

Estimation aveugle du résidu de porteuse pour les systèmes utilisant des codes LDPC

Rodrigue IMAD¹, Sebastien HOUCKE¹, Mounir GHOGHO²

¹Institut Telecom; Telecom Bretagne; UMR CNRS 3192 Lab-STICC.
Technopôle Brest Iroise, CS 83818, 29238 Brest Cedex 3. Université Européenne de Bretagne, France

²School of Electronic and Electrical Engineering
University of Leeds, UK.

rodrigue.imad@telecom-bretagne.eu, sebastien.houcke@telecom-bretagne.eu
m.ghogho@leeds.ac.uk

Résumé – Nous considérons dans cet article le problème d’estimation du résidu de porteuse pour les systèmes utilisant des codes LDPC. Nous proposons une nouvelle technique d’estimation aveugle du résidu de porteuse fondée sur le calcul et la minimisation d’une fonction du Logarithme du Rapport de Vraisemblance (LRV) du syndrome obtenue à partir de la matrice de contrôle de parité du code. Cette fonction présente un minimum global pour une erreur d’estimation du résidu de porteuse nulle et plusieurs minima locaux ailleurs. Pour cette raison, la procédure de minimisation est effectuée en appliquant l’algorithme itératif du Recuit Simulé. Les résultats des simulations montrent que les performances de notre méthode dépassent clairement celles d’une technique classique d’estimation du résidu de porteuse.

Abstract – We consider in this paper the problem of carrier frequency offset estimation of Low-Density Parity-Check (LDPC) coded systems. We propose a new technique of blind frequency offset estimation based on the calculation and minimization of a function of the Log-Likelihood Ratios (LLR) of the syndrome elements obtained according to the parity check matrix of the code. This function has a global minimum at a frequency offset estimation error equal to zero and many local minima elsewhere. Therefore, the minimization procedure is done by applying the iterative Simulated Annealing algorithm. Simulation results show that the proposed technique clearly outperforms a classical blind frequency offset estimation method.

1 Introduction

Les dernières années ont vu une augmentation dans la demande de systèmes de communications numériques efficaces et fiables. Afin de protéger les données transmises contre le bruit, les codes correcteurs d’erreurs doivent être introduits dans le système de transmission. Les turbo codes et les codes LDPC (Low-Density Parity-Check) ont prouvé leur efficacité dans la détection et la correction des erreurs, même à des faibles rapports signal-sur-bruit (RSB) [1, 2]. Cependant, une dégradation des performances de ces codes est attendue lorsqu’un résidu de porteuse est présent dans le système. Ce résidu de porteuse provient d’un possible décalage de fréquence porteuse ou d’un mouvement relatif entre l’émetteur et le récepteur. Dans la littérature, plusieurs algorithmes ont été introduits pour estimer le résidu de porteuse. Dans [3, 4], les auteurs proposent des estimateurs de fréquence pour le cas d’un signal composé d’une seule sinusoïde complexe. Dans le cas de signaux modulés, plusieurs algorithmes d’estimation de porteuse ont été proposés. Dans [5], les auteurs présentent un détecteur de fréquence selon le maximum de vraisemblance. Dérivés de ce principe de maximum de vraisemblance, plusieurs algorithmes d’estimation de fréquence ont été proposés dans [6]. Une nouvelle famille d’estimateurs a été introduite dans [7] pour l’estimation jointe du déphasage, du résidu de porteuse et du Doppler pour des transmissions utilisant des modulations MPSK (M-ary Phase Shift Keying). Ces algorithmes donnent de bonnes performances pour des RSB élevés. Par contre, comme les codes actuels fon-

tionnent pour des faibles RSB, nous nous sommes intéressés à des algorithmes plus performants.

Nous présentons dans cet article un nouveau algorithme d’estimation du résidu de porteuse basé sur le calcul et la minimisation d’une fonction du syndrome du code correcteur d’erreurs utilisé dans la chaîne de transmission. Cet algorithme est inspiré d’une méthode de synchronisation trame aveugle initialement présentée dans [8, 9] qui est applicable à des codes correcteurs d’erreurs ayant une matrice de contrôle de parité creuse. Nous avons démontré que la position de synchronisation trame est obtenue en minimisant le LRV (Logarithme de Rapport de Vraisemblance) du syndrome calculé à chaque position d’une fenêtre glissante appliquée à la séquence des échantillons reçus. Dans cet article, nous considérons que l’instant de synchronisation trame est correctement estimé et nous étudions le comportement des LRV du syndrome lorsqu’un résidu de porteuse et un déphasage sont présents dans le système. Par conséquent, nous calculons une fonction du LRV du syndrome obtenue à partir des parties réelles et imaginaires des échantillons reçus. Ayant un seul minimum global pour une erreur d’estimation du résidu de porteuse nulle et plusieurs minima locaux ailleurs, nous appliquons l’algorithme du Recuit Simulé [10, 11] pour estimer le résidu de porteuse du système. Les résultats des simulations montrent que la méthode d’estimation du résidu de porteuse proposée donne de très bonnes performances et ceci indépendamment de la présence d’un déphasage inconnu dans le système de transmission.

Cet article est organisé comme suit. Dans le paragraphe 2 nous

définissons le contexte de notre étude et présentons notre méthode d'estimation aveugle du résidu de porteuse. Les résultats des simulations sont présentés dans le paragraphe 3 où nous appliquons nos algorithmes aux codes LDPC. Finalement, le paragraphe 4 conclut le travail.

2 Méthode d'estimation du résidu de porteuse proposée

Nous considérons dans cet article que l'émetteur transmet une séquence binaire de données codées et utilise une modulation de type BPSK (Binary Phase Shift Keying). Le code correcteur d'erreurs utilisé dans le système est le code LDPC de rendement

$$\rho = \frac{n_c - n_r}{n_c}$$

et est défini par sa matrice de contrôle de parité H de taille $n_r \times n_c$, où n_c représente la taille d'un mot de code et n_r est le nombre de relations de parité. En supposant que les instants de synchronisation trame et symbole sont correctement estimés, un échantillon reçu s'écrit sous la forme :

$$r(k) = b(k)e^{j(2\pi k f_0 T_s + \theta_0)} + w(k), \quad (1)$$

où $b(k) = \pm 1$ est le $k^{\text{ième}}$ symbole codé, modulé et transmis, θ_0 est un déphasage inconnu et $w(k)$ est un bruit blanc, Gaussien et complexe. Nous notons par f_0 le résidu de porteuse à estimer et supposé dans la gamme de quelques pour cent de la rapidité de modulation $1/T_s$. Dans la suite de cet article, nous supposons que f_0 est uniformément distribué entre $-0.1/T_s$ et $0.1/T_s$.

Notre algorithme d'estimation aveugle du résidu de porteuse peut être décrit par la procédure adaptative suivante : Une fois un mot de code reçu, nous compensons le résidu de porteuse et la phase présents dans les échantillons correspondants par une fréquence \tilde{f} et une phase $\tilde{\theta}$. Ensuite, nous évaluons une fonction de coût, qui est dans notre cas une fonction du LRV du syndrome d'un mot de code reçu. Optimiser cette fonction en termes de la fréquence \tilde{f} nous donne une estimation du résidu de porteuse du système.

Soit $L(\tilde{f}, \tilde{\theta})$ la fonction de coût en question. On la définit par :

$$L(\tilde{f}, \tilde{\theta}) = L_R(\tilde{f}, \tilde{\theta}) + L_I(\tilde{f}, \tilde{\theta}), \quad (2)$$

où $L_R(\tilde{f}, \tilde{\theta})$ et $L_I(\tilde{f}, \tilde{\theta})$ sont des fonctions du LRV du syndrome obtenues respectivement à partir des parties réelles et imaginaires des échantillons reçus et calculées après avoir appliqué à ces échantillons une fréquence \tilde{f} et une phase $\tilde{\theta}$. Inspirés par une approximation donnée dans [12], nous écrivons les fonctions $L_R(\tilde{f}, \tilde{\theta})$ et $L_I(\tilde{f}, \tilde{\theta})$ sous la forme suivante :

$$L_R(\tilde{f}, \tilde{\theta}) = E \left[\sum_{k=1}^{n_r} \left[(-1)^{u_k+1} \left(\prod_{j=1}^{u_k} \text{sign}(\Re(r(k_j) e^{-j(2\pi k_j \tilde{f} T_s + \tilde{\theta})})) \right) \right] \cdot \min_{j=1, \dots, u_k} |\Re(r(k_j) e^{-j(2\pi k_j \tilde{f} T_s + \tilde{\theta})})| \right] \quad (3)$$

$$L_I(\tilde{f}, \tilde{\theta}) = E \left[\sum_{k=1}^{n_r} \left[(-1)^{u_k+1} \left(\prod_{j=1}^{u_k} \text{sign}(\Im(r(k_j) e^{-j(2\pi k_j \tilde{f} T_s + \tilde{\theta})})) \right) \right] \cdot \min_{j=1, \dots, u_k} |\Im(r(k_j) e^{-j(2\pi k_j \tilde{f} T_s + \tilde{\theta})})| \right] \quad (4)$$

où $E[-]$ désigne l'espérance mathématique. Les variables u_k et k_j représentent respectivement le nombre d'éléments non

nuls dans la $k^{\text{ième}}$ ligne de la matrice de contrôle de parité du code et la position du $j^{\text{ième}}$ élément non nul dans cette $k^{\text{ième}}$ ligne.

Notons que l'algorithme proposé est capable d'estimer le résidu de porteuse du système indépendamment de la présence d'un déphasage. Pour cela, nous supposons dans la suite de cet article que $\theta = 0$.

Etudions maintenant les variations de $L(\tilde{f}, \tilde{\theta})$ en fonction de $(\tilde{f}T_s - f_0T_s)$. On trace sur la figure 1 la fonction $L(\tilde{f}, \tilde{\theta})$ calculée en absence de bruit pour le code LDPC de taille $n_c = 512$ bits, rendement $R = 0.5$ et ayant $u_k = 4$ éléments non nuls dans chaque ligne de sa matrice de contrôle de parité. Nous considérons un déphasage θ_0 uniformément choisi dans l'intervalle $[-\pi/2, \pi/2]$. En observant la figure 1, il est clair que la fonction $L(\tilde{f}, \tilde{\theta})$, qui est une fonction du LRV du syndrome, est très sensible à une erreur d'estimation du résidu de porteuse. L étant minimale pour une fréquence $\tilde{f} = f_0$ (i.e $\tilde{f}T_s - f_0T_s = 0$), notre but est de trouver la fréquence \tilde{f} qui compense le résidu de porteuse présent dans les échantillons, en donnant une valeur minimale de L . Cette fréquence sera une estimée du résidu de porteuse du système.

L'équation (2) est estimée par :

$$\hat{L}(\tilde{f}, \tilde{\theta}) = \hat{L}_R(\tilde{f}, \tilde{\theta}) + \hat{L}_I(\tilde{f}, \tilde{\theta}), \quad (5)$$

où $\hat{L}_R(\tilde{f}, \tilde{\theta})$ et $\hat{L}_I(\tilde{f}, \tilde{\theta})$ sont des estimées respectives de $L_R(\tilde{f}, \tilde{\theta})$ et $L_I(\tilde{f}, \tilde{\theta})$.

La méthode d'estimation proposée dans cet article estime le résidu de porteuse du système par :

$$\hat{f} = \underset{\tilde{f}}{\text{argmin}} \hat{L}(\tilde{f}, \tilde{\theta}). \quad (6)$$

Faisons maintenant un zoom sur une partie de la fonction $L(\tilde{f}, \tilde{\theta})$ et traçons la courbe résultante sur la figure 2. Comme nous l'observons, pour $\tilde{f}T_s - f_0T_s \neq 0$, la courbe de $L(\tilde{f}, \tilde{\theta})$ contient plusieurs minima locaux. Pour cela, il est clair que le problème d'optimisation que nous avons à résoudre est complexe. Dans cet article, nous proposons d'utiliser l'algorithme du Recuit Simulé pour minimiser la fonction du LRV du syndrome et estimer le résidu de porteuse du système.

Dans sa forme originale, l'algorithme de Recuit Simulé est basé sur l'analogie entre la simulation de la cuisson des solides et la solution des grands problèmes d'optimisation combinatoire. Recuit est le processus de chauffage d'un solide et de son refroidissement lent de manière à éliminer les tensions et les imperfections du cristal. Au cours de ce processus, l'énergie libre du solide est réduite au minimum. Le chauffage initial est nécessaire pour éviter d'être piégé dans un minimum local. Chaque fonction peut être considérée comme l'énergie libre d'un système et par conséquent, l'étude et l'imitation de ce processus devrait permettre de résoudre notre problème d'optimisation.

Soit h la fonction que nous cherchons à minimiser. L'algorithme itératif du Recuit Simulé est résumé comme suit :

- A l'itération 0 :
 - Initialiser $x^{(0)}$, T_0 et a , où $x^{(m)}$ est la solution du problème de minimisation après m itérations, T_0 est la température initiale et a est le coefficient de baisse de température.
- A l'itération m :
 - Générer une variable z suivant une loi uniforme.

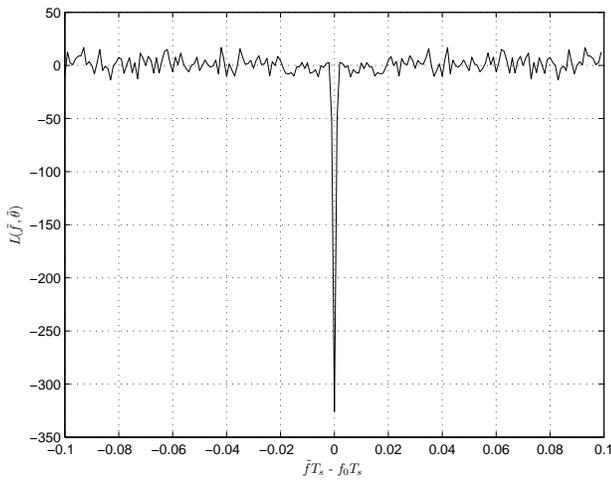


FIG. 1 – $L(\tilde{f}, \tilde{\theta}) = E[L_R(\tilde{f}, \tilde{\theta}) + L_I(\tilde{f}, \tilde{\theta})]$ en fonction de $\tilde{f}T_s - f_0T_s$, l'erreur d'estimation du résidu de porteuse.

- Si $(h(z) - h(x^{(m-1)})) \leq 0$, accepter $x^{(m)} = z$
- Sinon
 - Générer une variable u suivant une loi uniforme entre 0 et 1,
 - Accepter $x^{(m)} = z$ si $(\exp(-(\frac{h(z)-h(x^{(m-1)})}{T_0 a^m}))) \geq u$.
- Sortir quand le nombre maximal d'itérations est atteint ou bien qu'un critère d'arrêt est vérifié.

Comme nous l'avons déjà montré dans ce paragraphe, le LRV du syndrome a une valeur minimale pour une erreur d'estimation du résidu de porteuse nulle et il tend vers zéro même pour des faibles erreurs d'estimation. Par conséquent, afin d'estimer le résidu de porteuse du système, nous proposons d'utiliser l'algorithme de Recuit Simulé expliqué ci-dessus, pour trouver le minimum global de la fonction L et donc, estimer le résidu de porteuse du système. En d'autres termes, une fois un mot de code reçu, nous appliquons l'algorithme itératif du Recuit Simulé sur la fonction L calculée après avoir compensé le résidu de porteuse présent dans les échantillons, par une fréquence \tilde{f} . L'estimée du résidu de porteuse du système est la fréquence obtenue à la dernière itération du Recuit Simulé.

Nous verrons dans le paragraphe suivant de cet article que notre méthode d'estimation du résidu de porteuse présente de très bonnes performances. Toutefois, son principal inconvénient est la partie itérative du Recuit Simulé pour laquelle de nombreux paramètres doivent être initialisés. Afin de réduire la complexité et le temps de calcul de la méthode proposée, notre objectif est maintenant de réduire le nombre d'itérations du Recuit Simulé utilisé pour la minimisation de la fonction L . Ainsi, au lieu d'initialiser aléatoirement la fréquence d'entrée \tilde{f} à la première itération du Recuit Simulé, nous proposons de lancer d'abord un algorithme classique qui estime le résidu de porteuse par [6] :

$$\hat{f}_{est} = \frac{1}{4\pi DT_s} \text{Arg} \left\{ \sum_{k=D}^{N-1} (r(k)r^*(k-D))^2 \right\}, \quad (7)$$

dans le cas d'une modulation BPSK. Notons que N désigne

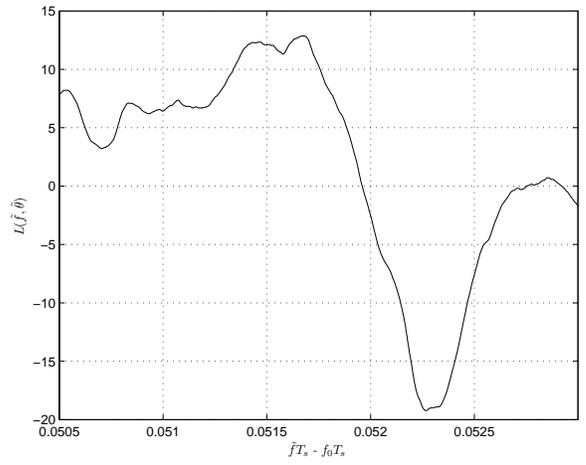


FIG. 2 – Zoom sur la fonction $L(\tilde{f}, \tilde{\theta}) = E[L_R(\tilde{f}, \tilde{\theta}) + L_I(\tilde{f}, \tilde{\theta})]$.

le nombre d'échantillons utilisés pour estimer le résidu de porteuse et D est un coefficient à régler. Dans le reste de cet article, nous considérons que $N = n_c$, où n_c est la longueur d'un mot de code, et nous choisissons D égal à 1.

La fréquence \hat{f}_{est} estimée par l'algorithme classique sert de fréquence d'initialisation pour le Recuit Simulé. De plus, comme le nombre d'itérations du Recuit Simulé augmente avec la taille de l'intervalle de recherche de f_0 , nous proposons de réduire cet intervalle de $[-0.1/T_s, 0.1/T_s]$ à l'intervalle

$[\hat{f}_{est} - 3\sqrt{\sigma_{est}^2}, \hat{f}_{est} + 3\sqrt{\sigma_{est}^2}]$, où σ_{est}^2 est la variance théorique de l'estimation du résidu de porteuse de la méthode classique.

Dans [13], les auteurs calculent une expression approximative de σ_{est}^2 en supposant le résidu de porteuse nul. Leur expression est aussi valable pour des petites valeurs de $f_0 T_s$. Dans cet article, nous calculons une nouvelle expression de σ_{est}^2 sans faire la supposition d'un résidu de porteuse nul. Pour des grandes valeurs de N nous démontrons que :

$$\sigma_{est}^2 \approx \frac{1}{\pi^2 T_s^2 (N-1)} (2\sigma^4 + 4\sigma^6 + 2\sigma^8), \quad (8)$$

où σ^2 est la variance de chaque partie du bruit complexe.

3 Résultats des simulations

Nous présentons dans ce paragraphe les résultats des simulations après avoir appliqué la méthode proposée d'estimation du résidu de porteuse aux codes LDPC. Afin d'analyser les performances de la méthode proposée, nous avons tracé les courbes de l'erreur quadratique moyenne (EQM) obtenues par des simulations de Monte Carlo, où, pour chaque réalisation, un résidu de porteuse a été aléatoirement généré entre $-0.1/T_s$ et $0.1/T_s$, en présence d'un déphasage θ_0 tiré suivant une loi uniforme dans l'intervalle $[-\pi/2, \pi/2]$.

L'algorithme proposé a été comparé à une méthode classique d'estimation du résidu de porteuse décrite par (7). La figure 3 montre les courbes de l'EQM des méthodes proposée et classique appliquées à un code LDPC de taille $n_c = 512$ bits, rendement $R = 0.5$ et ayant $u_k = 4$ éléments non nuls dans chaque ligne de sa matrice de contrôle de parité. Il est clair que

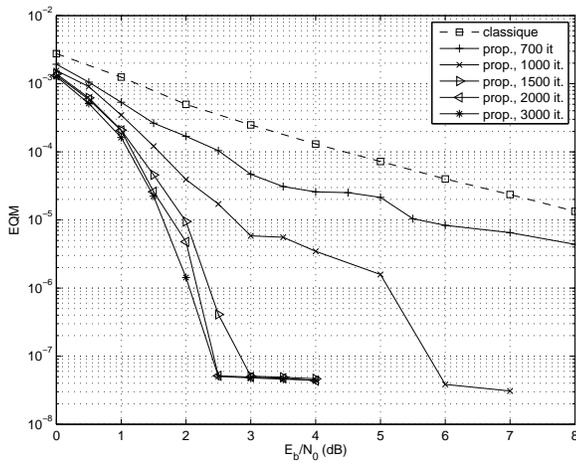


FIG. 3 – Erreur Quadratique Moyenne (EQM) de l'estimation du résidu de porteuse en appliquant la version originale de l'algorithme proposé.

si nous augmentons le nombre d'itérations de l'algorithme de Recuit Simulé, les performances de notre méthode d'estimation du résidu de porteuse sont améliorées. Ces performances dépassent clairement celles de la méthode classique. Une EQM d'environ 5.10^{-8} est atteinte pour un E_b/N_0 égal à 2.5 dB seulement.

Afin de réduire le nombre d'itérations de l'algorithme du Recuit Simulé, nous initialisons la fréquence d'entrée par celle estimée par la méthode classique, tel que décrit dans le paragraphe 2 de cet article. Les courbes correspondantes sont affichées sur la figure 4. Comme nous le voyons, initialiser la fréquence d'entrée à \hat{f}_{est} et réduire l'intervalle de recherche comme proposé (algorithme désigné par "class+prop" sur la figure 4), donne de meilleurs résultats pour un nombre fixe d'itérations. Pour seulement 700 itérations du Recuit Simulé, nous atteignons une EQM de 7.10^{-8} pour un E_b/N_0 égal à 3 dB.

4 Conclusion

Nous avons proposé dans cet article une méthode aveugle d'estimation du résidu de porteuse basée sur la minimisation d'une fonction du LRV du syndrome, et ceci en appliquant l'algorithme du Recuit Simulé. Une fois appliquée à des codes ayant des matrices de contrôle de parité creuses tels que les codes LDPC, les résultats des simulations ont montré que les performances de la méthode proposée dépassent largement celles d'une méthode classique d'estimation du résidu de porteuse.

Références

[1] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, "Near shannon limit error-correcting coding and decoding : turbo-codes," in *Proc. of ICC*, May 1993, pp. 1067–1070.

[2] D. J. C. MacKay and R. M. Neal, "Near shannon-limit performance of low-density parity-check codes," *Electronics Letters*, vol. 33, no. 6, pp. 457–458, March 1997.

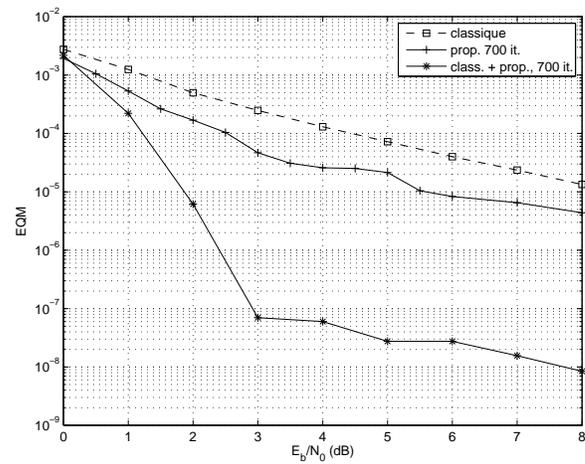


FIG. 4 – Erreur Quadratique Moyenne (EQM) de l'estimation du résidu de porteuse après avoir initialisé notre algorithme par la fréquence estimée à la sortie de la méthode classique.

[3] S. Kay, "A fast and accurate single frequency estimator," *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing*, vol. 37, no. 12, pp. 1987–1990, December 1989.

[4] M. P. Fitz, "Further results in the fast estimation of a single frequency," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 42, no. 234, pp. 862–864, March 1994.

[5] F. M. Gardner, "Frequency detectors for digital demodulators via maximum likelihood derivation," *ESA-ESTEC Final Report Part 2*, March 1990.

[6] F. Classen, H. Meyr, and P. Sehier, "Maximum likelihood open loop carrier synchronizer for digital radio," in *Proc. of ICC*, 1993.

[7] Y. Wang, E. Serpedin, and P. Ciblat, "Optimal blind carrier recovery for MPSK burst transmissions," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 51, no. 9, pp. 1571–1581, September 2003.

[8] R. Imad, S. Houcke, and C. Douillard, "Blind frame synchronization on gaussian channel," in *Proc. of EUSIPCO, European Sig. Proc.*, September 2007.

[9] R. Imad, G. Sicot, and S. Houcke, "Blind frame synchronization for error correcting codes having a sparse parity check matrix," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 57, no. 5, May 2009.

[10] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi, "Optimization with simulated annealing," *Science*, 1983.

[11] V. Cerny, "Thermodynamical approach to the traveling salesman problem : an efficient simulation algorithm," *Journal of optimization theory and applications*, vol. 45, no. 1, January 1985.

[12] J. Hagenauer, E. Offer, and L. Papke, "Iterative decoding of binary block and convolutional codes," *IEEE trans. on Information Theory*, vol. 42, no. 2, pp. 429–445, March 1996.

[13] C. Bergogne, P. Sehier, and M. Bousquet, "Reduced complexity frequency estimator for burst transmission," in *Proc. of GLOBECOM*, 1995, pp. 1318–1322.