

# Performances de codeurs de canal chaotiques concaténés avec des codes STBC

NAIM KHODOR<sup>1</sup>, JEAN-PIERRE CANCES<sup>1</sup>, VAHID MEGHDADI<sup>1</sup>, RAYMOND QUERE<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Université de LIMOGES – XLIM – Dept. C<sup>2</sup>S<sup>2</sup>, UMR CNRS 6142

16, Rue Atlantis – Parc ESTER – BP 6804 – 87068 LIMOGES Cedex, France

[naim.khodor@ensil.unilim.fr](mailto:naim.khodor@ensil.unilim.fr), [cances@ensil.unilim.fr](mailto:cances@ensil.unilim.fr), [meghdadi@ensil.unilim.fr](mailto:meghdadi@ensil.unilim.fr), [raymond.quere@xlim.fr](mailto:raymond.quere@xlim.fr)

**Résumé** - Nous proposons dans cet article d'optimiser un codeur de canal chaotique basé sur un mapping non-linéaire multidimensionnel à l'aide d'une modélisation de son spectre des distances par un mélange de lois Gaussiennes. La détermination des paramètres de ce mélange de Gaussiennes se fait à l'aide de l'algorithme E.M. cette modélisation permet d'obtenir les performances théoriques du code de façon très précise y compris lorsqu'il est concaténé avec un codeur temps-espace en bloc de type Alamouti.

## 1 Introduction

La possibilité d'utiliser les signaux chaotiques pour transporter l'information a été proposée en 1993 [1]. Bien que les signaux chaotiques aient été principalement utilisés jusqu'à maintenant pour générer des séquences d'étalement dans le contexte de radiocommunications en étalement de spectre [2]; d'autres types d'utilisation tels que le codage de canal sont apparus récemment [3]. En effet, de par leur extrême sensibilité aux conditions initiales, il est facile a priori de séparer des chemins issus d'états voisins dans un treillis généré par un système chaotique. Plusieurs travaux ont vu le jour basés principalement sur un mapping monodimensionnel en sortie d'un codeur convolutif associé à une quantification des données de sortie [4] avec des fonctions de mapping de type modulo map ou tent map. Ces codeurs transmettent des données aléatoires uniformément réparties sur l'intervalle [0,1]. Pour des pas de quantification faibles, ces schémas de codeurs appelés souvent 'Chaos Coded Modulation' (CCM) présentent de bonnes efficacités spectrales et peuvent être comparés à ce titre à des schémas de 'Treillis Coded Modulation' (TCM). De nombreux travaux ont été réalisés visant à optimiser de tels codeurs sur canal AWGN. Cependant, les performances affichées par ces schémas de codage restent assez pauvres et sont inférieures à celles d'un système non codé. Heureusement, des auteurs ont montré récemment que l'utilisation de mapping multidimensionnels permettait d'augmenter considérablement les performances du système. Par exemple, Escribano & al dans [5] se sont intéressés à la performance de ces codeurs sur des canaux de Rayleigh et ont montré que l'on pouvait obtenir des performances tout à fait satisfaisantes. Dans ce papier, nous nous servons des travaux récents de S. Kozic [6] pour optimiser un schéma de 'Chaos Coded Modulation' multidimensionnel à l'aide du calcul de la distribution du spectre des distances du codeur. Nous montrons que cette distribution peut être approximée de façon précise par un mélange de lois Gaussiennes. Notre schéma de codage une fois optimisé, nous évaluons les performances de ce codeur lorsqu'il est concaténé avec un codage temps-espace en bloc (STBC) de type

Alamouti sur canal de Rayleigh quasi-statique et non-sélectif en fréquence. Le choix d'un tel système est justifié par le fait que la concaténation série d'un codeur temps espace en bloc avec une modulation codée en treillis est reconnue comme une alternative performante au choix d'un code temps espace en treillis (STTC) [7]. En se basant sur des calculs issus de nos travaux précédents [8] et sur la distribution du spectre des distances du codeur, nous sommes capables d'obtenir une évaluation précise du Taux d'Erreur Binaire (TEB). Le plan du papier est le suivant : dans le deuxième paragraphe nous présentons la structure du codeur chaotique et nous montrons comment modéliser le spectre des distances à l'aide d'un mélange de lois Gaussiennes; puis nous calculons théoriquement le TEB obtenu par concaténation de ce codeur avec un schéma d'Alamouti dans le paragraphe 3 ; des performances sont données dans le paragraphe 4 et enfin la conclusion du paragraphe 5 récapitule les résultats obtenus.

## 2 Structure de codeur chaotique et spectre des distances.

Nous avons considéré le schéma de 'Chaos-Coded Modulation' proposé par S. Kozic dans [6] (cf figure.1). ce schéma peut être représenté comme un codeur convolutif, avec les matrices d'encodage  $T_{i,j}$ , de rendement ou taux de codage égal à :  $\eta = 1/(n.(Q+1))$ , où, à chaque coup d'horloge, un bit  $b_k$  entrant donne naissance à  $(Q+1)$  vecteur  $\mathbf{v}$  chacun de  $n$  bits. Le signal de sortie est obtenu par la somme des vecteurs :  $2^{-i} \mathbf{A}^{(Q-i)} \mathbf{v}_i \bmod (1)$ . Ceci correspond à un mapping chaotique de type modulo map multidimensionnel de dimension la taille de la matrice  $\mathbf{A}$ .  $\mathbf{A}$  est une matrice que l'on choisit en essayant d'optimiser le spectre des distances du code. S.Kozic a défini dans son travail plusieurs matrices  $\mathbf{T}$ :

$$\mathbf{T}_{shift} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}_{e-shift} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}_{tent} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & \dots \end{bmatrix}$$

On peut écrire le vecteur transmis:

$$\mathbf{x}_k = \sum_{i=0}^{Q_a} 2^{-(i+1)} \mathbf{A}^{Q_a-i} \mathbf{v}_i(D) + \sum_{i=Q_a+1}^Q 2^{-(i+1)} \mathbf{v}_i(D) \bmod(1) \quad (1)$$

L'optimisation de ce type de codeur est complexe à cause de nombre de paramètres: matrices  $\mathbf{T}_{i,j}$ , matrice  $\mathbf{A}$ , paramètres  $Q$ ,  $Q_a$ ... Notre algorithme d'optimisation,

forcément non-optimal, consiste à fixer la structure du codeur convolutif puis à maximiser la distance libre du codeur en utilisant une forme particulière de la matrice  $\mathbf{A}$ . Par exemple, dans le cas  $n = 2$  on prendra  $\mathbf{T}_{ij} = \mathbf{T}_{shift}$  pour  $i = j$  et  $\mathbf{T}_{ij} = \mathbf{T}_{tent}$  pour  $i \neq j$  [6] et  $\mathbf{A}$  sera de la forme :  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ a_{2,1} & 1 \end{pmatrix}$ . Le paramètre  $a_{2,1}$  est ajusté pour optimiser la distance libre du codeur obtenu à l'aide du calcul du spectre des distances.

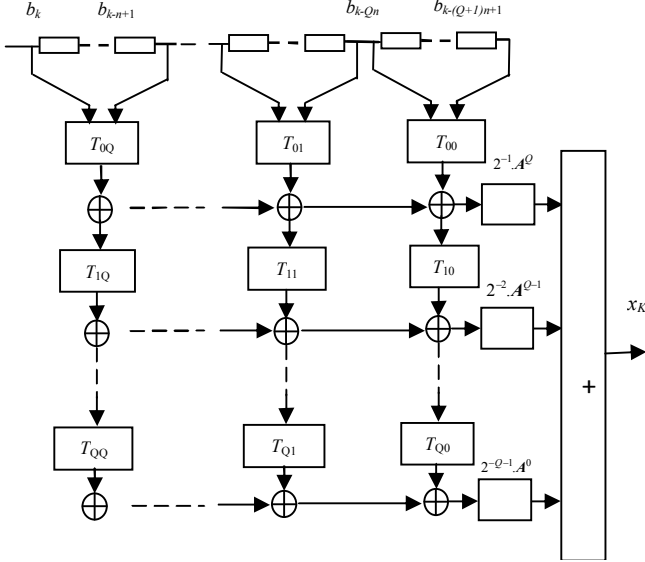


Figure 1 : schéma de codeur Trellis chaos coded modulation ( $Q_n = Q$ )

L'état du codeur est défini par le vecteur

$$\mathbf{S}_k = [b_k, \dots, b_{k-n+1}, \dots, b_{k-Qn}, \dots, b_{k-(Q+1)n+1}]^T$$

Pour optimiser ces codeurs, nous étudions leurs spectres de distance. Donc, nous avons à déterminer les trajectoires dans le trellis qui partent depuis le même état  $\mathbf{S}_i = \mathbf{S}_i^*$  et qui évoluent ensuite à travers des chemins disjoints vers le même état  $\mathbf{S}_k = \mathbf{S}_k^*$ , non nécessairement égal à  $\mathbf{S}_i$ . Pour notre calcul, nous calculons le spectre des distances en faisant varier  $L$  dans l'intervalle  $[Qn+1, n.(Q+m)]$ , ce qui implique que la longueur des boucles varie de  $Qn+1$  (la longueur de contrainte plus un) à  $n.(Q+m)$  avec  $m = 3$  au maximum (les simulations effectuées ont montré que cette valeur était suffisante). Dans le cas général, la forme de la densité de probabilité du spectre des distances est complexe et nous l'approximons à l'aide d'un mélange de lois Gaussiennes dont nous calculons les paramètres à l'aide de l'algorithme E.M (Expectation Maximization). La distribution normalisée du spectre prend alors la forme:

$$f_C(x) = \sum_{n=1}^J \pi_n \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \cdot e^{-\frac{(x-m_n)^2}{2\sigma_n^2}} = \sum_{n=1}^J \pi_n \cdot \mathcal{N}(m_n, \sigma_n^2) \quad (2)$$

On voit d'après l'équation (2) que la détermination des paramètres de ce mélange de lois est complexe puisque nous avons un grand nombre d'inconnues :  $J, \pi_n, m_n, \sigma_n^2$  pour  $1 \leq n \leq J$ . Pour résoudre ce problème nous faisons appel ici à un algorithme de recherche par approximation du maximum de vraisemblance bien connu maintenant sous le nom d'algorithme EM [9]. Cet algorithme permet de transformer un problème

d'optimisation complexe (à grande dimension) en une série de sous-problèmes moins complexes.

Pour le problème qui nous intéresse ici, nous utilisons la formulation suivante : à partir des observations  $\Xi \equiv \{\xi_i, i=1, \dots, n\}$  et pour un nombre de lois Gaussiennes fixé  $J$ , comment évaluer les paramètres  $\theta \equiv \{\pi_j, m_j, \sigma_j^2, j=1, \dots, J\}$  ? En appelant  $\phi(x; \mu, \sigma^2)$  la densité de probabilité d'une loi Gaussienne de moyenne  $\mu$  et de variance  $\sigma^2$ , l'estimation de  $\theta$  basée sur l'algorithme de Maximum de Vraisemblance peut s'écrire :

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \sum_{j=1}^J \pi_j \log \sum_{i=1}^n \pi_j \phi(\xi_i; m_j, \sigma_j^2) \quad (3)$$

Pour résoudre (3) on procède par itérations successives. On définit  $\Xi$  comme l'ensemble des données incomplètes et  $\mathbf{X} \equiv (\Xi, \mathbf{Z})$  comme l'ensemble des données complètes avec  $\mathbf{Z} = \{z_i, i=1, \dots, n\}$  où  $z_i$  est un vecteur indicateur de taille  $J$  tel que :

$$z_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{if } \xi_i \cong \mathcal{N}(m_j, \sigma_j^2) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4)$$

L'algorithme, à partir d'un état initial  $\theta^{(0)}$ , procède en deux étapes :

- Etape de moyennage, on calcule:

$$Q(\theta | \theta^{(i)}) = E_{\theta^{(i)}} \{ \log p_{\theta}(\mathbf{X}) | \Xi \} \quad (5)$$

- Etape de maximisation, on calcule:

$$\theta^{(i+1)} = \arg \max_{\theta} Q(\theta | \theta^{(i)}) \quad (6)$$

Pour détailler les étapes (5) et (6), on peut écrire :

$$p_{\theta}(\Xi, \mathbf{Z}) = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^J [\pi_j \phi(\xi_i; m_j, \sigma_j^2)]^{z_{i,j}}$$

On en déduit la fonction de vraisemblance logarithmique des données complètes :

$$\log p_{\theta}(\Xi, \mathbf{Z}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^J z_{i,j} \cdot \log \pi_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^J z_{i,j} \cdot \left[ -\frac{1}{2} \cdot \log(\sigma_j^2) - \frac{(\xi_i - m_j)^2}{2\sigma_j^2} \right] + C \quad (7)$$

L'étape de moyennage s'écrit alors :

$$Q(\theta | \theta^{(i)}) = E_{\theta^{(i)}} \{ \log p_{\theta}(\Xi, \mathbf{Z}) | \Xi \}$$

$$Q(\theta | \theta^{(i)}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^J \hat{z}_{i,j} \cdot \left[ \log \pi_j - \log(\sigma_j) - \frac{(\xi_i - m_j)^2}{2\sigma_j^2} \right] + C \quad (8)$$

$$\hat{z}_{i,j} = E_{\theta^{(i)}} \{ z_{i,j} | \Xi, \theta^{(i)} \} = P_{\theta^{(i)}} \{ z_{i,j} = 1 | \xi_i \}$$

$$= \frac{P_{\theta^{(i)}}(\xi_i | z_{i,j} = 1) \cdot P_{\theta^{(i)}}(z_{i,j} = 1)}{\sum_{l=1}^J P_{\theta^{(i)}}(\xi_i | z_{i,l} = 1) \cdot P_{\theta^{(i)}}(z_{i,l} = 1)} = \frac{\phi(\xi_i; m_j, \sigma_j^2) \cdot \pi_j}{\sum_{l=1}^J \phi(\xi_i; m_l, \sigma_l^2) \cdot \pi_l} \quad (9)$$

Pour l'étape de maximisation, on a :

$$\frac{\partial Q(\theta, \theta^{(i)})}{\partial \pi_j} = 0 \Rightarrow \pi_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{z}_{i,j}, \quad j = 1, \dots, J \quad (10)$$

Puis, on peut obtenir les valeurs moyennes  $\{m_j\}$  :

$$\frac{\partial Q(\theta, \theta^{(i)})}{\partial m_j} = 0 \Rightarrow m_j = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i \cdot \hat{z}_{i,j}}{\sum_{i=1}^n \hat{z}_{i,j}}, \quad j = 1, \dots, J \quad (11)$$

Enfin, on obtient les variances  $\sigma_j^2$  :

$$\frac{\partial Q(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}')}{\partial \sigma_j} = 0 \Rightarrow \sigma_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{z}_{i,j} (\xi_i - m_j)^2}{\sum_{i=1}^n \hat{z}_{i,j}}, \quad j=1, \dots, J \quad (12)$$

Finalement, l'algorithme E.M peut se résumer :

- A partir d'un ensemble de valeurs initiales  $m_j$
  - A partir d'un ensemble de valeurs initiales  $\sigma_j$
  - A partir des  $\{\xi_i\}$ , du nombre de mixtures  $J$  et du nombre d'itérations  $L$ , partant de la valeur  $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$  faire :
- Pour  $i = 1, \dots, L$  :
- faire  $\boldsymbol{\theta}' = \boldsymbol{\theta}^{(i-1)}$ , et calculer  $\{\hat{z}_{i,j}, i=1, \dots, n; j=1, \dots, J\}$
  - Calculer  $\{\pi_j\}$ ,  $\{m_j\}$ ,  $\{\sigma_j\}$
  - Faire:  $\boldsymbol{\theta}^{(i)} = \boldsymbol{\theta}'$ .

Un exemple est donné sur la Figure (2): on trouve un mélange de deux lois Gaussiennes avec les paramètres:  $\pi_1=0.6$ ,  $m_1=4.2$  et  $\sigma_1=2.24$ .  $\pi_2=0.4$ ,  $m_2=9.5$  et  $\sigma_2=2.44$ .

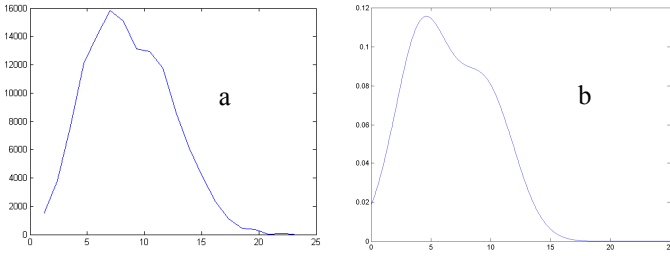


Figure 2.a: Spectre de distance dans le cas  $n = 2$  avec  $a_{2,1} = 5$

Figure 2.b: distribution approchée à l'aide d'un mélange de deux lois Gaussiennes dans le cas  $n = 2$  avec  $a_{2,1} = 5$ .

### 3 Performances du codeur concaténé avec un STBC Alamouti.

On considère (cf figure 3) la concaténation du codeur chaotique avec un codeur d'Alamouti. Le signal reçu dans deux créneaux temporels successifs s'écrit :

$$\begin{aligned} y_1(n) &= h_{11}x_1(n) + h_{21}x_2(n) + n_1(n) \\ y_1(n+1) = y_2(n) &= -h_{11}x_2^*(n) + h_{21}x_1^*(n) + n_2(n) \end{aligned} \quad (13)$$

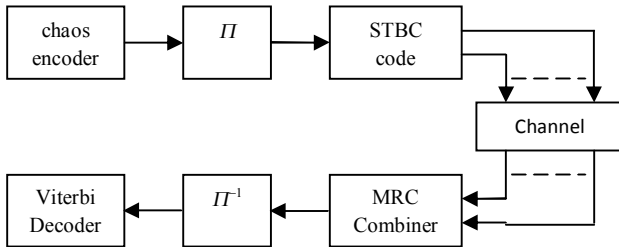


Figure 3: Schéma de transmission pour le codeur chaotique concaténé avec un STBC (Alamouti)

Par combinaison MRC (Maximum Ratio Combining) on obtient les variables  $Z_1(n)$  and  $Z_2(n)$  définies par :

$$Z_1(n) = (|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2)x_1(n) + h_{11}^*n_1(n) + h_{21}n_2^*(n) \quad (14)$$

$$Z_2(n) = (|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2)x_2(n) + h_{21}^*n_1(n) - h_{11}n_2^*(n)$$

Il y aura alors une faute dans la détection au niveau du décodeur de Viterbi à chaque fois que la métrique

cumulée sur une boucle de longueur  $L$  sera plus petite sur le chemin erroné. Ceci conduit à la condition :

$$\begin{aligned} P_e(x \rightarrow x' | h_{11}, h_{21}, x) &= \\ \text{Proba} \left( \sum_{n=m}^{M+m-1} |Z_1(n) - (|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2)x_1(n)|^2 + |Z_2(n) - (|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2)x_2(n)|^2 \right) & \\ < \sum_{n=m}^{L+m-1} |Z_1(n) - (|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2)x_1'(n)|^2 + |Z_2(n) - (|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2)x_2'(n)|^2 & \end{aligned} \quad (15)$$

Après quelques manipulations, on arrive à l'expression de la probabilité conditionnelle :

$$P_e(x \rightarrow x' | h_{11}, h_{21}, x) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\left( (|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2)^{1/2} \left[ \sum_{n=m}^{L+m-1} [x_1(n) - x_1'(n)]^2 + [x_2(n) - x_2'(n)]^2 \right] \right)^{1/2}}{2\sqrt{2}\sigma} \right) \quad (16)$$

$B = (|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2)$  est une variable  $\chi^2$  de degré 4:

$$P_B(x) = \frac{1}{\sigma_h^d 2^{d/2} \Gamma(d/2)} x^{d/2-1} \exp\left(-\frac{x}{2\sigma_h^2}\right) \quad (17)$$

En moyennant (16) par rapport à (17) on arrive à [10]:

$$P_e(x \rightarrow x' | x) = \frac{1}{2} - \frac{C\sigma^2\sigma_h}{(C^2\sigma_h^2 + 4\sigma^2)^{3/2}} - \frac{C\sigma_h}{2(C^2\sigma_h^2 + 4\sigma^2)^{1/2}} \quad (18)$$

$$\text{Avec : } C^2 = \sum_{n=m}^{L+m-1} [x_1(n) - x_1'(n)]^2 + [x_2(n) - x_2'(n)]^2$$

$$\text{et : } \sigma_h^2 = E[|h_{11}|^2] = E[|h_{21}|^2]$$

Il reste à moyennner sur la distribution du spectre des distances pour obtenir la PEP (Pairwise Error Probability); on utilise la modélisation par une mixture de lois Gaussiennes. On obtient :

$$\begin{aligned} P_e(x \rightarrow x') &= \sum_{j=1}^L \pi_j \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 2^n \cdot n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)!}{((n+1)!)^2} \cdot \frac{\sigma^{2(n+1)}}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_j \cdot \sigma_h^{2(n+1)}} \cdot \\ &\left[ \sum_{p=n+1}^{+\infty} \frac{(-1)^p \cdot p!}{(p-n)!} \cdot \left( \frac{I_{p-n}}{m_j^{p+1}} + (m_j)^{p-n} \cdot J_p \right) \right] \end{aligned} \quad (19)$$

$$\text{Avec : } I_p = \int_{d_{\min}-m_j}^{m_j} u^p e^{-u^2/2\sigma_j^2} du \quad \text{et} \quad J_p = \int_{m_j}^{+\infty} \frac{e^{-u^2/2\sigma_j^2}}{u^{p-1}} du$$

que l'on peut calculer récursivement. En effet, on a :

$$J_{p+2} = \frac{e^{-m_j^2/2\sigma_j^2}}{(p+1) \cdot (m_j)^{p+1}} - \frac{1}{\sigma_j^2 \cdot (p+1)} \cdot J_p$$

En fonction de  $p$ , le calcul de  $J_p$  fait intervenir  $J_1$  ou  $J_0$  et

$$J_1 = \int_{m_j}^{+\infty} \frac{e^{-u^2/2\sigma_j^2}}{u} du = \int_{m_j^2/2\sigma_j^2}^{+\infty} \frac{e^{-x}}{m_j^2/2\sigma_j^2 \cdot x} dx = EI_1(m_j^2/2\sigma_j^2)$$

Où  $EI_1(x)$  désigne la fonction exponentielle intégrale :

$$EI_1(x) = \int_x^{+\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt \quad \text{et :}$$

$$J_0 = \int_{m_j}^{+\infty} e^{-u^2/2\sigma_j^2} du = \sqrt{2} \cdot \sigma_j \int_{m_j/\sqrt{2}\sigma_j}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \sigma_j \cdot \operatorname{erfc}(m_j/\sqrt{2}\sigma_j)$$

Le calcul de  $I_p$  conduit à :

$$\begin{aligned} I_p &= \int_{d_{\min}-m_j}^{m_j} u^p e^{-u^2/2\sigma_j^2} du \\ &= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n \cdot [m_j^{2n+p+1} - (d_{\min} - m_j)^{2n+p+1}]}{2^n \cdot n! \cdot (2n+p+1) \cdot \sigma_j^{2n}} \end{aligned}$$

On peut exprimer (19) à l'aide du rapport  $E_b / N_0$  :

$$E_b / N_0 = E_s / (n.(Q+1).N_0) = \frac{1}{3.(Q+1).n.N_0} = \frac{1}{6.(Q+1).n.\sigma^2} \quad (20)$$

L'énergie  $E_s = 1/3$  correspond à l'énergie moyenne transmise pour chaque symbole généré. On peut arriver au TEB approché avec la formule [10]:

$$TEB = P_b \leq \sum_{w=1}^{+\infty} w.P_{e,w}(x \rightarrow x') \quad (21)$$

Avec  $P_{e,w}(x \rightarrow x')$  qui correspond à l'ensemble des séquences d'erreur ayant une distance de Hamming  $w$  par rapport à la bonne séquence. On peut alors montrer que  $P_{e,w}(x \rightarrow x')$  prend une forme semblable à (19).

#### 4 Exemples de performances : résultats de simulation

Nous donnons des exemples de performances du codeur chaotique sur canal AWGN en optimisant la distance libre du code. Nous choisissons le cas  $n = 3$  en utilisant pour le code convolutif :  $T_{i,j} = T_{shift}$  pour  $i = j$  et  $T_{i,j} = T_{tent}$  pour  $i \neq j$ . Pour l'optimisation de la matrice de mapping non-linéaire, la meilleure matrice  $A$  trouvée

prend la forme :  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \\ -6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ , on obtient un spectre

des distances avec une distance minimale égale à 13. Les performances du codeur sont illustrées sur la figure 4 avec  $n = 3$ ,  $Q = 2$  ce qui correspond à un nombre d'états égal à  $2^9 = 512$ . Nous avons illustré sur cette courbe les résultats de ce code avec  $Q_a = 1$  ou  $Q_a = 2$  ainsi que les performances des meilleurs codes poinçonnés que nous avons pu trouver avec des taux de codage égaux à  $9/7$  et  $3/2$  ce qui donne des taux de codage respectivement égaux à :  $(1/9).(9/7) = 1/7$  et  $(1/9).(3/2) = 1/6$ . On voit sur ces figures qu'il est possible de définir des codes chaotiques avec une meilleure performance que les systèmes non codés; cependant il faut pour cela opérer à des rapports signal à bruit assez élevés. Le système codé chaotique non poinçonné est plus performant que le système non codé à partir de  $E_b/N_0 = 7.5$  dB, ceci est dû à un gain de diversité plus important. Le cas de la concaténation du codeur chaotique avec un codage temps-espace en bloc d'Alamouti est illustré sur la figure 5. On voit sur les courbes de la figure 5 que les courbes de simulation et les courbes théoriques coïncident de façon très précise.

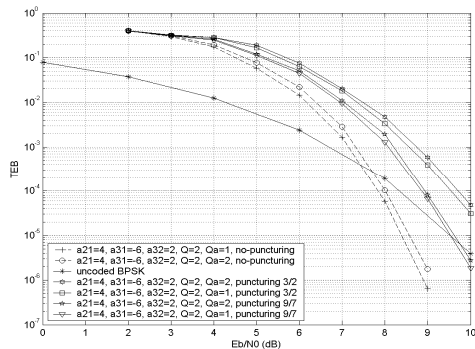


Figure 4: Performances sur canal AWGN,  $n = 3$

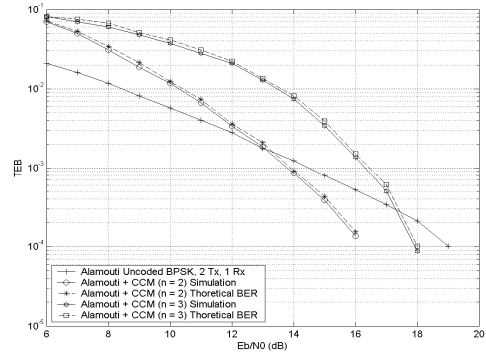


Figure 5 : Concaténation Codeur Chaotique et Code Temps-Espace en bloc, comparaison résultats théoriques et simulations

#### 5 Conclusion

Dans ce papier, nous avons proposé une nouvelle méthode d'approximation du calcul de la densité de probabilité du spectre des distances d'un codeur chaotique à base de mixture de lois Gaussiennes. Ce calcul nous permet d'optimiser le choix des structures de codeurs sur canal AWGN et permet de calculer les performances théoriques de la concaténation du codeur chaotique avec un codage STBC.

#### 6 Références

- [1] D. R. Frey, "Chaotic digital encoding: An approach to secure communication," IEEE Trans. Circuits Syst. II, vol. 40, n° 10, pp. 660-666, Oct. 1993.
- [2] G. Mazzini, G. Setti, R. Rovatti, "Chaotic complex spreading sequences for asynchronous DS-CDMA, Part I: System modelling and results", IEEE Trans. Circuits Syst. II, vol. 44, n° 10, pp. 937-947, Oct. 1997.
- [3] F. J. Escribano, L. Lopez, M. A. F. Sanjuan, "Evaluation of channel coding and decoding algorithms using discrete chaotic maps", Chaos, American Institute of Physics, Issue 16, 1054-1500/2006/16(1)/013103/12.
- [4] I. P. Marino, L. Lopez, M. A. F. Sanjuan, "Channel coding in communications using chaos", Physics Letters Elsevier Science, Vol. 295, n°4, pp. 185-191, 2002.
- [5] F. J. Escribano, L. Lopez, M. A. F. Sanjuan, "Chaos-Coded Modulations Over Rician and Rayleigh Flat Fading Channels", IEEE Trans. Circuits Syst. II, vol. 55, n° 6, pp. 581-585, June 2008.
- [6] S. Kozic, "Channel coding and modulation based on chaotic systems", PhD Thesis EPFL, no 3634 (2006).
- [7] J. C. Guey, "Concatenated coding for transmit diversity systems", Proceedings of IEEE Vehicular Technology Conference (VTC), Vol. 5, pp: 2500-2504, 1999.
- [8] R. Mohammadkhani, V. Meghdadi, J.P. Cances and L. Azizi, "Maximum Likelihood Decoding Rules for STBC: Generalized Framework for Detection and Derivation of Accurate Upperbounds", Conference IEEE ICC, Vol. 5, pp. 2578-2583, Paris, Juin 2004.
- [9] B. Lu, Y. Guosen, X. Wang, "Performance analysis and design optimization of LDPC-coded MIMO OFDM systems", IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 52, Issue 2, pp: 348-361, Feb. 2004.
- [10] J.G. Proakis, "Digital Communications", Edition 1995, Mc Graw-Hill.