

Allocation de puissance dans le partage du spectre avec une connaissance partielle des canaux

Abdoulaye BAGAYOKO^{1,2}, Patrick TORTELIER¹, Inbar FIJALKOW²

¹ Orange Labs (France Telecom R&D)

38-40 Rue du Général Leclerc, 92794 Issy-les-Moulineaux Cedex 9, France

²ETIS, ENSEA, Université de Cergy-Pontoise, CNRS UMR 8051

6 avenue du Ponceau, 95014 Cergy-Pontoise Cedex - France

{abdoulaye.bagayoko,patrick.tortelier}@orange-ftgroup.com, inbar.fijalkow@ensea.fr

Résumé – On considère le problème d'allocation de puissance dans une bande radio-fréquence où communique déjà un utilisateur primaire (PR) pour le partage avec un utilisateur secondaire ou cognitif (CR) moyennant le respect de deux contraintes d'interférence: une contrainte de puissance moyenne limitée d'interférence et une contrainte de puissance pic limitée d'interférence. Nous introduisons une troisième contrainte sur la somme des débits instantanés des deux utilisateurs du spectre: la somme des débits dans le partage, doit être plus grande que le débit de l'utilisateur primaire en absence d'un autre utilisateur interférant. Nous proposons des conditions où l'allocation optimale de puissance au secondaire, sous les contraintes considérées, ne dépend pas des informations du lien primaire.

Abstract – This paper addresses the spectrum-sharing in single-antenna fading channels for wireless communications, where a secondary or cognitive user (CR) shares a spectrum with an existing spectrum-licensée or primary user (PR), and, thus interferes with it. The secondary user is supposed to transmit as long as the interference caused by its transmission onto the primary receiver remains below a predefined threshold. In fact, we investigate a power control design for the secondary user under joint peak and average received-power constraints at the PR receiver and, in particular, under a new criterion named here by the *sum-capacity-profit constraint* (SCPC). The SCPC ensures that the sum of the throughputs of the PR and the CR links is greater than the throughput of the PR transmitting alone over the spectrum without any interfering user. Considering these constraints, we show that under some simple criterion (independently of the channels gains), we can design a power control policy, for the secondary spectrum user, exploiting the direct link channel state information (CSI) only.

1 Introduction

Face à la multiplication des applications utilisant le spectre radio et le manque de nouvelles ressources en spectre, il est conseillé d'adopter une approche de gestion plus flexible du spectre. Plusieurs schémas ont ainsi été imaginés, en particulier des schémas d'utilisation secondaire d'un spectre déjà affecté à un utilisateur dit primaire (PR) ou bien l'utilisation de bande sans licence. Dans le cas de l'utilisation secondaire du spectre, on distingue une variante opportuniste (l'émetteur secondaire utilise les intervalles de temps où un PR n'émet pas), et une variante dite *underlay* (l'utilisateur secondaire (CR) transmet dans des bandes déjà occupées mais avec des niveaux de puissance contrôlés). Dans cette deuxième variante qui nous intéresse ici, le problème auquel on peut se ramener est celui du contrôle des interférences créées par l'utilisateur secondaire sur l'utilisateur primaire. On est donc dans une situation de partage du canal, avec des contraintes sur les interférences. Dans ce contexte, [2] considère le partage du canal entre un PR et un CR et calcule l'allocation optimale de puissance ainsi que la capacité ergodique maximale du CR sous les contraintes de puissance moyenne limitée et de puissance pic limitée de l'interférence créée au primaire. Cependant l'allocation optimale de puissance trouvée dans [2] ne contrôle pas la somme des

débits des utilisateurs du spectre : le débit du PR seul dans le spectre, peut être plus grand que la somme des débits en partage du spectre. Dans un tel cas il serait préférable de ne pas partager le spectre quand l'intérêt est porté sur l'amélioration du débit global du réseau. [3] a présenté un nouveau critère pour concevoir le schéma d'allocation de puissance du CR, en introduisant *la contrainte de perte limitée en débit de l'utilisateur primaire*. Cette méthode permet de mieux protéger l'utilisateur primaire en assurant que la perte en débit du lien de celui-ci, induite par l'arrivée du CR, ne dépasse pas une certaine valeur fixée en avance. Cependant pour réaliser le schéma de [3], le CR doit disposer de la connaissance du lien indirect émetteur PR - récepteur PR. Nous voulons nous affranchir de cette connaissance du canal au niveau du CR.

Dans ce papier, nous considérons le partage du spectre illustré sur la Fig.1. Nous considérons en plus des contraintes de puissance moyenne et pic limitées de l'interférence créée au primaire, une nouvelle contrainte assurant un gain sur le débit global du réseau en partage du spectre. Nous montrons que sous une certaine condition (qui ne dépend pas des réalisations des canaux), l'allocation optimale au niveau de l'émetteur du CR n'utilise que la connaissance des liens directs.

La suite de ce papier sera sectionnée de la façon suivante :

dans la section 2, nous décrivons le système considéré ainsi que le modèle des signaux. Dans la section 3, nous construirons d'abord la contrainte permettant d'assurer un gain sur la somme des débits, ensuite nous aborderons le problème d'allocation optimale de puissance sous les contraintes considérées. Nous calculerons alors une condition suffisante pour que cette allocation optimale ne dépende pas du lien du PR et enfin nous calculerons le débit moyen correspondant du CR. Dans la section 4, nous montrerons quelques résultats de simulation et enfin nous conclurons dans la section 5.

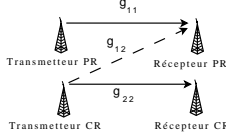


FIG. 1 – Partage du spectre entre un utilisateur primaire et un utilisateur secondaire

2 Description du système et modèle des signaux

Les gains des canaux à évanouissement et variables en temps sont supposés constants dans la bande de transmission et seront notés par g_{11} , g_{22} et g_{12} , comme précisé sur la Fig. 1. Nous ignorons le lien transmetteur PR - récepteur CR comme dans [2]. Tous les gains sont supposés indépendants et identiquement distribués suivant une loi de Rayleigh de variance unité ; en plus ils sont supposés stationnaires, ergodiques et mutuellement indépendants du bruit additif gaussien dont la densité spectrale de puissance est σ^2 . Les interférences seront ajoutées au bruit additif gaussien à la réception. Les débits instantanés des utilisateurs primaire et secondaire seront notés respectivement c_{pr} et c_{cr} ; les débits moyens seront notés par C_{pr} et C_{cr} . Quand l'utilisateur primaire est seul dans le spectre, ses débits instantané et moyen seront notés par c_{pr}^{\max} et C_{pr}^{\max} . Ces débits sont approchés par la formule classique de Shannon : $c_{pr} \triangleq \log \left(1 + \frac{p_1 g_{11}}{\sigma^2 + p_2 g_{12}} \right)$; $c_{pr}^{\max} \triangleq \log \left(1 + \frac{p_1 g_{11}}{\sigma^2} \right)$; $c_{cr} \triangleq \log \left(1 + \frac{p_2 g_{22}}{\sigma^2} \right)$; $C_{pr} \triangleq \mathbb{E}[c_{pr}]$; $C_{pr}^{\max} \triangleq \mathbb{E}[c_{pr}^{\max}]$ et $C_{cr} \triangleq \mathbb{E}[c_{cr}]$. Où le symbole $\mathbb{E}[\cdot]$ désigne l'espérance mathématique ; p_1 et p_2 correspondent aux puissances de signal allouées aux émetteurs primaire et secondaire.

Les puissances pic et moyenne maximales de l'interférence permises, créée par le CR au PR, seront respectivement notées par Q_{peak} et Q_{avg} . Les contraintes de puissances moyenne et pic limitées de l'interférence ou PIPC (*primary-interference-power constraint*) s'écrivent mathématiquement comme :

$$\text{PIPC} : \begin{cases} p_2 g_{12} & \leq Q_{peak} \\ \mathbb{E}[p_2 g_{12}] & \leq Q_{avg} \\ p_2 & \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

3 Optimisation du débit moyen du CR

Dans cette partie, nous allons d'abord construire une contrainte que nous appellerons dans la suite **contrainte SCPC** (*sum-*

capacity-profit constraint). Cette contrainte assure que la somme des débits de tous les utilisateurs du spectre, soit plus grande que le débit du PR lorsqu'il est tout seul dans le spectre sans interférence. Ensuite, nous aborderons le problème d'optimisation du débit moyen du CR sous les contraintes considérées. Nous développerons alors une condition suffisante pour que l'allocation optimale de puissance au récepteur secondaire, soit indépendante du gain du lien direct du PR (lien émetteur PR vers le récepteur PR).

3.1 Contrainte de gain sur la somme des débits : contrainte SCPC

Lorsque le PR est tout seul dans le spectre, son débit instantané est $c_{pr}^{\max} \triangleq \log \left(1 + \frac{p_1 g_{11}}{\sigma^2} \right)$. A l'arrivée d'un utilisateur secondaire transmettant à la puissance $x \triangleq p_2$, le débit instantané du PR décroît pour devenir $c_{pr} \triangleq \log \left(1 + \frac{p_1 g_{11}}{\sigma^2 + x g_{12}} \right)$. Soit r_l la perte de débit du PR, nous avons :

$$r_l(x) \triangleq c_{pr}^{\max} - c_{pr} = \log \left(\frac{a + bx}{a + cx} \right) \quad (2)$$

avec :

$$\begin{cases} a & = \sigma^2 (\sigma^2 + p_1 g_{11}) \\ b & = g_{12} (\sigma^2 + p_1 g_{11}) \\ c & = \sigma^2 g_{12} \end{cases} \quad (3)$$

L'utilisateur secondaire gagne le débit c_{cr} tel que :

$$c_{cr}(x) = \log(1 + dx) \quad (4)$$

avec $d = \frac{g_{22}}{\sigma^2}$. Compte tenu de la propriété de croissance de la fonction logarithme, le partage du spectre augmentera le débit instantané global du réseau si et seulement si nous avons $c_{pr}^{\max} - c_{pr} \leq c_{cr}$, ce qui se traduit par :

$$f(x) \triangleq \tilde{r}_l(x) - \tilde{c}_{cr}(x) = -\frac{cdx^2 + (ad + c - b)x}{a + cx} \leq 0 \quad (5)$$

où $\tilde{r}_l(x) \triangleq \frac{a+bx}{a+cx}$ et $\tilde{c}_{cr}(x) \triangleq 1 + dx$. Ainsi, $f(x) \leq 0 \iff cdx \geq b - ad - c$, ce qui peut encore s'écrire comme :

$$\text{SCPC} : \text{snr}_{cr} \geq \text{snr}_{pr} - \frac{g_{22}}{g_{12}} (1 + \text{snr}_{pr}) \quad (6)$$

où $\text{snr}_{pr} \triangleq \frac{p_1 g_{11}}{\sigma^2}$ et $\text{snr}_{cr} \triangleq \frac{p_2 g_{22}}{\sigma^2}$. Cette contrainte peut encore s'écrire comme : $p_2 \geq p_2^{\min} \triangleq \frac{\sigma^2}{g_{22}} \left[\text{snr}_{pr} - \frac{g_{22}}{g_{12}} (1 + \text{snr}_{pr}) \right]$. Dans la section suivante, nous optimiserons le débit du CR sous les contraintes (1) et (6).

3.2 Allocation optimale de puissance

Le problème de recherche de l'allocation optimale de puissance qui maximise le débit moyen du CR sous les contraintes de protection de la transmission de l'utilisateur primaire (PIPC) ainsi que sous la contrainte SCPC, s'écrit comme :

$$C_{cr}^{\text{opt}} = \max_{p_2(g_{22}, g_{12})} \left\{ \mathbb{E}_{g_{22}, g_{12}} \left[\log \left(1 + \frac{g_{22} p_2 (g_{22}, g_{12})}{\sigma^2} \right) \right] \right\} \quad (7)$$

S.t (1)et(6)

Résolution du problème d'optimisation : La résolution de ce problème peut se faire en deux étapes : en résolvant d'abord le problème avec la seule contrainte (1), puis en adaptant la solution obtenue à la contrainte (6).

Considérant le problème (7) avec la seule contrainte (1), l'allocation optimale correspondante est donnée dans [2] :

$$p_2^*(g_{22}, g_{12}) = \begin{cases} \frac{Q_{peak}}{g_{12}}, & \frac{g_{12}}{g_{22}} < \frac{\gamma_0 - Q_{peak}}{\sigma^2} \\ \frac{\gamma_0}{g_{12}} - \frac{\sigma^2}{g_{22}}, & \frac{\gamma_0 - Q_{peak}}{\sigma^2} \leq \frac{g_{12}}{g_{22}} \leq \frac{\gamma_0}{\sigma^2} \\ 0, & \frac{\gamma_0}{\sigma^2} < \frac{g_{12}}{g_{22}} \end{cases} \quad (8)$$

où la constante γ_0 est obtenue de telle sorte que la contrainte (1) soit atteinte. Cette constante est une fonction de Q_{peak} , et Q_{avg} , [2] :

$$\gamma_0 = \frac{Q_{peak}}{1 - \exp\left(\frac{Q_{avg} - Q_{peak}}{\sigma^2}\right)} - \sigma^2 \quad (9)$$

Nous nous intéressons seulement au cas $Q_{peak} < \gamma_0$ (comme dans [2]) qui assure que Q_{peak} affecte le débit moyen maximal C_{cr}^{opt} .

Pour avoir la solution au problème (7) avec les deux contraintes (1) et (6), nous tenons compte, dans la solution (8), de la condition de coupure, $p_2 \geq p_2^{\min}$, de la contrainte (6) :

$$\begin{aligned} \bullet p_2^*(g_{22}, g_{12}) &= \frac{Q_{peak}}{g_{12}}, \text{ si : } \begin{cases} \frac{g_{12}}{g_{22}} < \frac{\gamma_0 - Q_{peak}}{\sigma^2} \\ \frac{Q_{peak}}{g_{12}} \geq p_2^{\min} \end{cases} \\ \bullet p_2^*(g_{22}, g_{12}) &= \frac{\gamma_0}{g_{12}} - \frac{\sigma^2}{g_{22}}, \text{ si : } \begin{cases} \frac{\gamma_0 - Q_{peak}}{\sigma^2} \leq \frac{g_{12}}{g_{22}} \leq \frac{\gamma_0}{\sigma^2} \\ \frac{\gamma_0}{g_{12}} - \frac{\sigma^2}{g_{22}} \geq p_2^{\min} \end{cases} \\ \bullet p_2^*(g_{22}, g_{12}) &= 0, \text{ si } \frac{\gamma_0}{\sigma^2} < \frac{g_{12}}{g_{22}}, \text{ ou si } \frac{Q_{peak}}{g_{12}} < p_2^{\min}, \\ &\text{ou encore si } \frac{\gamma_0}{g_{12}} - \frac{\sigma^2}{g_{22}} < p_2^{\min}. \end{aligned}$$

Finalement, la solution de (7) peut s'écrire comme (10) (voir page suivante). Cette solution dépend non seulement des gains des liens directs issus de l'émetteur CR, mais aussi du lien du PR snr_{pr} difficilement estimable par le CR. Nous allons développer des conditions suffisantes pour que cette solution ne dépende que des liens directs, g_{22} et g_{12} .

Des conditions suffisantes d'une allocation de puissance avec uniquement les liens directs : sur la solution (10), si nous avons simultanément :

$$\min\left(\frac{\gamma_0 - Q_{peak}}{\sigma^2}; \frac{1}{\text{snr}_{pr}} \left(\frac{Q_{peak}}{\sigma^2} + 1\right) + 1\right) = \frac{\gamma_0 - Q_{peak}}{\sigma^2} \quad (11)$$

$$\min\left(\frac{\gamma_0}{\sigma^2}; \frac{\gamma_0}{\sigma^2 (\text{snr}_{pr} + 1)} + 1\right) = \frac{\gamma_0}{\sigma^2} \quad (12)$$

alors la solution (10) s'écrit comme (8) où l'allocation de puissance dépend uniquement de la connaissance des liens directs g_{22} et g_{12} . Nous pouvons encore écrire les deux conditions (11) et (12) comme :

$$\frac{\gamma_0}{\sigma^2} \leq \frac{1}{\text{snr}_{pr}} + 1 + \frac{Q_{peak}}{\sigma^2} \left(\frac{1}{\text{snr}_{pr}} + 1\right) \quad (13)$$

$$\frac{\gamma_0}{\sigma^2} \leq \frac{1}{\text{snr}_{pr}} + 1. \quad (14)$$

L'inégalité (14) impliquant l'inégalité (13), nous obtenons alors la condition suivante :

$$\frac{1}{\text{snr}_{pr}} \geq \frac{\gamma_0}{\sigma^2} - 1. \quad (15)$$

L'inégalité (15) est donc une condition suffisante pour que l'allocation optimale de puissance (10) ne dépende que de la connaissance des liens directs g_{22} et g_{12} .

De la condition (15), nous tirons deux scénarios possibles :

- Si $\gamma_0 > \sigma^2$, alors pour satisfaire la condition (15), le SNR de l'utilisateur primaire doit être limité :

$$\text{snr}_{pr} \leq G \triangleq \frac{1}{\frac{\gamma_0}{\sigma^2} - 1} \quad (16)$$

En d'autres mots, si le rapport signal sur bruit du PR est toujours inférieur à la constante G , alors l'allocation optimale de puissance au CR ne dépend plus de la connaissance du lien du PR, mais assure toujours un gain sur le débit global du réseau par rapport au débit du PR tout seul dans le spectre. Ici, l'allocation optimale de puissance au PR est donc une inversion de canal.

- Si $\gamma_0 \leq \sigma^2$, alors toute stratégie d'allocation de puissance au primaire permet de vérifier la condition (15).

3.3 Le débit moyen maximal du CR

Nous avons montré que sous la condition (15), la résolution du problème (7) conduit à l'allocation de puissance (8). Pour $Q_{peak} < \gamma_0$, le débit moyen maximal C_{cr}^{opt} du CR, sous uniquement la contrainte (1), est donné dans [2] par l'expression (17). L'inégalité (15) est une condition suffisante pour assurer un débit moyen maximal, sous simultanément les deux contraintes (1) et (6), égal à C_{cr}^{opt} (et contrairement à [2], nous assurons toujours un gain sur la somme des débits de tous les utilisateurs en partage du canal).

$$\begin{aligned} C_{cr}^{opt} &= -\log\left(1 - \frac{Q_{peak}}{\sigma^2 + \gamma_0}\right) \\ &+ \frac{Q_{peak}}{Q_{peak} - \sigma^2} \log\left(\frac{Q_{peak}}{\sigma^2 \gamma_0} (\sigma^2 + \gamma_0 - Q_{peak})\right). \end{aligned} \quad (17)$$

Dans le but d'estimer le gain sur le débit global du réseau en partage du spectre, on quantifie la perte en débit moyen du primaire en utilisant (dans la section 4) la borne supérieure calculée dans [3] :

$$C_{pr}^{max} - C_{pr} \leq \log\left(1 + \frac{Q_{avg}}{\sigma^2}\right). \quad (18)$$

4 Résultats de simulation

Dans cette partie, nous allons simuler certains résultats obtenus précédemment. On se place sous les conditions (15) et $Q_{peak} < \gamma_0$. Le CR n'utilisant que la connaissance des liens directs g_{22} et g_{12} , C_{cr}^{opt} est alors donné par (17). Nous fixons $\sigma^2 = 1$ et posons $\rho \triangleq \frac{Q_{peak}}{Q_{avg}}$.

$$p_2^*(g_{22}, g_{12}) = \begin{cases} \frac{Q_{peak}}{g_{12}} & \text{si } \frac{g_{12}}{g_{22}} \leq \min\left(\frac{\gamma_0 - Q_{peak}}{\sigma^2}; \frac{1}{\text{snr}_{pr}} \left(\frac{Q_{peak}}{\sigma^2} + 1\right) + 1\right) \\ \frac{\gamma_0}{g_{12}} - \frac{\sigma^2}{g_{22}} & \text{si } \frac{\gamma_0 - Q_{peak}}{\sigma^2} \leq \frac{g_{12}}{g_{22}} \leq \min\left(\frac{\gamma_0}{\sigma^2}; \frac{\gamma_0}{\sigma^2(\text{snr}_{pr} + 1)} + 1\right) \\ 0 & \text{si } \left\{ \frac{\gamma_0}{\sigma^2} < \frac{g_{12}}{g_{22}} \right\} \cup \left\{ \frac{\gamma_0}{\sigma^2(\text{snr}_{pr} + 1)} + 1 < \frac{g_{12}}{g_{22}} \right\} \cup \left\{ \frac{1}{\text{snr}_{pr}} \left(\frac{Q_{peak}}{\sigma^2} + 1\right) + 1 < \frac{g_{12}}{g_{22}} \right\} \end{cases} \quad (10)$$

Le cas $\gamma_0 > \sigma^2$: on fixe le SNR du PR à sa valeur maximale, $\text{snr}_{pr} = G \triangleq \frac{1}{\frac{\gamma_0}{\sigma^2} - 1}$, et nous choisissons $\rho = 1.85$. Nous simulons en fonction Q_{avg} les débits moyens C_{pr} , C_{pr}^{max} et C_{cr}^{opt} . Pour quantifier le gain sur le débit global du réseau en partage du spectre, nous comparons la somme des débits en partage, $C_{cr}^{opt} + C_{pr}$, et le débit du PR en absence d'interférence, C_{pr}^{max} , (voir Fig. 2). Nous pouvons voir que la perte en débit du PR est inférieure au débit moyen maximal auquel le CR peut transmettre sous les contraintes d'interférence, Q_{peak} et Q_{avg} .

Le cas $\gamma_0 \leq \sigma^2$: Nous comparons la borne maximale de la perte en débit de l'utilisateur primaire, donnée en (18), et C_{cr}^{opt} pour différentes valeurs de ρ , en fonction de Q_{avg} (voir Fig. (3)). On constate un gain considérable pour le partage du spectre car les débits moyens maximaux du CR sont supérieurs à la borne supérieure de la perte en débit du PR même si le CR n'a aucune connaissance de l'état du lien du PR.

5 Conclusion

Dans ce papier, nous avons considéré le problème d'optimisation du débit moyen d'un utilisateur secondaire (CR) partageant un spectre déjà alloué à un utilisateur primaire (PR). Le partage est conditionné par le respect d'une limite d'interférence pic et moyenne créée au PR. Nous avons introduit une nouvelle contrainte sur les débits instantanés, qui assure que la somme des débits moyens du PR et du CR soit plus grande que le débit moyen qu'aurait le PR lorsqu'il était tout seul dans le spectre sans utilisateur interférant. Sous ces contraintes d'accès au spectre, nous avons déterminé certaines conditions dans lesquelles l'allocation optimale de puissance au CR n'utilise que les liens issus de l'émetteur CR : g_{22} et g_{12} . Pour confirmer nos calculs, nous avons simulé une borne maximale de la perte en débit du PR (due à l'interférence du CR) et nous l'avons comparé au débit moyen maximal du CR. Ainsi, dans certaines conditions (indépendantes des canaux), un CR peut bien transmettre de façon optimale dans un spectre déjà alloué à un PR, en n'ayant aucune connaissance du lien du PR tout en respectant des contraintes d'interférence pic et moyenne et en même temps en assurant un gain sur le débit global du réseau.

Références

- [1] M. M. Buddhikot, "Understanding dynamic spectrum access : models, taxonomy and challenges", in *proceedings of IEEE DysPAN Dublin*, April 17-21, 2007.

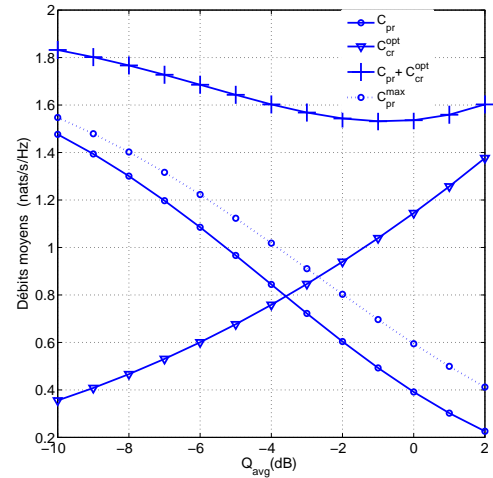


FIG. 2 – Estimation du gain en débit global du réseau en partage du spectre pour $\rho = 1.85$. Le cas $\gamma_0 > \sigma^2$

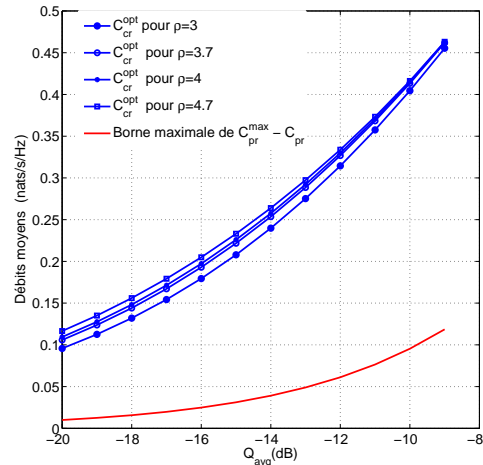


FIG. 3 – Le débit optimal C_{cr}^{opt} et la borne maximale de $C_{pr}^{max} - C_{pr}$ pour différentes valeurs de ρ . Le cas $\gamma_0 \leq \sigma^2$

- [2] L. Musavian and S. Aissa, "Ergodic and outage capacities of spectrum-sharing systems in fading channels", *IEEE GLOBECOM 2007*, pp. 3327-3331.
- [3] R. Zhang, "Optimal Power Control Over Fading Cognitive Radio Channel by Exploiting Primary User CSI", *IEEE GLOBECOM 2008*.
- [4] T. Cover and J. Thomas, *Elements of Information Theory*, New York : Wiley, 1991.