

Une nouvelle matrice de filtres couleurs pour l'échantillonnage optimal des images

Laurent CONDAT

GREYC

6 Bd Maréchal Juin, 14050 Caen cedex, France

laurent.condat@greyc.ensicaen.fr

Résumé – Nous proposons une nouvelle matrice de filtres couleurs (CFA) pour les appareils photo numériques et autres systèmes d'acquisition d'images couleurs à capteur unique. Notre motif, de périodicité 2×3 , présente des caractéristiques optimales, au sens où les informations de luminance et de chrominance de la scène couleurs sont encodées ensemble dans l'image matriciée avec la meilleure robustesse possible à l'aliasage et au bruit. De plus, ces propriétés sont exploitables au moyen d'une méthode de dématriciage linéaire simple, rapide, et efficace. Ainsi, notre CFA se présente comme une alternative particulièrement séduisante au CFA de Bayer pour la photographie numérique.

Abstract – We propose a new color filter array (CFA) for use in digital cameras and other single-sensor devices aimed at color image acquisition. Our pattern, with 2×3 periodicity, has optimal characteristics, since the luminance and chrominance information content of the color scene is encoded together in the mosaicked image with the best achievable robustness to aliasing and noise. Moreover, these superior properties are fully exploited by a simple, fast and efficient linear demosaicking method. Hence, our CFA shows up as a particularly well-suited alternative to the Bayer pattern for digital photography.

1 Introduction

Au cœur des appareils photo numériques se trouve généralement un unique capteur, sur lequel est superposé une matrice de filtres couleurs (CFA, pour *color filter array*) [1]. Le CFA de Bayer, représenté en figure 1 (a), est de loin le plus répandu. À partir de l'image matriciée (dite aussi mosaïquée) délivrée par le capteur, qui ne contient qu'une mesure au lieu des trois informations rouge (R), verte (V), bleue (B) pour chaque pixel, il est nécessaire de reconstruire une image couleurs. Cette opération, appelée *dématriciage*, a été étudié de manière extensive dans la littérature, voire par ex. [1, 2]. D. Alleysson a montré, comme nous le rappelons en section 2, que le dématriciage est en fait un problème de démultiplexage des informations de luminance et chrominance de la scène couleurs "encodées" dans l'image matriciée [3, 4]. En se basant sur cette interprétation, Hirakawa et coll. ont récemment reformulé le problème de la conception de CFAs comme visant à séparer maximale, dans l'image matriciée, les spectres des canaux de luminance et de chrominance en domaine fréquentiel [5]. Ainsi, l'aliasage entre ces bandes est minimisé. Cependant, de nombreux degrés de liberté subsistent avec cette formulation. Dans cet article, nous montrons qu'ils peuvent être exploités pour maximiser l'énergie de chrominance, pour une sensibilité à la luminance donnée, ce qui fournit le meilleur rapport signal à bruit accessible. Le CFA de périodicité 2×3 que nous présentons en section 3 est l'unique solution optimale de ce point de vue. Nous montrons aussi en section 4 que la stratégie de dématriciage par sélection spectrale qui lui est naturellement associée donne lieu à un al-

gorithme linéaire, plus simple et rapide que dans le cas du CFA de Bayer. Ses performances sont détaillées en section 5.

2 Interprétation fréquentielle de l'échantillonnage spatio-chromatique

Introduisons tout d'abord nos notations. Les vecteurs sont indiqués en gras, par ex. $\mathbf{k} = [k_1, k_2]^T \in \mathbb{Z}^2$. Une image couleurs est définie sous la forme $\mathbf{u} = (\mathbf{u}[\mathbf{k}])_{\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^2}$, où $\mathbf{u}[\mathbf{k}] \in [0, 1]^3$ est le triplet couleurs dans la base canonique $\mathbf{R}, \mathbf{V}, \mathbf{B}$ du pixel centré à la position \mathbf{k} . Un CFA $\mathbf{cfa} = (\mathbf{cfa}[\mathbf{k}])_{\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^2}$ est une image couleurs, bien que physiquement, les valeurs des pixels correspondent à des taux de transparence : la couleur blanche $[1, 1, 1]^T$ représente un filtre transparent. Nous cherchons à concevoir un CFA périodique, de périodicité $N_1 \times N_2$. Nous introduisons l'image couleurs $\mathbf{im} = (\mathbf{im}[\mathbf{k}])_{\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^2}$, qui est l'image de référence que vise à estimer le processus de dématriciage. Ainsi, l'image matriciée, notée $v = (v[\mathbf{k}])_{\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^2}$, est telle que $v[\mathbf{k}] = \mathbf{im}[\mathbf{k}]^T \mathbf{cfa}[\mathbf{k}]$, $\forall \mathbf{k} \in \mathbb{Z}^2$. En pratique, un terme stochastique modélisant le bruit doit être ajouté à ce modèle [6]. Enfin, nous définissons la transformée de Fourier d'un signal $u = (u[\mathbf{k}])_{\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^2}$ par $\hat{u}(\boldsymbol{\omega}) = \sum_{\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^2} u[\mathbf{k}] e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{k}}$, $\forall \boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^2$, et $*$ indique la convolution.

Il est avéré que dans les images naturelles, les canaux $\mathbf{R}, \mathbf{V}, \mathbf{B}$ sont corrélés [7, 1, 8]. C'est pourquoi nous introduisons la base orthonormale de luminance, chrominance R/V et chrominance B/J (J = jaune) définie par $\mathbf{L} = \frac{1}{\sqrt{3}}[1, 1, 1]^T$, $\mathbf{C}_{R/V} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$[1, -1, 0]^T$, $\mathbf{C}_{B/J} = \frac{1}{\sqrt{6}}[-1, -1, 2]^T$. Aussi, u^L , $u^{R/V}$, et $u^{B/J}$ représentent les composants d'un signal couleurs \mathbf{u} dans cette base. Ils peuvent, en moyenne, être considérés comme statistiquement indépendants pour les images naturelles [7]. Bien que cette hypothèse d'indépendance ne soit qu'une approximation, la base choisie reste la meilleure pour décorréler linéairement les images. De plus, selon la théorie des oppositions de couleurs, validée expérimentalement [9], cette base est un bon modèle des trois canaux utilisés par le système visuel humain (SVH) pour traiter l'information visuelle. En fait, le canal de luminance du SVH est plus sensible au vert qu'aux autres couleurs, mais il est important de considérer une base orthogonale, afin que le dématricage opère sur des signaux qui sont effectivement décorrélés.

La contribution majeure de D. Alleysson au problème du dématricage a consisté à montrer que l'image matriciée v est la somme des composantes de luminance et chrominance de l'image \mathbf{im} , modulées à différentes fréquences [3]. Les canaux cfa^L , $cfa^{R/V}$ et $cfa^{B/J}$ jouent le rôle de porteuses, puisque

$$\hat{v}(\boldsymbol{\omega}) = \sum_{C \in \{L, R/V, B/J\}} \widehat{\mathbf{im}}^C(\boldsymbol{\omega}) * \widehat{cfa}^C(\boldsymbol{\omega}). \quad (1)$$

Cette représentation fréquentielle de l'échantillonnage spatio-chromatique induit par le CFA nous éclaire sur l'objectif du dématricage, à savoir la séparation de ces signaux à partir de leur mélange dans v . À partir de cette caractérisation spectrale, Hira-kawa et coll. ont eu l'idée de définir le CFA directement au moyen de ses $3N_1 \cdot N_2$ coefficients de Fourier, afin que les signaux $\widehat{\mathbf{im}}^L$, $\widehat{\mathbf{im}}^{R/V}$ et $\widehat{\mathbf{im}}^{B/J}$ soient bien séparés dans \hat{v} [5]. Ainsi, ils proposent que la luminance soit localisée fréquemment à l'origine ($cfa^L[\mathbf{k}] = \text{constante}$) et la chrominance sur les bords de la zone de Nyquist, pour un éloignement maximal avec la luminance. La chrominance doit de plus se trouver loin des axes du plan fréquentiel, afin d'éviter l'aliasage avec l'énergie hautes fréquences de luminance correspondant aux structures alignées horizontalement ou verticalement dans les images, qui sont prépondérantes. Ces contraintes imposent que $N_1 = 2$ et $N_2 \geq 3$ (à une rotation près de 90° du CFA) [5]. De nombreux degrés de liberté restent cependant libres. Nous montrons comment les choisir, en nous concentrant sur les propriétés de robustesse du système au bruit.

3 Un nouveau CFA robuste à l'aliasage et au bruit

Nous imposons tout d'abord la contrainte que les bandes de chrominance $cfa^{R/V}$ et $cfa^{B/J}$ soient localisées à une fréquence unique $\pm\boldsymbol{\omega}_0 = [\pi, \pm\omega_0]^T$ avec $\omega_0 = 2\pi n_2/N_2$ pour un certain entier $1 \leq n_2 \leq \lfloor (N_2 - 1)/2 \rfloor$ premier avec N_2 . En effet, cela réduit les risques d'aliasage inter-chrominance et facilite grandement le dématricage. Deuxièmement, les deux bandes de chrominance doivent être orthogonales, afin que leurs informations n'interfèrent pas et puissent être optimalement séparées lors du dématricage. Troisièmement, les porteuses des

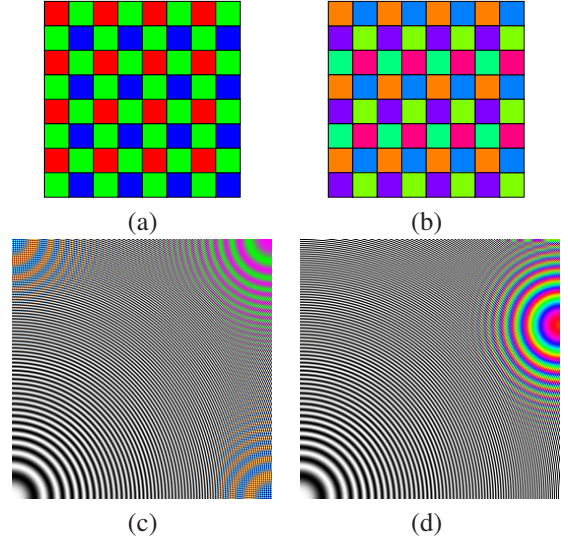


FIGURE 1 – Le CFA de Bayer (a) et le nouveau CFA proposé dans cet article (b), ainsi qu'une partie des images dématricées avec ces CFAs respectifs, comme décrit en section 4, à partir d'une image synthétique *zoneplate* en niveaux de gris (c)-(d).

deux canaux de chrominance doivent avoir la même amplitude, afin que les capacités du CFA à discriminer les couleurs soient isotropes, sans axe de chrominance privilégié. Ainsi, les porteuses de chrominance sont des sinusoides en quadrature, et le CFA est tel que, pour tout $\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^2$,

$$cfa^L[\mathbf{k}] = \gamma^L, \quad (2)$$

$$cfa^{R/V}[\mathbf{k}] = \gamma^C (-1)^{k_1} \sqrt{2} \sin(\omega_0 k_2 - \varphi), \quad (3)$$

$$cfa^{B/J}[\mathbf{k}] = \gamma^C (-1)^{k_1} \sqrt{2} \cos(\omega_0 k_2 - \varphi), \quad (4)$$

où γ^L est le *gain de luminance* et γ^C le *gain de chrominance* du CFA, et la phase φ est, à ce point, un paramètre libre. L'objectif devient donc la maximisation de γ^L et γ^C , sous contrainte que $cfa[\mathbf{k}] \in [0, 1]^3 \forall \mathbf{k} \in \mathbb{Z}^2$, afin que le maximum d'information soit encodé dans l'image matriciée. En effet, les mesures $v[\mathbf{k}]$ sont bruitées en pratique [6], et γ^L et γ^C contrôlent donc le rapport signal à bruit et la capacité du processus de dématricage à reconstruire une image faiblement bruitée. Malheureusement, γ^L et γ^C sont des paramètres antagonistes. On fixe $\gamma^L = \sqrt{3}/2$, car on peut montrer que γ^C est maximal pour cette valeur, tout en restant plus faible que γ^L .

Le point crucial est maintenant la maximisation de γ^C . On peut montrer que, N_2 et n_2 étant fixés, les valeurs désirées sont

$$\gamma^C = \frac{\sqrt{3}}{4 \cos(\varphi)}, \quad \varphi = \frac{\pi}{\text{lcm}(6, N_2)}, \quad (5)$$

où lcm est le plus petit multiple commun. Par conséquent, γ^C est maximum pour $N_2 = 3$ et $n_2 = 1$ (l'autre solution $N_2 = 6$ et $n_2 = 1$ n'est pas intéressante, car pour un gain γ^C identique, la chrominance est modulée à une fréquence plus proche de l'origine). Ainsi obtient-on le CFA recherché, de périodicité 2×3 , représenté en figure 1 (b). Il consiste en un petit nombre (six) de filtres différents, ayant les couleurs $[1, 0, \frac{1}{2}]$,

$[1, \frac{1}{2}, 0]$, $[0, 1, \frac{1}{2}]$, $[0, \frac{1}{2}, 1]$, $[\frac{1}{2}, 0, 1]$ et $[\frac{1}{2}, 1, 0]$. Notons qu'il ne dépend pas du choix de la base de chrominance R/V et B/J, choisie uniquement pour effectuer les calculs. La fréquence de modulation de la chrominance $\omega_0 = [\pi, 2\pi/3]^T$ est idéalement située, loin de l'origine et des axes du plan fréquentiel, sans être trop proche de $[\pi, \pi]^T$ (avec donc un risque d'aliasage inter-chrominance très faible). Les gains correspondant sont $\gamma^L = \sqrt{3}/2$ and $\gamma^C = 1/2$.

En comparaison, le CFA de Bayer est tel que $\gamma^L = \sqrt{3}/3$, $\gamma^C = 1/2$ pour la chrominance R/B et $\gamma^C = \sqrt{6}/4$ pour la chrominance V/M (M=magenta). Notre nouveau CFA a avant tout une sensibilité à la lumière plus élevée (γ^L supérieur), ce qui permet, en photographie, de réduire le temps d'exposition (pour moins de flou de bougé dû aux mouvements de l'appareil), d'augmenter l'ouverture (pour une profondeur de champ étendue, donc moins de flou de mise au point), ou d'utiliser une sensibilité ISO inférieure (pour diminuer l'amplitude du bruit, qui ne peut être que très imparfaitement supprimé par les algorithmes de débruitage). Le CFA de Bayer a certes un gain de chrominance V/M supérieur, mais le bruit est réparti de manière asymétrique selon les couleurs et, surtout, l'information de chrominance est corrompue par aliasage avec la luminance, ce qui entraîne la présence de franges oranges/bleues typiques après dématricage pour certaines images (voir figure 2 (a)). Notre CFA est exempt de ce défaut si contraignant (voir figure 2 (b)), ce qui permet d'une part de supprimer le besoin du filtre optique anti-aliasage couramment positionné sur le capteur et qui réduit la résolution intrinsèque des images, et d'autre part d'effectuer le dématricage au moyen d'un algorithme linéaire très simple et rapide, décrit dans la section suivante.

Enfin, le CFA de taille 2×4 proposé par Hirakawa et coll. [5] a aussi des gains différents $\gamma^{R/B} = \sqrt{2}/4$ et $\gamma^{G/M} = \sqrt{6}/4$, pour le même gain γ^L . Lorsque v est corrompue par un bruit blanc additif, avec l'algorithme linéaire présenté en section suivante, une partie du bruit se retrouve dans la chrominance de l'image dématricée, avec une énergie amplifiée d'un facteur $1/(\gamma^{R/B})^2 + 1/(\gamma^{G/M})^2$, soit $32/3$ contre 8 pour notre CFA. De plus, ce CFA est plus sensible à l'aliasage inter-chrominance, par exemple au niveau de contours horizontaux colorés.

4 Dématricage par sélection spectrale

Un algorithme simple et linéaire découle naturellement des caractéristiques spectrales de notre CFA. Il consiste à séparer le contenu fréquentiel de l'image matricée v pour l'affecter dans les bandes de luminance et de chrominance de l'image dématricée dem . Plus précisément, nous proposons l'algorithme :

1. Calculer l'image v_1 par modulation à partir de v afin de déplacer l'information de chrominance R/V, qui est centrée dans \hat{v} autour de $\pm\omega_0$, à l'origine : $v_1[\mathbf{k}] = (-1)^{k_1} \sqrt{2} \sin(\omega_0 k_2 - \varphi) / \gamma^C v[\mathbf{k}]$.
2. Appliquer un filtrage passe-bas avec un filtre h approprié, afin de séparer l'information de chrominance R/V du reste du spectre de h : $\text{dem}^{R/V} = v_1 * h$.

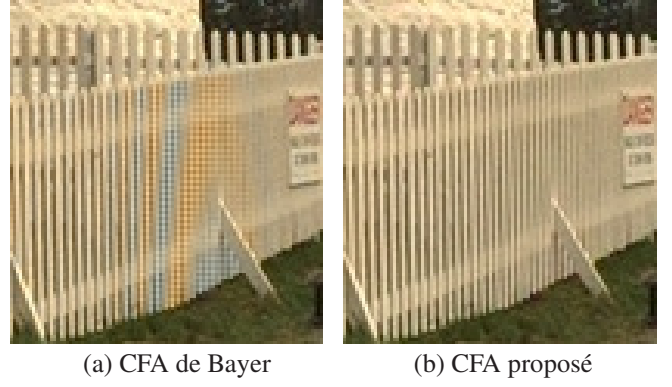


FIGURE 2 – Résultat du dématricage linéaire par sélection spectrale (voir section 4) sur une partie de l'image *Lighthouse*.

3. De même, on obtient l'information de chrominance B/J : $\text{dem}^{B/J} = v_2 * h$ où $v_2[\mathbf{k}] = (-1)^{k_1} \sqrt{2} \cos(\omega_0 k_2 - \varphi) / \gamma^C v[\mathbf{k}]$.
4. L'information de luminance correspond au contenu fréquentiel restant de v : on soustrait donc de v les bandes de chrominances remodulées : $\text{dem}^L[\mathbf{k}] = 1/\gamma^L (v[\mathbf{k}] - \gamma^C (-1)^{k_1} \sqrt{2} \sin(\omega_0 k_2 - \varphi) \text{dem}^{R/V}[\mathbf{k}] - \gamma^C (-1)^{k_1} \sqrt{2} \cos(\omega_0 k_2 - \varphi) \text{dem}^{B/J}[\mathbf{k}])$.
5. Finalement, on obtient dem^R , dem^G , dem^B par changement de base à partir de $\text{dem}^{R/V}$, $\text{dem}^{B/J}$, dem^L .

Ainsi, la complexité de la méthode est de l'ordre de deux convolutions. Qui plus est, elles utilisent le même filtre et peuvent être réalisées en parallèle. En pratique, les valeurs des porteuses sinusoïdales peuvent être stockées dans un tableau de taille 6, en exploitant la périodicité du motif, et il n'y a pas besoin d'appeler les fonctions cos et sin.

Notons que cet algorithme est un cas particulier optimisé de l'approche générique proposée dans [5, 10]. Son équivalent dans le cas du CFA de Bayer est l'algorithme de Dubois [11]. Cependant, si le dématricage peut aussi être effectué en deux convolutions pour le CFA de Bayer, cela n'exploite pas complètement la structure particulière du spectre de l'image matricée. En effet, dans ce cas, l'information de chrominance R/B est modulée en deux exemplaires, aux fréquences $[\pi, 0]^T$ et $[0, \pi]^T$ [3]. Le succès du dématricage avec le CFA de Bayer tient à la capacité à tirer efficacement partie, de manière non linéaire, de cette redondance [11].

Remarquons qu'il est possible de visualiser l'effet fréquentiel du matricage, décrit par l'éq. (1), en matricant puis dématricant une figure synthétique de type *zoneplate*, comme en fig. 1 (c) et (d). En interprétant cette figure comme le plan fréquentiel $[0, \pi]^2$, on voit apparaître les fréquences de modulation de la chrominance.

Enfin, en ce qui concerne le choix du filtre h , nous avons utilisé pour les expériences de la section suivante l'approche de Dubois [12], afin de calculer les filtres non séparables de taille 9×9 optimaux au sens des moindres carrés pour la base d'images tests utilisées.

Méthode de dématricage	non linéaires		Sélection spectrale avec filtres 9×9	
	[11]	[13]		
CFA	Bayer	Bayer	Bayer	proposé
MSE moyenne	8.54	9.25	10.36	7.50

TABLE 1 – MSE moyenne obtenue après dématricage sur l'ensemble de 20 images tests utilisées dans [14] (les 5 premières lignes et colonnes des images sont ignorées pour la MSE).

5 Résultats expérimentaux

Nous avons matricé puis dématricé les 20 images de taille 768×512 utilisées par de nombreux auteurs [14, 5]. Notons que toutes les images sont orientées horizontalement (par rotation de 90° si nécessaire) afin de simuler l'acquisition avec un appareil photo. L'erreur quadratique moyenne (MSE) sur tous les pixels des 20 images est reportée dans le tab. 1. Nous donnons aussi les résultats obtenus pour le CFA de Bayer avec deux méthodes non linéaires représentant l'état de l'art. [11, 13]. L'amélioration de 18% au plus obtenue avec ces dernières par rapport au dématricage linéaire par sélection spectrale est assez mince, compte tenu de leur coût bien plus élevé. De plus, les méthodes non linéaires détruisent les caractéristiques spectrales du bruit, ce qui rend le débruitage bien plus problématique. Avec notre CFA, la stratégie de dématricage proposée suffit pour exploiter les propriétés théoriques optimales, comme le montrent les résultats numériques. Visuellement, les images sont presque totalement dépourvues d'artefacts visibles. Les franges colorées typiques du CFA de Bayer ne sont jamais présentes, comme dans l'exemple de la fig. 2.

Par manque de place, nous omettons l'analyse du comportement de la méthode de dématricage lorsque v est corrompue par un bruit blanc additif. Une illustration est fournie en fig. 3.

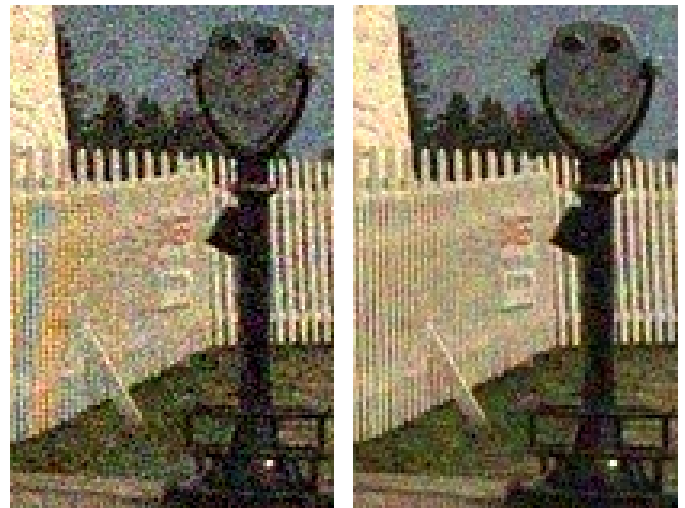
6 Conclusion

Nous avons redefini le problème du *design* de CFA comme la maximisation de l'énergie de la scène couleurs capturée dans l'image matricée, sous la contrainte de séparation spectrale maximale proposée par Hiraoka et coll. [5]. Notre nouveau CFA, solution de ce problème d'optimisation, offre une robustesse optimale à la fois à l'aliasage et au bruit. De plus, le dématricage peut être réalisé de manière linéaire, simple, rapide, et efficace. Nous poursuivons notre travail concernant le développement de stratégies de dématricage/débruitage conjoint.

Références

[1] B. K. Gunturk, J. Glotzbach, Y. Altunbasak, R. W. Schaffer et R. M. Mersereau, "Demaicing: Color filter array interpolation", *IEEE Signal Processing Mag.*, vol. 22, n° 1, p. 44–54, Janv. 2005.

[2] X. Li, B. K. Gunturk et L. Zhang, "Image demosaicing: A systematic survey", *Proc. of IS&T/SPIE VCIP*, San Jose, CA., Janv. 2008, vol. 6822.



(a) CFA de Bayer

(b) CFA proposé

FIGURE 3 – Résultats de dématricage d'une partie de l'image *Lighthouse*, alors que l'image matricée est corrompue par un bruit blanc gaussien d'écart-type $\sigma = 20$.

[3] D. Alleyson, S. Süsstrunk et J. Herault, "Linear demosaicing inspired by the human visual system", *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 14, n° 4, p. 439–449, Avr. 2005.

[4] D. Alleysson et B. Chaix de Lavarène, "Frequency selection demosaicing: A review and a look ahead", *Proc. of IS&T/SPIE VCIP*, San Jose, CA., Janv. 2008.

[5] K. Hiraoka et P. J. Wolfe, "Spatio-spectral color filter array design for optimal image recovery", *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 17, n° 10, p. 1876–1890, Oct. 2008.

[6] A. Foi, M. Trimeche, V. Katkovnik et K. Egiazarian, "Practical Poissonian-Gaussian noise modeling and fitting for single-image raw-data", *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 17, n° 10, p. 1737–1754, Oct. 2008.

[7] Y. Hel-Or, "The canonical correlations of color images and their use for demosaicing", Tech. Rep. HPL-2003-164R1, HP Laboratories Israel, Fév. 2004.

[8] B. A. Wandell, *Foundations of Vision*, Sinauer Associates, Inc., 1995.

[9] L. M. Hurvich et D. Jameson, "An opponent-process theory of color vision", *Psychological Review*, vol. 64, p. 384–404, 1957.

[10] K. Hiraoka et P. Wolfe, "Second-generation color filter array and demosaicing designs", *Proc. of SPIE VCIP*, 2008, vol. 6822.

[11] E. Dubois, "Frequency-domain methods for demosaicing of Bayer-sampled color images", *IEEE Signal Processing Lett.*, vol. 12, n° 12, p. 847–850, Déc. 2005.

[12] E. Dubois, "Filter design for adaptive frequency-domain Bayer demosaicing", *Proc. of IEEE ICIP*, 2006, p. 2705–2708.

[13] L. Nai-Xiang, C. Lanlan, T. Yap-Peng et V. Zagorodnov, "Adaptive filtering for color filter array demosaicing", *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 16, n° 10, p. 2515–2525, Oct. 2007.

[14] B. K. Gunturk, Y. Altunbasak et R. M. Mersereau, "Color plane interpolation using alternating projections", *Proc. IEEE*, vol. 11, n° 9, p. 997–1013, Sept. 2002.