

Optimisation des facteurs de pondération du détecteur à annulation parallèle d'interférence dans les systèmes DS-CDMA

Soumaya MEHERZI^{1,2}, Sylvie MARCOS¹

¹Laboratoire des Signaux et systèmes (LSS)
03 rue Joliot Curie, 91192 Gif sur Yvette Cedex, France

²Laboratoire des Systèmes de Communications (SYSCOM)
SYSCOM/ENIT, BP 37, Tunis Belvédère 1002, Tunisie
mehrzi@lss.supelec.fr, marcos@lss.supelec.fr

Résumé – Nous nous intéressons dans ce travail aux détecteurs à annulation parallèle partielle d'interférence (APPI) dans les systèmes DS-CDMA (pour *Direct Sequence - Code Division Multiple Access*). Nous proposons une expression analytique du rapport signal à interférence plus bruit (RSIB) à la sortie du premier étage de l'APPI dans le cas synchrone. Ensuite, nous proposons une optimisation des facteurs de pondération correspondants par maximisation du RSIB. Nous montrons, par simulations, que les facteurs optimaux obtenus permettent d'avoir des résultats comparables à la méthode adaptative proposée dans [1] en terme de taux d'erreur binaire (TEB), tout en gagnant en terme de complexité de calcul. Nous déduisons ensuite une extension au cas asynchrone des expressions du RSIB ainsi que des facteurs de pondération optimaux.

Abstract – In this work we address parallel partial interference cancellation (PPIC) in DS-CDMA systems (Direct Sequence - Code Division Multiple Access). We propose an analytical expression of the signal to interference plus noise ratio (SINR) of a one-stage PPIC detector in synchronous case. Furthermore, we propose a new approach for the optimization of the weighting factors which is based on the maximization of the SINR. Simulation results show that the proposed method is comparable to the adaptive approach [1] in terms of bit error rate (BER), with advantageous computation complexity. We further propose an expression of the SINR as well as the optimal factors for the asynchronous case.

1 Introduction

L'interférence d'accès multiple (IAM) constitue une source principale de dégradation des performances des systèmes DS-CDMA, induisant une limitation de leur capacité en terme de nombre d'utilisateurs. La technique de détection multi-utilisateurs constitue l'une des solutions les plus efficaces à ce problème. Elle consiste à éliminer la composante d'interférence contenue dans le signal reçu en traitant conjointement les signaux des différents utilisateurs. Verdu [2] a proposé un schéma de détecteur multiutilisateur optimal qui permet d'éliminer parfaitement l'IAM, mais au prix d'une complexité prohibitive, de l'ordre de $O(2^M)$ pour un système à M utilisateurs. D'autres schémas sous-optimaux ont été proposés dans la littérature. On s'intéresse dans ce travail aux détecteurs de type annuleurs parallèle d'interférence (API) qui sont relativement moins coûteux en terme de complexité par rapport aux autres schémas. Ils ont été proposés la première fois par Varnasi et Aazhang [3, 4] en 1990 sous le nom de détecteurs multi-étages (*multistage detectors*). Le principe consiste à effectuer à la sortie de chaque étage une estimation des bits transmis de tous les utilisateurs simultanément pour reconstruire une estimation de la MAI qui sera soustraite de l'expression du signal reçu. L'opération est répétée d'une façon itérative autant de fois qu'il y a d'étages avant d'effectuer la décision au dernier étage.

Cependant, le fait d'annuler totalement l'IAM à la sortie de chaque étage, peut entraîner une dégradation des performances au lieu d'une amélioration. En effet, si l'estimation des bits aux étages amonts est erronée, le niveau de l'IAM augmentera au lieu de diminuer. Après avoir noté cette limitation majeure, Divsalar *et al.* [5] ont proposé une nouvelle structure, appelée Annuleur Parallèle Partiel d'Interférence (APPI). Comme son nom l'indique, il s'agit d'une annulation partielle de l'IAM. Elle est basée sur l'utilisation de facteurs de pondération indiquant la proportion de l'IAM à soustraire à chaque étage. Ces facteurs reflètent en fait la fiabilité de l'estimation des bits effectuée à chaque étage. Ils sont d'autant plus élevés que les estimées des bits sont plus fiables. Les performances du détecteur obtenu reposent considérablement sur l'optimisation de ces facteurs. Plusieurs approches d'optimisation ont été proposées dans la littérature. Inspirées de l'approche adaptative utilisant l'algorithme des moindres carrés moyens (MCM) proposée dans [1], et des travaux de Brown et Johnson [6], nous proposons dans ce papier une nouvelle approche basée sur la maximisation du rapport signal à interférence plus bruit (RSIB) pour un APPI à un étage dans le cas de systèmes CDMA synchrones. Nous montrons, par simulations, que les facteurs optimaux obtenus permettent d'avoir des résultats comparables à la méthode adaptative considérée dans [1] en terme de taux d'erreur binaire (TEB) avec une complexité réduite. Nous proposons également

une extension de l'expression des facteurs optimaux au cas de systèmes asynchrones. Après avoir introduit dans la section 2 le modèle du système CDMA considéré et le principe des détecteurs API, nous présentons dans la section 3 le principe de la méthode adaptative pour l'optimisation des facteurs de pondération. Ensuite, nous proposons dans la section 4 la nouvelle approche d'optimisation de ces facteurs par maximisation du RSIB tout en comparant ses performances à la méthode adaptative. Enfin, nous clôturons le papier avec quelques conclusions dans la section 5.

2 Modèle du système

Considérons le cas de systèmes DS-CDMA synchrones avec modulation BPSK dans un canal à bruit blanc additif Gaussien (BBAG).

Le signal reçu en bande de base sur un intervalle symbole s'écrit :

$$r(t) = \sum_{j=1}^M \sqrt{p_j} b_j c_j(t) + \eta(t) \quad (1)$$

où b_j désigne le bit du $j^{\text{ème}}$ utilisateur; M est le nombre d'utilisateurs actifs sur le canal; p_j et c_j désignent la puissance et le code du $j^{\text{ème}}$ utilisateur, respectivement; η est le terme de bruit de canal.

À la sortie du filtre adapté du $i^{\text{ème}}$ utilisateur, l'expression des statistiques de décision est donnée par :

$$y_i^{(0)} = \sqrt{p_i} b_i + \sum_{j=1, j \neq i}^M \sqrt{p_j} \rho_{ij} b_j + z_i \quad (2)$$

ρ_{ij} désigne le coefficient de corrélation des codes c_i et c_j . Le deuxième terme de cette expression représente l'interférence d'accès multiple (IAM). La technique d'annulation parallèle partielle d'interférence (APPI) consiste à reconstruire l'IAM à partir d'une estimation des bits des différents utilisateurs et à la soustraire partiellement du signal reçu. L'opération est répétée plusieurs fois selon une structure en multi-étages. La partie de l'IAM à soustraire est contrôlée par des coefficients de pondération qui doivent refléter la fiabilité de l'estimation des bits effectuée à chaque étage.

Les performances du système reposent essentiellement sur l'optimisation de ces facteurs. Plusieurs approches ont été proposées dans la littérature pour cet effet. On considère dans ce travail l'approche proposée dans [1].

3 Optimisation adaptative des facteurs de pondération

À la sortie du premier étage de l'APPI, les bits de l'utilisateur i sont estimés à partir de l'expression suivante :

$$y_i^{(1)} = \sqrt{p_i} b_i + \sum_{j=1, j \neq i}^M \sqrt{p_j} \rho_{ij} [b_j - a_j \hat{b}_j^{(0)}] + z_i \quad (3)$$

où $\hat{b}_j^{(0)}$ désigne l'estimée du bit de l'utilisateur j à la sortie de l'étage (0) (filtre adapté).

$$\hat{b}_j^{(0)} = \text{sgn}(y_j^{(0)})$$

Chaque facteur de pondération a_j détermine la partie de l'interférence due à l'utilisateur j qui sera annulée. Cette partie est d'autant plus importante que l'estimation du bit $\hat{b}_j^{(0)}$ correspondant à la sortie du filtre adapté est plus fiable.

Les auteurs dans [1] proposent une méthode adaptative basée sur l'algorithme des moindres carrés moyens (MCM ou LMS pour *Least Mean Square*) pour optimiser les facteurs de pondération.

La méthode consiste à considérer le signal reçu au rythme chip et à minimiser l'erreur quadratique moyenne en utilisant l'algorithme MCM opérant dans un intervalle bit au rythme chip.

La fonction coût à minimiser est donnée par :

$$\min_a E [|r(m) - \hat{r}(m)|^2], \quad 0 \leq m \leq N \quad (4)$$

avec $m \in \{1 \dots N\}$, N étant le facteur d'étalement; $r(m)$ désigne le signal reçu échantillonné et $\hat{r}(m)$ son estimation.

$$\hat{r}(m) = \sum_{j=1}^M a_j(m) \hat{b}_j^{(0)} c_j(m) \quad (5)$$

où $a_j(m)$ est le facteur de pondération à l'itération m de l'algorithme MCM. $a_j(N)$ est la valeur optimale qui sera utilisée dans le détecteur.

Les auteurs dans [1] ont montré que, pour un choix adéquat des paramètres de l'algorithme MCM, cette méthode peut améliorer les performances du système en se comparant à d'autres méthodes. Il s'agit de la méthode classique et de la méthode utilisant l'algorithme RLS. Celle-ci étant équivalente au détecteur décorrélateur. Il a été montré également que les performances de la méthode proposée dépendent des paramètres de convergence de l'algorithme, à savoir :

- *le pas*, son choix doit se faire en fonction du nombre d'utilisateurs actifs sur le canal, afin d'optimiser les performances en terme de TEB (Taux d'Erreur Binaire). Ils ont montré en particulier, que si le pas est optimisé pour un nombre élevé d'utilisateurs et que si le système passe à un nombre plus faible, le niveau du TEB se dégrade.
- *l'état initial*, la vitesse de convergence de l'algorithme dépend étroitement de l'initialisation des facteurs de pondération et par conséquent de la fiabilité de l'estimation des bits de l'étage précédent.

Par ailleurs, l'approche proposée présente une complexité de l'ordre de $O(NM)$ par étage [1].

4 Optimisation des facteurs de pondération par maximisation du RSIB

4.1 Cas synchrone

D'une façon générale, le RSIB est défini par :

$$RSIB_i = \frac{E(y_i^{(1)} | b_i)^2}{var(y_i^{(1)} | b_i)} \quad (6)$$

Pour le cas de l'annuleur parallèle d'interférence,

$$RSIB_i = \frac{(\sqrt{p_i}b_i + \sum_{j \neq i} \sqrt{p_j} \rho_{ij} \psi_j)^2}{\sum_{j \neq i} \sum_{m \neq i} \rho_{ij} \rho_{im} \sqrt{p_j p_m} \omega_{jm} + 2\sigma \sum_{j \neq i} \sqrt{p_j} \rho_{ij} \phi_{ji} + \sigma^2} \quad (7)$$

où

$$\psi_j = E(\epsilon_j | b_i), \quad \epsilon_j = b_j - a_j \hat{b}_j^{(0)}$$

$$\omega_{jm} = E[\epsilon_j \epsilon_m | b_i] - E[\epsilon_j | b_i] E[\epsilon_m | b_i]$$

et

$$\phi_{ji} = E[\epsilon_j z_i | b_i]$$

Le développement de l'expression exacte n'étant pas une tâche triviale, on procède à des approximations telles que celles faites dans [6] et références incluses de la façon suivante :

- ϵ_j est indépendante de b_i quel que soit $i \neq j$. Ceci se traduit par le fait qu'une erreur d'estimation faite sur le bit de l'utilisateur j , b_j , est indépendante du bit de l'utilisateur i , b_i .
- ϵ_j est indépendante de ϵ_m quel que soit $j \neq m$. En d'autres termes, les erreurs de décision sur l'utilisateur j sont indépendantes de celles de l'utilisateur m .
- ϵ_j est indépendante de z_i quel que soit $j \neq i$. Ou encore, les erreurs de décision du filtre adapté pour l'utilisateur j sont indépendantes de la composante i du bruit gaussien du canal.

Ainsi,

$$\psi_j = 0 \quad \forall i \neq j$$

$$\omega_{jm} = 0 \quad \forall j \neq i, \quad m \neq i \text{ et } j \neq m$$

$$\phi_{ji} = 0 \quad \forall j \neq i$$

Le seul terme qui reste à calculer est ω_{jj} .

$$\omega_{jj} = E(\epsilon_j^2 | b_i) - E(\epsilon_j | b_i)^2 \quad (8)$$

$$\approx E(\epsilon_j^2) \quad (9)$$

Explicitons tout d'abord ϵ_j pour le cas de l'APPI :

$$\epsilon_j^2 = \begin{cases} (1 + a_j)^2 & \text{si } \hat{b}_j^{(0)} = -b_j \\ (1 - a_j)^2 & \text{si } \hat{b}_j^{(0)} = b_j \end{cases} \quad (10)$$

Ainsi,

$$\omega_{jj} = (1 + a_j)^2 P_j^e + (1 - a_j)^2 (1 - P_j^e) \quad (11)$$

$$= (1 - a_j)^2 + 4a_j P_j^e \quad (12)$$

où P_j^e désigne la probabilité d'erreur de l'utilisateur j à la sortie du filtre adapté.

On peut maintenant exprimer le RSIB à la sortie du premier étage de l'APPI :

$$\begin{aligned} RSIB_i^{APPI} &= \frac{p_i}{\sum_{j \neq i} p_j \rho_{ij}^2 \omega_{jj} + \sigma^2} \\ &= \frac{p_i}{\sum_{j \neq i} p_j \rho_{ij}^2 [(1 - a_j)^2 + 4a_j P_j^e] + \sigma^2} \end{aligned} \quad (13)$$

Cette quantité atteint son maximum pour :

$$a_j^{opt} = 1 - 2P_j^e \quad (14)$$

Notons les deux cas particuliers suivants :

- Quand $P_j^e = 0$, l'estimée du bit b_j à l'étage précédent est correcte, $a_j^{opt} = 1$, on soustrait donc la totalité de l'interférence due à l'utilisateur j .
- Quand $P_j^e = 1$, l'estimée du bit b_j à l'étage précédent est fautive, $a_j^{opt} = -1$. Dans ce cas on soustrait la valeur opposée de l'interférence due à l'utilisateur j . Ce qui revient à corriger le bit b_j , tout d'abord, puis à soustraire l'interférence correspondante.

Bien que l'expression obtenue soit simple, elle fait appel au calcul de la probabilité d'erreur à la sortie de l'étage (0) dont le calcul n'est pas immédiat. Cependant, on peut avoir recours à une expression approximative. Considérons par exemple, l'approximation Gaussienne et l'expression de P_j^e donnée par [2]:

$$P_j^e = Q\sqrt{RSIB_j^0} \quad (15)$$

où $RSIB_j^0$ désigne le RSIB à la sortie du filtre adapté, il est donné par :

$$RSIB_j^0 = \frac{p_j}{\sum_{k \neq j} p_k \rho_{jk}^2 + \sigma^2} \quad (16)$$

Examinons maintenant les performances d'un détecteur APPI à un étage utilisant les facteurs ainsi obtenus. On compare dans fig.1 le taux d'erreur binaire à la sortie d'un APPI utilisant les facteurs optimaux au sens de la maximisation du RSIB et celui utilisant l'algorithme MCM.

La figure montre que la nouvelle méthode d'optimisation des facteurs de pondération réalise des performances comparables à la méthode basée sur l'algorithme MCM. La légère différence entre les deux peut être due à la validité de l'expression de la probabilité d'erreur (15) qu'on a utilisée. Rappelons que la méthode adaptative nécessite un calcul itératif dont la complexité est de l'ordre de $O(NM)$ et dont la convergence nécessite un ajustement particulier des paramètres, alors que la méthode proposée utilise une expression analytique des facteurs de pondération dont le calcul est immédiat, moyennant certaines approximations. Ceci justifie la légère dégradation observée des performances.

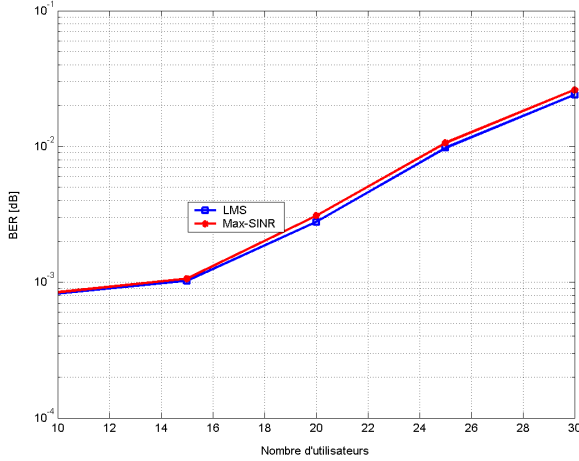


FIG. 1: Comparaison des performances des facteurs de pondération optimaux obtenus par LMS et par maximisation du RSIB.

4.2 Adaptation au cas asynchrone

Supposons l'utilisateur i comme étant utilisateur de référence. Dans l'intervalle du $n^{\text{ème}}$ symbole de cet utilisateur, le signal reçu s'écrit :

$$r_n(t) = \sqrt{p_i}b_{i,n}c_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^M \sqrt{p_j}(b_{j,n}\bar{c}_j^{ij}(t) + b_{j,n+1}\bar{c}_j^{ji}(t)) + \eta(t) \quad (17)$$

où \bar{c}_j^{ij} et \bar{c}_j^{ji} désignent les composantes droite et gauche, respectivement du code c_j de l'utilisateur j par rapport à l'utilisateur i , compte tenu du retard d'accès relatif entre les deux. (voir fig.2).

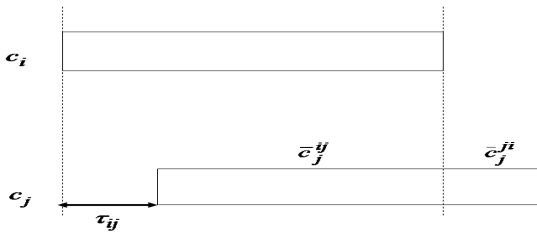


FIG. 2: Retard relatif d'accès multiple au canal

À la sortie du filtre adapté, l'expression des statistiques de décision de l'utilisateur i dans l'intervalle du $n^{\text{ème}}$ bit s'écrit :

$$y_{i,n} = \sqrt{p_i}b_{i,n} + \sum_{j \neq i} \sqrt{p_j}(R_{ij}b_{j,n} + \hat{R}_{ij}b_{j,n+1}) + z_i \quad (18)$$

R_{ij} et \hat{R}_{ij} désignent les coefficients de corrélation partielle entre les codes c_i et \bar{c}_j^{ij} , \bar{c}_j^{ji} respectivement.

Le RSIB à la sortie du filtre adapté correspondant est donné par :

$$RSIB_i^0 = \frac{p_i}{\sum_{k \neq i} p_k (R_{ik}^2 + \hat{R}_{ik}^2) + \sigma^2} \quad (19)$$

Pour le cas du APPI et en suivant le même raisonnement que pour le cas synchrone on obtient :

$$RSIB_i^{APPI} = \frac{p_i}{\sum_{k \neq i} p_k (R_{ik}^2 + \hat{R}_{ik}^2) [(1 - a_k)^2 + 4a_k P e_k] + \sigma^2} \quad (20)$$

Ainsi, les facteurs de pondération optimaux ont la même expression que pour le cas synchrone :

$$a_j^{opt} = 1 - 2Pe_j \quad (21)$$

5 Conclusions

Nous avons étudié dans ce travail le détecteur de type APPI à un étage pour les systèmes DS-CDMA. Nous avons établi une expression analytique du RSIB à la sortie de ce détecteur, que nous avons utilisée pour proposer une optimisation des facteurs de pondération au sens de la maximisation du RSIB. Nous avons montré que cette méthode peut réaliser des performances comparables à la méthode adaptative utilisant l'algorithme MCM, tout en étant avantageuse en terme de complexité. Nous avons proposé également des expressions similaires pour le cas de systèmes asynchrones. L'extension de cette étude pour le cas de canaux multi-trajets à évanouissement fera l'objet d'un travail futur.

Références

- [1] G.Xue, J. Weng, T. Le Ngoc, and S. Tahar. Adaptive multistage parallel interference cancellation for cdma. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 17:1815–27, 1999.
- [2] S. Verdu. *Multuser Detection*. Cambridge University Press, 1998.
- [3] M.K. Varanasi and B. Aazhang. Multistage detection in asynchronous code-division multiple-access communications. *IEEE Trans. Comm.*, 38:509–519, 1990.
- [4] M.K. Varanasi and B. Aazhang. Near-optimum detection in synchronous code-division multiple-access communications. *IEEE Trans. Comm.*, 39:725–736, 1991.
- [5] D. Divsalar, M.K. Simon, and D. Raphaeli. Improved parallel interference cancellation for cdma. *IEEE Trans. Comm.*, 46:258–268, 1998.
- [6] D.R. Brown and C.R. Johnson Jr. SINR, power efficiency, and theoretical system capacity of parallel interference cancellation. *Journal of Communication and Networks*, 3(3):228–237, 2001.