

Diffusion anisotrope asymétrique et multi-orientée

CHRISTIAN GERMAIN^{1,2}, ROMULUS TEREDES³, OLIVIER LAVIALLE^{1,2}

¹ Université de Bordeaux, ENITAB,

1 Cours du Général De Gaulle, 33175 Gradignan, France

² CNRS, UMR IMS n°5218,

351 Cours de la libération, 33405, Talence, France

³ Technical University of Cluj-Napoca

15 C. Daicoviciu Street, 3400 Cluj-Napoca, Roumanie

christian.germain@ims-bordeaux.fr, olivier.lavialle@ims-bordeaux.fr, Romulus.Terebes@com.utcluj.ro

Résumé – Ce papier présente une nouvelle approche fondée sur la diffusion anisotrope et destinée à l’amélioration des images. Contrairement aux approches de diffusion classiques, la méthode proposée s’appuie sur la modélisation de la diffusion de la chaleur dans un matériau non homogène. La matrice du Hessien ne suffisant plus à rendre compte des variations de conduction thermique dans le matériau (ou dans l’image), un opérateur orientable estime localement les directions significatives dans lesquelles la diffusion doit s’exécuter. Un schéma symétrique (orientations considérées modulo π) et un autre asymétrique (orientations considérées modulo 2π) sont proposés. Appliquées à des images texturées, ces méthodes présentent généralement des résultats comparables aux méthodes classiques de diffusion en termes d’amélioration des images, tout en offrant une meilleure préservation des structures en T ou en X.

Abstract – This paper presents a new approach dedicated to image enhancement and based on anisotropic diffusion. Unlike classical diffusion schemes used in image processing, the method proposed here considers a model related to inhomogeneous materials. Therefore, the hessian matrix does not depict the thermal conductivity variations inside the material (or inside the image). Thus, a steerable orientation estimator is used in order to provide locally with the various significant directions of diffusion. The diffusion is then processed in 1D along each of these directions. Two different schemes are proposed. One is symmetric and considers orientation modulo π . The other one is asymmetric and considers orientation modulo 2π . Applied to textured images, both operators yield results similar to classical anisotropic diffusion algorithms but they preserve much better the X like and T-like structures.

1 Introduction

Parmi les nombreuses méthodes permettant d’améliorer la qualité des images, un grand nombre d’approches reposant sur les Equations aux Dérivées Partielles (EDP) ont été proposées ces dernières années. En particulier, les filtres de diffusion non linéaire fondés sur les EDP proposés par Perona et Malik [4], sont largement utilisés pour le filtrage et rehaussement d’image préservant les contours.

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \text{div}(g(|\nabla U|)\nabla U) \quad (1)$$

La fonction $g(|\nabla U|)$ joue le rôle d’un détecteur de contour qui inhibe la diffusion à travers les contours et favorise le lissage à l’intérieur des régions plus homogènes. Malgré des résultats pratiques dignes d’intérêt, cette méthode souffre de certains défauts encore mal résolus que de nombreux auteurs tels que [2] ont tenté de résoudre. Les Shock filters constituent une autre classe de filtres efficaces fondés eux aussi sur des équations aux dérivées partielles [1] ou encore Weickert qui a proposé la diffusion tensorielle [7] et Terebes [6] le filtre de diffusion 1D/2D, tous deux dédiés aux textures directionnelles. Ces deux dernières méthodes décomposent la diffusion le long de la direction du gradient et dans la direction orthogonale.

En suivant une démarche comparable, nous proposons une nouvelle approche fondée sur les EDP, qui, contrairement aux travaux précédents et afin d’éviter le lissage généralement constaté sur les motifs en forme de coin ou de jonction, prend en compte les multiples orientations présentes, soit de façon asymétrique (modulo 2π) soit symétrique (modulo π).

2 Diffusion anisotrope multi-orientée

2.1 Diffusion anisotrope 1-D

En s’appuyant sur des résultats devenus classiques, l’éq. (1) peut s’écrire sous la forme de dérivées secondes calculées dans ma direction du η et dans la direction orthogonale ξ .

$$\frac{\partial U}{\partial t} = g(|\nabla U|)U_{\xi\xi} + [g(|\nabla U|) + g'(|\nabla U|)|\nabla U|]U_{\eta\eta} \quad (2)$$

ou $g(|\nabla U|)$ dépend du vecteur gradient calculé sur les image au cours de la diffusion. Perona et Malik proposent plusieurs fonctions décroissantes telles que :

$$g(|\nabla U|) = \left[1 + (|\nabla U|/K)^2\right]^{-1} \quad (3)$$

La diffusion de Perona et Malik agit comme un filtre passe-bas dans la direction des contours et à l’inverse,

peut rehausser les contours, s'apparentant alors à une diffusion rétrograde pour $|\nabla U| \geq K$.

Ter et al. [6] proposent un filtre qui agit comme un filtre passe-bas pour les structures unidirectionnelles. Considérant l'interprétation directionnelle de la méthode de Perona et Malik (2), on obtient :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \xi} [g(U_\xi) U_\xi] \quad (4)$$

Dans le cas d'images contenant à la fois des textures directionnelles et des zones plus homogènes, l'efficacité du filtre est améliorée lorsque que l'on introduit un processus sélectif de diffusion dans la direction moyenne des vecteurs gradient η . Le modèle résultant, nommé 1D/2D s'écrit :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \xi} [g^\xi(U_\xi) U_\xi] + \frac{\partial}{\partial \eta} [g^\eta(U_\eta) U_\eta] \quad (5)$$

$g^\eta(\cdot)$ est une fonction décroissante de la dérivée U_η . Dans les régions homogènes (5) devient proche d'une diffusion isotrope.

2.2 Extension à la diffusion multi-orientation

Le schéma de diffusion précédent simule les conditions de diffusion de la chaleur dans un matériau homogène. La matrice Hessienne locale de l'image sur laquelle s'appuie ce schéma décrit alors complètement les conditions de variation de la conduction thermique.

Nous nous plaçons maintenant dans un contexte différent, celui d'un matériau inhomogène, pour lequel les conditions de dérivabilité ne sont plus assurées (variation locales brutales de la conduction thermique, ou des intensités dans le cas d'une image). Ce contexte correspond par exemple à l'intersection de fils conducteurs noyés dans un matériau isolant, ou à des structures en croix dans une image. Localement, les conditions de dérivabilité ne sont alors assurées que dans certaines directions privilégiées (en 1D donc). La généralisation du modèle 1D/2D décrit ci-dessus consiste, en quelque sorte, à étendre la diffusion directionnelle à plus d'une orientation. Notons ξ_i (pour $i=1$ à n) les vecteurs unitaires correspondant aux n directions coexistantes en un point donné, et w_i une mesure de confiance associée. L'éq. (5) devient :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \sum_{i=1}^n w_i \frac{\partial}{\partial \xi_i} [g(U_{\xi_i}) U_{\xi_i}] \text{ avec } \xi_i = (\cos \theta_i, \sin \theta_i)^T, i \in \{1, n\} \quad (6)$$

Cette équation correspond à un processus de diffusion 1-D effectué dans chaque direction significative détectée dans le voisinage du pixel considéré, le résultat étant la somme des diffusions individuelles. Les confiances w_i pondèrent chaque terme de la diffusion.

2.3 Schéma numérique d'implantation

Considérant le cas de la diffusion 1D dans la direction ξ_i , une approximation classique permet d'écrire :

$$\frac{\partial}{\partial \xi_i} [g(U_{\xi_i}) U_{\xi_i}] = g[D_{\xi_i}^+(U)] D_{\xi_i}^+(U) - g[D_{\xi_i}^-(U)] D_{\xi_i}^-(U) \quad (7)$$

$D_{\xi_i}^\pm(\cdot)$ correspond aux opérateurs de différence finie, respectivement directe (exposant +) et rétrograde (exposant -). L'implantation numérique de (6) devient :

$$U^{t+1} = U^t + \sum_{i=1}^n w_i \{g[D_{\xi_i}^+(U)] D_{\xi_i}^+(U) - g[D_{\xi_i}^-(U)] D_{\xi_i}^-(U)\} \quad (8)$$

La configuration initiale U_0 est l'image à traiter. Les différences directe et rétrograde le long de la direction ξ_i , sont données par :

$$D_{\xi_i}^+(U) = \frac{U(\xi + d\xi_i) - U(\xi)}{d\xi_i} \quad D_{\xi_i}^-(U) = \frac{U(\xi - d\xi_i) - U(\xi)}{d\xi_i} \quad (9)$$

où $U(\xi)$ est l'intensité du pixel courant. $U(\xi+d\xi_i)$ et $U(\xi-d\xi_i)$ sont obtenues par interpolation quadratique.

3 Diffusion anisotrope asymétrique

Dans l'implantation décrite ci-dessus, les directions des vecteurs ξ_i sont considérées modulo π dans les différences directes et rétrogrades. La diffusion résultante est donc symétrique par rapport au pixel courant. Cette configuration est particulièrement appropriée en présence de motifs en croix par exemple.

Toutefois, en présence de motifs dissymétriques (coins ou jonctions en « T »), la symétrie de la diffusion devient un défaut, puisque le comportement attendu est différent de part et d'autre du centre du motif. Il devient alors préférable de considérer des orientations modulo 2π et de procéder à une diffusion asymétrique.

L'approche numérique proposée s'appuie alors sur l'éq. (7), mais en ne considérant que la différence directe :

$$\frac{\partial}{\partial \xi_i} [g(U_{\xi_i}) U_{\xi_i}] = g[D_{\xi_i}^+(U)] D_{\xi_i}^+(U) \quad (10)$$

En prenant en compte les orientations multiples modulo 2π , l'équation devient :

$$\frac{\partial U}{\partial t} \equiv \sum_{i=1}^n w_i \frac{\partial}{\partial \xi_i} \{g(U_{\xi_i}) U_{\xi_i}\} = \sum_{i=1}^n w_i \{g[D_{\xi_i}^+(U)] D_{\xi_i}^+(U)\} \quad (11)$$

Pour $n=1$, par exemple à la fin d'une structure linéaire étroite, l'éq. (11) reflète les transferts de chaleur entre un barreau mince plongé dans le vide. Par ailleurs, dans un contexte symétrique (n pair), l'éq. (11) devient équivalente à l'implantation symétrique proposée dans l'éq. (7) : pour $n=2$, avec $\xi_2 = \xi_1 + \pi$ and $w_2 = w_1$, l'éq. (11) devient :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = w_1 g[D_{\xi_1}^+(U)] D_{\xi_1}^+(U) + w_2 g[D_{\xi_2}^+(U)] D_{\xi_2}^+(U) \quad (12)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = w_1 \{g[D_{\xi_1}^+(U)] D_{\xi_1}^+(U) - w_1 g[D_{\xi_1}^-(U)] D_{\xi_1}^-(U)\} \quad (13)$$

4 Résultats et discussion

4.1 Diffusion symétrique multi-orientation

Les résultats ci-dessous sont calculés de la façon suivante :

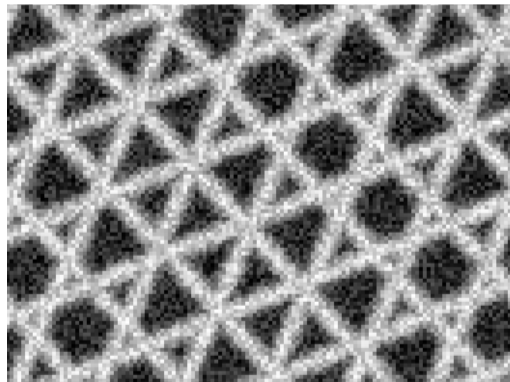
1- La réponse d'un banc de filtres (Gabor ou IRON par exemple) est calculée une seule fois sur l'image d'entrée.

2- Pour chaque pixel, le nombre n d'orientations significatives est estimé selon la réponse angulaire du

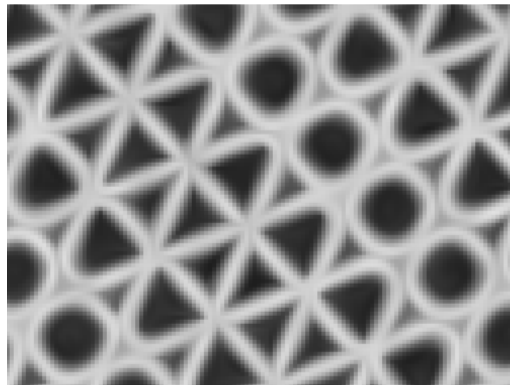
banc. Compte tenu de la sélectivité de Gabor et d'IRON, n est pris dans $\{0,1,2,3\}$.

3- Les zones ne montrant aucune orientation significative sont dilatées afin de prendre en compte la taille du support des filtres utilisés pour l'estimation de l'orientation.

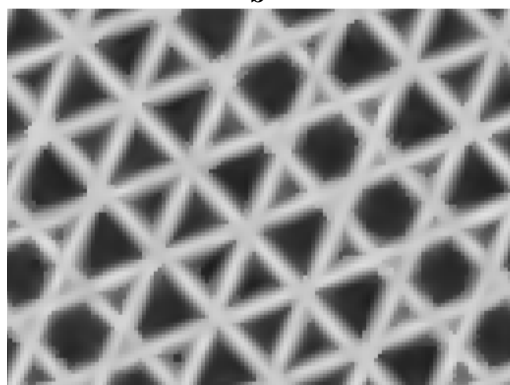
4- L'algorithme de diffusion correspondant à l'éq. (7) est appliqué à l'image. Les pixels des zones ne montrant aucune orientation sont soit associé à une orientation aléatoire, soit traités par diffusion isotrope.



a



b

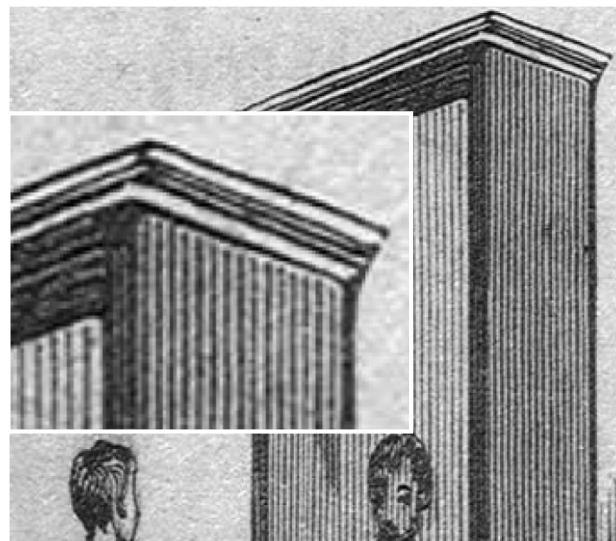


c

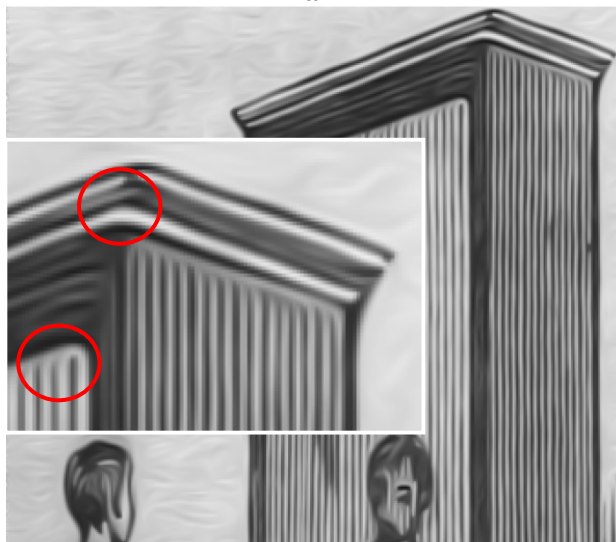
Figure 1 : a. Image de synthèse à 3 orientations b. diffusion anisotrope 1D [4] c. Diffusion symétrique multi-orientation

La Fig. 1a montre une texture synthétique bruitée avec 3 directions principales (modulo π) le Rapport Signal sur Bruit est de 7dB. La Fig. 1b résulte de la diffusion proposée par [6]. Les orientations sont fournies par les valeurs propres du tenseur de structure [6]. La Fig. 1c résulte de la diffusion symétrique multi-orientation introduite dans le paragraphe 2.3. Les

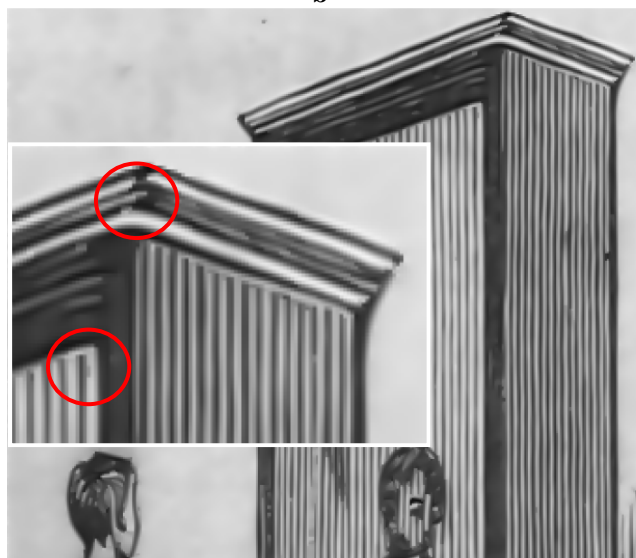
orientations ont été calculées par des filtres de Gabor réglés de façon appropriée.



a



b



c

Figure 2. a. Gravure (et détail) b. Diffusion mono directionnelle [6] c. Diffusion symétrique multidirectionnelle

La diffusion monodirectionnelle réduit significativement le bruit, mais rend floue certaines structures géométriques importantes, notamment les triangles de petite taille. Ces mêmes structures sont préservées par la diffusion symétrique multi-orientation, même si les lignes sont très légèrement moins régulières.

La Fig. 2a montre une gravure. La Fig. 2b résulte de la diffusion proposée par [6], et la Fig. 2c donne les résultats obtenus grâce à la diffusion symétrique multi-orientation. Là encore, la diffusion classique fournit des lignes un peu plus régulières mais au prix de coins et de jonctions « arrondis » que la méthode multi orientation préserve.

4.2 Diffusion symétrique multi-orientation

Le calcul de la diffusion asymétrique multi-orientation suit le même principe général que celui du paragraphe 4.1. Les principales différences résident dans l'utilisation de bancs de filtres asymétriques (filtres Wedge [5], ou IRON asymétrique [3]), et dont le nombre d'orientations est pris dans $\{0,1,2\}$. Les orientations sont estimées modulo 2π .

La Fig. 3c illustre l'efficacité de la méthode proposée sur une image synthétique (Fig. 3a) composée de régions texturées ou non et bruitées (RSB=18dB). Pour la méthode mono directionnelle les orientations sont fournies par le tenseur de structure [7]. Pour la diffusion asymétrique multi-orientation, les orientations sont calculées à l'aide de la version asymétrique d'IRON.

L'approche de Weickert [7] (Fig. 3b) fonctionne comme un lisseur directionnel et préserve mal les bords et les jonctions. Par contre, la version asymétrique exploite les directions modulo 2π fournies par IRON, respectant ainsi les frontières des régions et les motifs asymétriques (Fig. 3c).

5 Conclusion

Nous proposons deux nouveaux schémas de diffusion anisotropes qui prennent en compte la présence de plusieurs orientations locales distinctes en un même lieu. Ces méthodes donnent de meilleurs résultats en présence de coins et de jonctions en «T» ou en «X», tout en conservant les avantages avérés des algorithmes de diffusion anisotrope. Toutefois ces méthodes sont fortement dépendantes des performances des estimateurs d'orientation (filtres de Gabor, Wedge et Steerable, ou IRON). Leurs performances en précision, sélectivité, robustesse au bruit, dépendent principalement de cette étape initiale.

Note

Ces travaux ont bénéficiés du support financier de l'agence Roumaine UEFISCSU (bourse PN2 IDEI 908/2007)

6 Références

[1] L. Alvarez and L. Mazorra: "Signal and image restoration using shock filters and anisotropic diffusion", SIAM J Numerical Analysis, 31(2):590-605, 1994.

[2] F. Catte, P.L Lions, J.M. Morel, T Coll, Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion I, SIAM Jour. on Numerical Analysis, 29(1):182-193, 1992

[3] F. Michelet, J.P Da Costa, O. Laviolle, Y Berthoumieu, P. Baylou, Ch. Germain, Estimating local multiple orientations, Signal Processing, 87(7):1655-1669, 2007.

[4] P. Perona, J. Malik, Scale space and edge detection using anisotropic diffusion, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 12(7):629-639, 1990.

[5] E. Simoncelli, H. Farid, Steerable wedge filters for local orientation analysis. IEEE Trans. on Image Processing, 5:1377-1382, 1996.

[6] R. Terebes, M. Borda, B. Yuan, O. Laviolle, P. Baylou, A new PDE based approach for image restoration and enhancement using robust diffusion directions and directional derivatives based diffusivities, Proc. of Int. Conf. on Signal Processing, 707-712, 2004

[7] J. Weickert, Coherence enhancing diffusion, Int. Jour. of Computer Vision, 31:111-127, 1999.

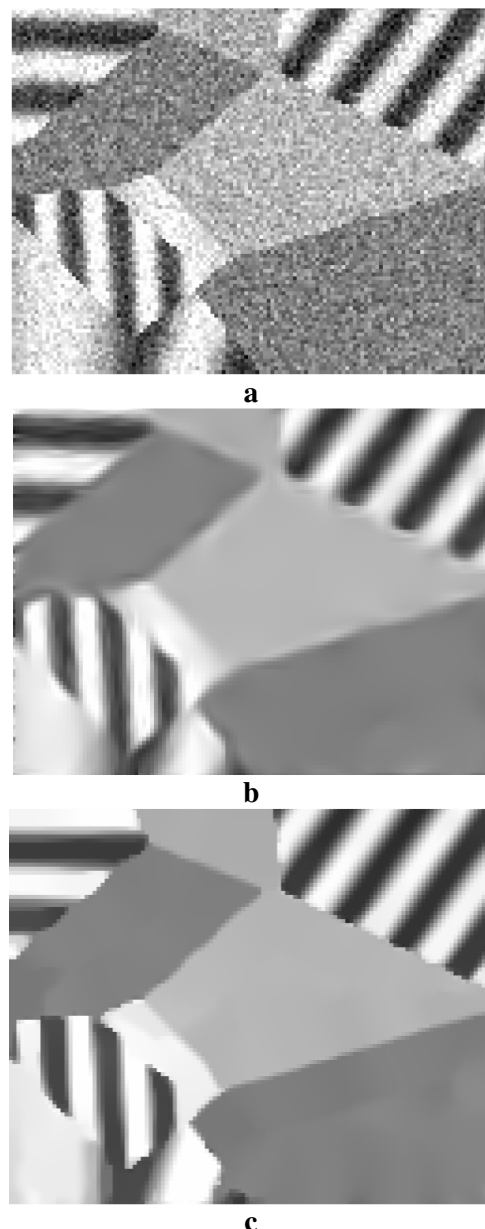


Figure 3. a. Image synthétique b. Diffusion mono directionnelle [5] c. Diffusion asymétrique multi orientation