

Détection automatique du mixage de modes dans la décomposition modale empirique par la détection de non stationnarité: Application à la sélection des IMF d'intérêt ou au débruitage

TERRIEN JÉRÉMY¹, MARQUE CATHERINE² ET KARLSSON BRYNJAR^{1,3}

¹ School of Science and Engineering

Reykjavik University, Kringlan 1, 105 Reykjavik, Iceland

²CNRS UMR 6600, Biomécanique et Bioingénierie,

Université de technologie de Compiègne, 60200 Compiègne, France

³Department of physiology

University of Iceland, Reykjavik, 103 Iceland

¹jeremy@ru.is, brynjar@ru.is

²catherine.marque@utc.fr

Résumé - La décomposition modale empirique est une méthode itérative permettant de décomposer un signal en différents modes ou IMF (Intrinsic Mode Function). Un algorithme de sélection des composantes modales d'intérêts a été récemment proposé. Cette méthode se base sur une étude statistique du bruit contenu dans chacune des IMF et sur un modèle mathématique de la répartition du bruit dans chacune des IMF, propre au signal analysé, par estimation du bruit sur le premier mode (qui est censé contenir uniquement du bruit). Cependant un phénomène de mixage de modes peut apparaître et aboutir à une surestimation du niveau de bruit dans le signal original. Certaines IMF seront donc considérées à tort comme du bruit. Nous proposons une méthode générale de détection du mixage de modes basée sur la détection de non stationnarité sur la première IMF. Une fois le mixage de modes identifié, nous proposons ensuite de corriger l'estimation du niveau de bruit contenu sur la première IMF par une extraction sur cette IMF de la partie signal et de la partie correspondant uniquement au bruit. Les résultats obtenus sur des signaux purement synthétiques ou issus de la mécanique et du génie biomédical montrent l'intérêt de l'approche proposée.

Abstract - The empirical mode decomposition is an iterative method able to decompose a signal into several modes or intrinsic mode functions (IMF). An algorithm for the selection of modal components of interest has recently been proposed. This algorithm is based on the statistical analysis of the noise contained in each IMF. A mathematical model of the noise repartition between each IMF is personalized for the signal under analysis by estimating its noise content from the energy of the first IMF, which is supposed to contain a certain part of the noise only. A mode mixing can however be present and give rise to an over estimation of the noise in the original signal. Thus several IMF will be considered as containing only noise and would be erroneously discarded. We propose a general method of mode mixing detection based on a stationary test applied to the first IMF. In case of mode mixing, we propose to correct the noise estimation on the first IMF by extracting from this IMF the parts corresponding to signal and the parts corresponding to noise. The results obtained on synthetic signals, as well as mechanical or biomedical ones, show the good performances of the proposed approach.

1 Introduction

L'utilisation de la transformée de Hilbert-Huang est de plus en plus répandue quel que soit le domaine de recherche considéré. Cette méthode est basée sur la décomposition modale empirique (EMD : Empirical Mode Decomposition). Elle permet la décomposition de signaux non stationnaires en une série de modes ou IMF (Intrinsic Mode Function) de manière itérative [1].

La présence de bruit dans le signal d'intérêt va aboutir à une contamination de chacun des modes par une fraction plus ou moins grande de ce bruit. L'étude du contenu spectral et des caractéristiques statistiques de chacun des modes, obtenus après EMD appliquée à un bruit blanc, a permis de définir un modèle de comportement permettant la détermination du contenu informatif de chacune des IMF [2]. Ce modèle a été

généralisé par Flandrin et al. dans le cas du bruit Gaussien fractionnaire [3]. Ces modèles peuvent être utilisés pour une application de débruitage ou de suppression de la tendance du signal d'intérêt. Ces modèles font l'hypothèse que la première IMF contient uniquement une fraction du bruit. L'estimation de l'énergie de la première IMF est ensuite utilisée de manière systématique pour personnaliser le modèle et l'adapter aux caractéristiques du bruit corrompant le signal. Une erreur dans l'estimation du niveau de bruit peut donc dégrader les performances de l'algorithme. Une de ces sources d'erreur peut être le mixage de modes. Le mixage de modes correspond à l'alternance temporelle sur une même IMF de plusieurs composantes du signal d'intérêt [4]. Dans notre application, le mixage de modes va concerner principalement la partie haute fréquence du bruit et la première composante haute

fréquence propre du signal. Ce phénomène de mixage va donc conduire à une surestimation du niveau de bruit contenu dans la première IMF.

Un algorithme permettant de prévenir le mixage de modes a été récemment proposé [4]. Cet algorithme est cependant dédié à l'analyse par EMD de signaux contenant des composantes purement sinusoïdales. Les performances de cet algorithme sur des signaux présentant des composantes non stationnaires plus complexes, comme couramment rencontré dans le domaine de la mécanique ou du génie biomédical, ne sont pas garanties. De nombreux auteurs ont donc développé des algorithmes spécifiques et dédiés à leur signal d'intérêt. L'algorithme présenté ici ne fait quant à lui aucune supposition sur la nature des composantes du signal d'intérêt et est donc une alternative générale aux algorithmes préexistants.

Après avoir rappelé brièvement l'algorithme classique de sélection des modes pertinents, nous proposerons une amélioration de cet algorithme par l'utilisation préalable d'un test de stationnarité sur la première IMF, permettant une estimation plus robuste des seuils statistiques à appliquer à chacune des IMF. Les performances de notre algorithme seront ensuite évaluées sur signaux purement synthétiques, et aussi sur signaux réels issus de la mécanique et du biomédical.

2 Algorithmes de sélection des IMF

Nous considérons que l'analyse d'un signal $x[n]$ (avec $n = 1, \dots, N$) par EMD aboutit à une collection de K IMF $d_k[n]$ (avec $k = 1, \dots, K$) et d'un unique résidu $r[n]$, et que le signal x correspond à un signal $s[n]$ contaminé par un bruit Gaussien fractionnaire $Gnf_H[n]$. Ce signal est par définition stationnaire.

2.1 Approche classique

L'étude de l'énergie de chacun des modes d'un bruit Gaussien fractionnaire, obtenus après EMD, a permis de définir un modèle statistique de distribution énergétique dans chacune des IMF [2]. Ce modèle permet de définir pour chaque IMF, un seuil statistique à partir duquel cette IMF est considérée comme une composante prépondérante du signal d'intérêt. La première IMF est supposée contenir uniquement du bruit. L'énergie du bruit dans cette IMF, $W_H[1]$, est donc estimée par :

$$\hat{W}_H[1] = \sum_{n=1}^N d_1^2[n] \quad (1)$$

L'énergie du bruit dans les autres IMF, dépendante de H , est ensuite déduite par :

$$\hat{W}_H[k] = C_H \rho_H^{-2(1-H)k}, K \geq 2 \quad (2)$$

où $C_H = \hat{W}_H[1] / \beta_H$, $\beta_H = 0,719$ pour $H = 0,5$ et $\rho_H = 2,01 + 0,2 * (H - 0,5) + 0,12 * (H - 0,5)^2$.

En plus de ce modèle, un intervalle de confiance $T_H[k]$ peut être défini. Il existe une relation linéaire entre le logarithme de l'intervalle de confiance normalisé et le numéro d'IMF k . Cette relation est [3] :

$$\log_2(\log_2(T_H[k])/W_H[k]) = a_H k + b_H \quad (3)$$

où, dans le cas $H = 0.5$ et pour un intervalle de confiance à 99% : $a_H = 0,45$ et $b_H = -1,95$. D'autres valeurs de β_H , a_H et b_H peuvent être trouvées dans [3] pour différentes valeurs de H .

L'algorithme de sélection des IMF proposé par Flandrin et al. est le suivant :

1. Estimer l'énergie du bruit $W_H[1]$ sur $d_1[n]$
2. Estimer le modèle de bruit pur, W_H , en utilisant la première estimation (1)
3. Estimer l'intervalle de confiance T_H
4. Comparer l'énergie des IMF 2 à K , avec la valeur correspondante de l'intervalle de confiance
5. Toute IMF, dont l'énergie est en dehors de l'intervalle de confiance, est considérée comme composante du signal.

Dans le cadre d'une opération de débruitage, le signal filtré est obtenu par reconstruction partielle du signal correspondant à la somme des IMF sélectionnées et de l'ultime résidu $r[n]$ de la décomposition initiale.

2.2 Approche proposée

En l'absence de mixage de modes, la première IMF contient uniquement du bruit. Le signal $d_1[n]$ est donc stationnaire. Dans le cas de mixage, le signal est non stationnaire. Nous proposons donc de détecter le mixage de modes par utilisation d'un test de stationnarité. Pour tester la stationnarité de l'IMF 1, nous avons utilisé l'algorithme développé par Xiao et al. [5]. Il s'agit d'une méthode générale, robuste et qui permet le choix d'un seuil de significativité pour la détection. Nous avons choisi ce seuil égal à $p = 0,05$.

Si la première IMF $d_1[n]$ présente un mixage de modes, il est alors nécessaire de distinguer, dans l'énergie totale de l'IMF, la contribution du bruit, et celle du signal mixé. Nous avons considéré l'IMF présentant un mixage de modes comme un signal bruité. Nous avons donc utilisé un filtrage par ondelette afin de séparer les parties correspondant seulement à une composante spectrale du signal original $s[n]$ de celles correspondant au bruit $b[n]$.

La modification de l'algorithme de sélection des IMF peut être décrite de la manière suivante :

1. Tester si $d_1[n]$ est stationnaire, si oui aller à (4)
2. Extraire de $d_1[n]$ la partie bruit $b[n]$ de la partie signal $s[n]$ par un filtrage par ondelette ($f_{\text{ond}}(x)$)
 - a. $s[n] = f_{\text{ond}}(d_1[n])$
 - b. $b[n] = d_1[n] - s[n]$
3. Réaliser le dé-mixage de modes
 - a. $d_1[n] = b[n]$
 - b. $d_2[n] = d_2[n] + s[n]$
4. Appliquer l'algorithme classique de sélection des IMF

Le filtrage par ondelette de l'IMF 1 est une approche générale pour l'extraction de la partie signal de cette IMF.

3 Evaluation

Nous avons utilisé comme signaux de référence un signal purement synthétique composé de 3 atomes de Gabor, un signal vibratoire de roulement à bille, et

finalement un signal ECG. Nous avons aussi évalué la robustesse de notre méthode en ajoutant du bruit sur les signaux de référence pour obtenir des rapports signal/bruit (RSB) de 20, 18, 16, 14 et 12 dB. Pour chacun des RSB, nous avons étudié 500 réalisations.

Le critère d'évaluation que nous avons utilisé est le pourcentage d'erreur quadratique moyenne normalisée (NPMSE) entre les différents signaux reconstruits et le signal original non bruité.

Nous avons comparé les performances de la méthode dite classique à celles de notre approche. Nous avons aussi regardé l'erreur de notre approche sans rajout de la partie signal de l'IMF 1 dans la reconstruction (étape 3-b), afin d'appréhender isolément l'effet de la correction de l'estimation des seuils sur la reconstruction du signal d'intérêt.

Nous avons aussi évalué l'importance du choix de l'ondelette et du nombre de niveaux de décomposition sur les performances de l'algorithme proposé.

4 Résultats

Un exemple de décomposition modale empirique obtenue sur un signal synthétique bruité (12 dB) est présenté figure 1. Nous pouvons clairement identifier que l'IMF 1 présente un mixage de modes. Les parties correspondant au signal présentent une forte énergie comparée à celle du bruit et peuvent donc conduire à une surestimation du niveau de bruit contenu dans le signal original.

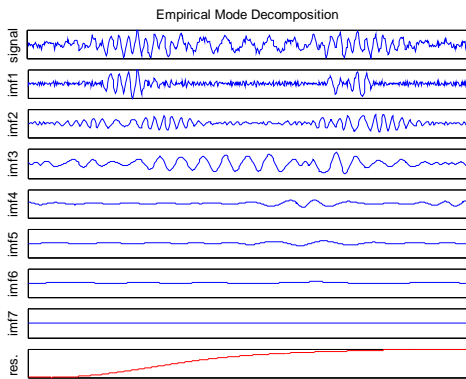


Figure 1 : EMD d'un signal synthétique bruité à 12 dB

L'estimation du modèle par la méthode classique basée sur l'analyse de la première IMF est présentée figure 2. Nous pouvons voir que l'erreur d'estimation du niveau de bruit aboutit à la non sélection des IMF 4 à 6 alors qu'elles correspondent clairement au signal. Après la détection du mixage de modes par un test de stationnarité, nous proposons d'extraire les parties correspondant au signal et celles au bruit. Cette étape de notre algorithme est illustrée figure 3. La correction de l'estimation grâce à notre algorithme, permet la sélection des IMF 4 à 6 (Figure 2).

Les résultats de l'analyse de la robustesse de l'algorithme proposé sont présentés figure 4. La correction de l'estimation de l'énergie de l'IMF 1 permet à elle seule de diminuer l'erreur de

reconstruction. De plus, la prise en compte du signal d'intérêt contenu dans l'IMF 1 permet d'obtenir des erreurs très basses, quel que soit le RSB. Les résultats de notre méthode sont meilleurs que ceux de la méthode classique. Il est intéressant de noter la diminution de l'écart type des erreurs obtenues avec notre méthode par rapport à celui obtenu avec la méthode classique.

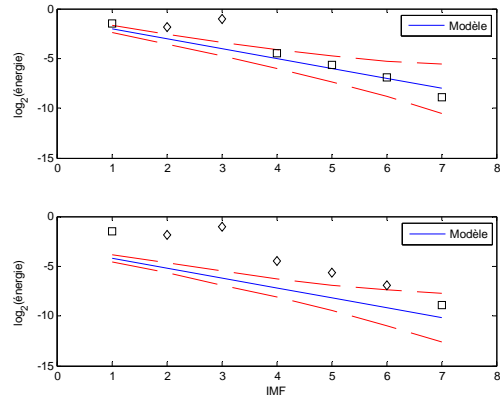


Figure 2 : Exemple de sélection des modes du signal présenté Figure 1 par la méthode classique (en haut) et par la méthode proposée (en bas). Les IMF non sélectionnées sont présentées sous forme carré et celles sélectionnées sous forme de losange.

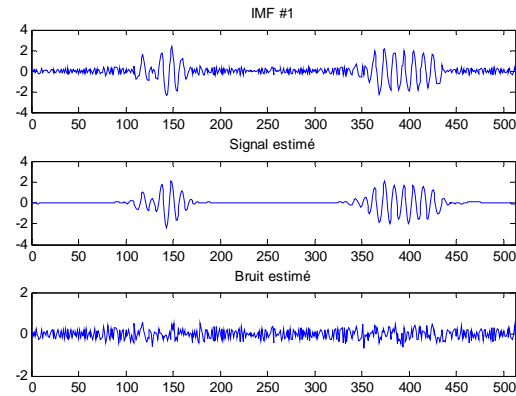


Figure 3 : Exemple de dé-mixage de modes de l'IMF 1 par filtrage par ondelette de Meyer

L'importance du choix de l'ondelette analysante sur les performances de notre méthode est présentée figure 4. Nous pouvons remarquer que le choix de l'ondelette influe sur les erreurs obtenues, particulièrement pour l'ondelette de Haar. Les résultats obtenus avec les ondelettes de Meyer et de Daubechie sont similaires, bien que les erreurs les plus faibles soient obtenues avec l'ondelette de Meyer. Les erreurs obtenues avec ces deux types d'ondelette sont nettement inférieures à 5%. Le nombre de niveau de décomposition utilisé lors de l'étape de dé-mixage influence très peu les résultats obtenus sur ce type de signal. Ceci peut être expliqué par la grande différence de contenu fréquentiel entre le bruit et le signal présent sur l'IMF 1.

Appliqué à un signal vibratoire de roulement à bille (Figure 5) ou un signal ECG (Figure 6), les résultats obtenus avec la méthode proposée sont similaires à ceux obtenus sur le signal synthétique. Les écart-types obtenus avec le signal ECG sont cependant très

supérieurs à ceux obtenus avec les autres signaux. Ceci s'explique par la grande variabilité du nombre de complexes QRS mixés à l'IMF 1, d'une réalisation à l'autre et ceci quel que soit le RSB. Pour les signaux réels, là aussi, le nombre de niveaux de décomposition influence très peu les résultats, bien que de manière plus importante que pour les signaux synthétiques.

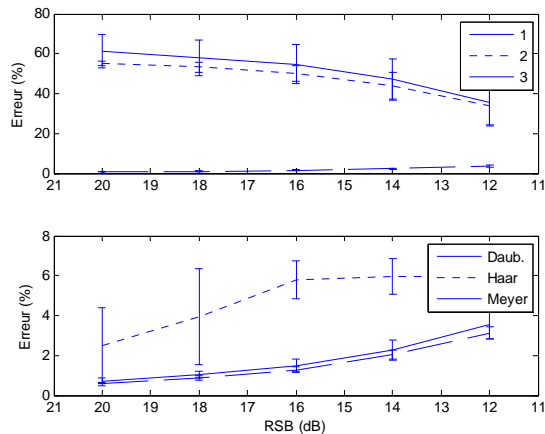


Figure 4 : En haut, évolution de l'erreur de reconstruction moyenne ($\pm\sigma$) obtenue par la méthode classique (1), correction de l'estimation du bruit sur IMF1 seule (2) et correction de l'estimation du bruit sur IMF1 plus modification de IMF2 (3) pour différents RSB sur le signal synthétique. En bas, comparaison des erreurs finales obtenues en utilisant une ondelette de Daubechie (Daub.), de Haar ou de Meyer.

5 Conclusion et perspective

Nous proposons une amélioration de l'algorithme de sélection des IMF d'intérêt permettant de s'affranchir du phénomène de mixage de modes. L'algorithme initial utilise la première IMF pour l'estimation du niveau de bruit présent dans chacune des IMF. La présence d'un mixage de modes sur la première IMF induit une erreur sur cette estimation et conduit à une mauvaise sélection des IMF d'intérêts. Notre approche se base principalement sur la détection du mixage de modes par un test de stationnarité sur l'IMF 1 et sur l'extraction des parties de l'IMF 1 correspondant uniquement à du bruit. Le choix du test de stationnarité et de l'algorithme d'extraction du bruit est à définir selon les caractéristiques du signal d'intérêt. Nous avons choisi ici un test de stationnarité basé sur l'étude statistique de substitut temps-fréquence et un filtrage par ondelette pour l'extraction du bruit. Ce choix a l'avantage de ne pas poser d'a priori sur la nature des signaux analysés. Nous avons montré, de meilleures performances pour notre approche par rapport à l'algorithme original, sur des signaux présentant des caractéristiques très différentes. Nous avons aussi pu montrer la relative robustesse de notre méthode quel que soit le signal d'intérêt. En perspective de ce travail, nous proposons d'améliorer l'extraction des composantes spectrales du signal analysé, avec par exemple l'utilisation d'un filtrage de chacune des IMF, afin d'améliorer les erreurs de reconstruction obtenues pour de faibles rapports signal/bruit.

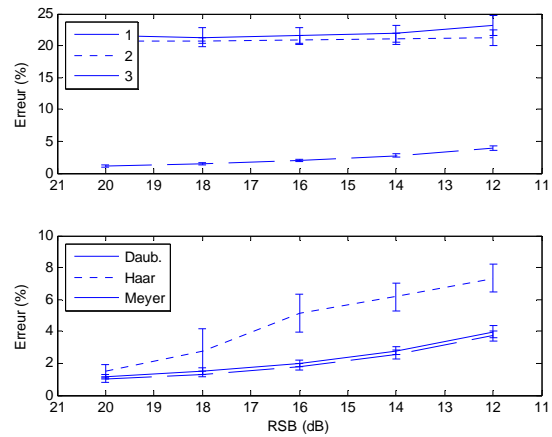


Figure 5 : Résultats obtenus sur un signal vibratoire de roulement à bille (même légende que pour la figure 4).

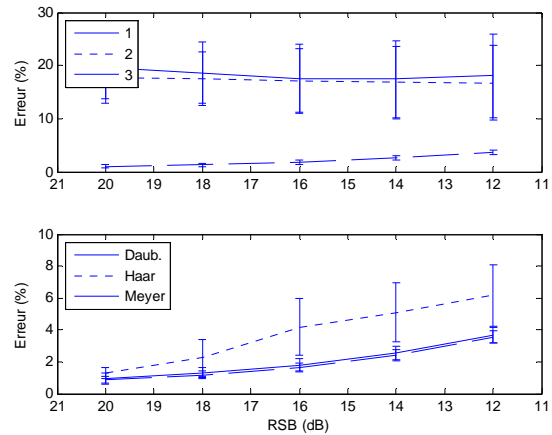


Figure 6 : Résultats obtenus sur un signal ECG (même légende que pour la figure 4).

6 Références

- [1] N.E. Huang et al., "The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis," Proceedings - Royal Society. Mathematical, physical and engineering sciences, vol. 454, pp. 903-995, 1998.
- [2] Z. Wu et N.E. Huang, "A study of the characteristics of white noise using the empirical mode decomposition method," Proceedings - Royal Society. Mathematical, physical and engineering sciences, vol. 460, pp. 1597-1611, 2004.
- [3] P. Flandrin, P. Goncalves, et G. Rilling, "EMD Equivalent Filter Banks, from Interpretation to Applications," dans : Hilbert-Huang Transform and Its Applications, N.E. Huang. et S.S.P. Shen Eds, World Scientific, pp. 57-74, 2005.
- [4] R. Deering et J.F. Kaiser, "The use of a masking signal to improve empirical mode decomposition," présenté à IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Proc. Philadelphia, PA, USA, 2005.
- [5] J. Xiao, P. Borgnat, et P. Flandrin, "Testing stationarity with time-frequency surrogates," présenté à XVth European Signal Proc. Conf., Poznan, Poland, 2007.