s</i>	10.1	16.7
<i>SIDWT-h</i>	8.0	14.7
<i>Soc</i>	5.0	12.5
<i>JoV</i>	11.2	16.8
<i>Pop</i>	5.4	12.1

## 5. Conclusion

Dans cet article, nous montrons que la classe des méthodes de fusion fondées sur des EDP possède des propriétés intéressantes dans le cadre de la fusion de données bruitées. Comparées aux approches classiques, ces méthodes permettent d'obtenir des résultats supérieurs tout en proposant un formalisme naturellement dédié à ce type d'images.

### REMERCIEMENTS

Ce travail est supporté financièrement par l'agence Roumaine UEFISCSU à travers le projet PN 2 IDEI no.908 72/01.10.2007.

### REFERENCES

- [1] Rockinger O. – "Image Sequence Fusion Using a Shift-Invariant Wavelet Transform", *ICIP 1997*, Washington DC, Vol. III, 1997, pp. 288-292.
- [2] A. Goshtasbya, S. Nikolov – "Image fusion: Advance in the state of the art", *Information Fusion*, vol.8(2), pp. 114-118, 2007.
- [3] P. Perona, J. Malik – "Scale space and edge detection using anisotropic diffusion", *IEEE*

*Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol.12, no.7, pp.629-639, 1990.

[4] L. Rudin, S.Osher, E. Fatemi – "Nonlinear total variation based noise removal algorithms", *Physica D*, vol.60, pp.259-268, 1992.

[5] D.A. Socolinsky, L.B. Wolff – "Multispectral image visualization through first-order fusion", *IEEE Transaction on Image Processing*, vol.11(8), pp. 923-931, 2002.

[6] C. Wang, Z-F. Ye – "A Perceptual Contrast-Based Image Fusion: A Variational Approach", *Acta Automatica Sinica*, Vol.33, No 2, pp. 132-137, 2007.

[7] S. John, M.A. Vorontsov – "Multiframe selective information fusion from robust error estimation theory", *IEEE Transaction on Image Processing*, vol.14(5), pp. 577-584, 2005.

[8] C. Ballester, V. Caselles, L. Igual, J. Verdera, B. Rougé – "A Variational Model for P+XS Image Fusion", *International Journal of Computer Vision*, vol.63(1), pp. 43-58, 2006

[10] S. Pop, R.Terebes, M. Borda, O. Laviaille – "A PDE-based approach for image fusion", *Lecture Notes in Computer Science*, LNCS 4678, 2007, pp. 121-131.

[11] S. Pop, R.Terebes, M. Borda, O. Laviaille – "A new discrete PDE-based fusion model", *IEEE EUROCON 2009*, Sankt-Petersburg, Russia.

[12] S. Pop, O. Laviaille, M. Donias, R. Terebes, M. Borda S. Guillon, N. Keskes – "A PDE-Based approach to 3D seismic data fusion", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing Vol 46*, no 4, pp. 1385-1393 2008.

[13] V.S. Petrovic, C.S. Xydeas – "Sensor noise effects on signal-level image fusion performance", *Information Fusion*, vol.4(3), pp. 167-183, 2003.

[14] S. Pop, O. Laviaille, R.Terebes, M. Borda – "A new PDE-based approach for 3D data denoising and edge preserving", *Revue Roumaine des Sciences Techniques - Série Électrotechnique et Énergétique*, Vol 52, n°4, 2007

[15] O. Laviaille, S. Pop, C. Germain, M. Donias, S. Guillon, N. Keskes, Yannick Berthoumieu – "Seismic Fault Preserving Diffusion", *Journal of Applied Geophysics*, Volume 61, Issue 2, 2007, pp. 132-141.