

# ARQ-Hybride avec turbo-égalisation sur les canaux sélectifs en fréquence à évanouissements par bloc

Abdel-Nasser ASSIMI, Charly POUILLIAT, Inbar FIJALKOW

Laboratoire ETIS - UMR CNRS 8051, ENSEA - Université de Cergy-Pontoise  
6, avenue du Ponceau, 95014 Cergy-Pontoise Cedex, France  
{abdelnasser.assimi, charly.poulliat, inbar.fijalkow}@ensea.fr

**Résumé** – Dans ce papier, nous étudions les performances d'un turbo-égaliseur sur des canaux sélectifs en fréquence à évanouissements par bloc, pour les systèmes de communication qui implémentent les protocoles de retransmission ARQ-hybride de type-II. Pour des raisons de complexité, nous proposons un turbo-égaliseur MMSE conjoint, à base de filtres linéaires, qui réalise à la fois la détection, et la combinaison des différentes copies reçues du même paquet. Dans ce contexte, nous montrons, par simulations numériques, l'efficacité du système proposé dans la réduction des interférences entre symboles. Nous présentons aussi un schéma parallèle disjoint, encore plus simple, qui permet d'obtenir les mêmes performances sur le type de canaux considérés.

**Abstract** – In this paper, we study the performances of the turbo-equalization over frequency-selective block-fading channels, in communication systems that implement Hybrid-ARQ protocols of type-II. For complexity reasons, we propose a joint MMSE turbo-equalizer which performs both of the detection, and the combining of the various received copies of the same packet. In this context, we show by numerical simulations the efficiency of the proposed scheme in the reduction of inter-symbol interferences. We also present a parallel scheme, even simpler, that allows to obtain the same performance over considered type of channels.

## 1 Introduction

Pour assurer la fiabilité des données transmises sur un lien physique introduisant des erreurs, on utilise souvent deux méthodes de contrôle d'erreurs contradictoires : les codes correcteurs d'erreurs et les protocoles ARQ (Automatic Repeat reQuest) [1]. Les protocoles ARQ-Hybrides (HARQ) combinent ces deux méthodes pour améliorer l'efficacité du système en terme de débit utile. Dans le cas des canaux sélectifs en fréquence, nous nous intéressons à des récepteurs incluant un égaliseur afin de réduire les interférences entre symboles (IES). La technique de l'égalisation et du décodage conjoints proposée initialement par Douillard *et al.* dans [2] a été inspirée du principe de traitement itératif des turbo-codes. Cette technique permet d'obtenir un gain considérable en performance par rapport à une approche disjointe.

Dans [3], il est montré que dans le cas des canaux non sélectifs en fréquence, à évanouissements rapides ou pour un long délai de retransmission, les performances du système HARQ à répétition CC (Chase Combining) peuvent surpasser celles du système HARQ de type IC (Incremental Redundancy). Pour les canaux sélectifs en fréquence, il faut tenir compte des performances de l'étape de la détection dans l'évaluation des performances globales du système de communication. Nous montrons dans cette contribution<sup>1</sup> que l'utilisation de la turbo-égalisation est particulièrement pertinente dans le cas d'un système HARQ à répétition. Le protocole HARQ à répétition offre certains avantages pour l'opération d'égalisation et d'estima-

tion du canal, car les différentes retransmissions portent la même séquence de symboles. Dans ce contexte, Samra *et al.* [4] ont proposé un système HARQ basé sur l'utilisation d'un turbo-égaliseur de type maximum *a posteriori* (MAP) conjoint avec un système de poinçonnage en bloc. La complexité croissante de ce type d'égaliseurs avec la mémoire du canal et la taille de l'alphabet de modulation empêche leurs utilisation dans un système pratique à l'heure actuelle.

Dans cet article, nous considérons un turbo-égaliseur conjoint de type MMSE (Minimum Mean Squared Error) à base de filtres linéaires, beaucoup moins complexe et qui donne, nous le verrons, les mêmes performances pour toute la plage de rapport signal sur bruit (RSB). Une interprétation de ce résultat est donnée par une analyse basée sur l'EXIT Charts. Nous évaluons les performances de ce schéma de turbo-égalisation par simulations numériques dans un système HARQ à répétition. Finalement, nous présentons une approche d'égalisation disjointe, aussi efficace que l'approche conjointe, comme une alternative moins coûteuse.

## 2 HARQ avec turbo-égalisation

On considère le système de transmission représenté dans la Figure 1. La séquence d'information est divisée en paquets de  $k_0$  bits. Chaque paquet est d'abord codé par un code linéaire en bloc  $C_0(n_0, k_0)$  pour la détection d'erreurs, de type CRC (Cyclic Redundancy Code). Ce code rajoute  $L_{crc} = n_0 - k_0$  bits de parité au message d'origine pour obtenir une séquence  $\mathbf{c}_0$  de  $n_0$  bits. Cette séquence est ensuite codée par un code correcteur d'erreur de ren-

<sup>1</sup>Ce travail a été financé par le projet Urbanisme des Radio Communications du pôle de compétitivité SYSTEM@TIC.

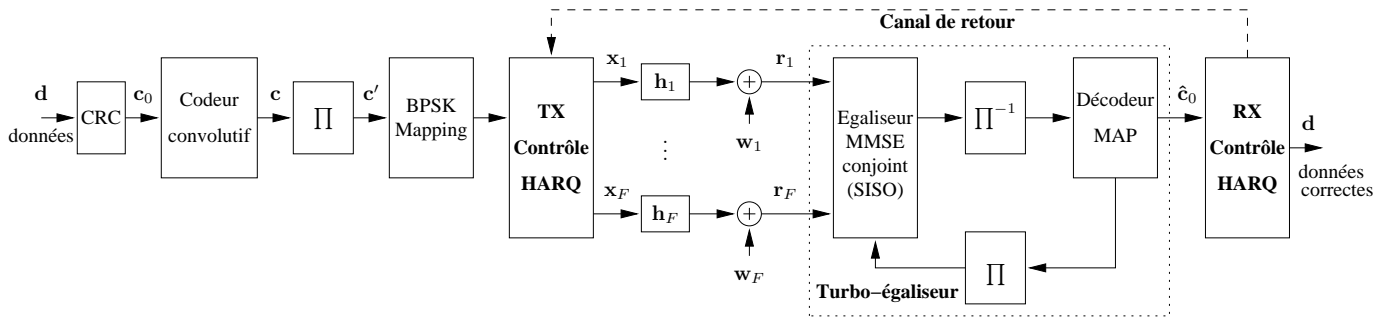


FIG. 1 – Modèle du système ARQ-hybride avec turbo-égaliseur MMSE intégré.

dement  $R$  pour obtenir un mot de code  $\mathbf{c}$  de taille  $N$  bits. On applique ensuite un entrelaceur de même taille que le mot de code pour obtenir la séquence  $\mathbf{c}$  qui sera ensuite modulée par un modulateur de phase à 2 états.

Le canal de transmission est un canal sélectif en fréquence et à évanouissements par bloc où chaque transmission verra une réalisation différente du canal. Le canal est représenté par sa réponse impulsionnelle finie (RIF) à temps discret  $\mathbf{h} = [h(0), \dots, h(L-1)]$  de longueur  $L$ . Les coefficients du canal sont modélisés par des variables aléatoires gaussiennes indépendantes de moyenne nulle et de variance  $1/L$ . Ces coefficients sont supposés fixes pendant chaque transmission mais varient indépendamment d'une transmission à l'autre. On suppose de plus que le récepteur a une connaissance parfaite du canal.

En réception, nous utiliserons un turbo-égaliseur qui comporte un égaliseur MMSE à entrées multiples, (dus au nombre de retransmissions), avec information *a priori*, et un décodeur de canal de type maximum *a posteriori* (MAP). L'égaliseur et le décodeur échangent entre eux des informations extrinsèques selon le schéma classique d'un turbo-égaliseur pour effectuer la détection et le décodage itératif du mot de code reçu. Après un nombre limité d'itérations, le turbo-égaliseur fournit une estimation  $\hat{\mathbf{c}}_0$  du message qui inclut les bits du code CRC. La validité de cette estimation sera déterminée par la vérification des bits de parité du code CRC.

Pour assurer la fiabilité de communication, on considère le mécanisme de contrôle d'erreur à retransmission sélective SR-HARQ (Selective Repeat HARQ) où seuls les paquets erronés sont retransmis par l'émetteur. Dans ce mécanisme, si le paquet reçu est correct un signal d'acquittement positif (ACK) sera retourné à l'émetteur à travers d'un canal de retour, et un signal d'acquittement négatif (NACK) dans le cas contraire. L'émetteur répond par la retransmission totale des paquets en erreur. Cette procédure continue jusqu'à la bonne réception du paquet, ou le nombre maximum  $F_{max}$  de retransmissions est atteint, et dans ce cas une erreur de réception est signalée. Le canal de retour est supposé sans erreur et sans délai.

### 3 Turbo-égaliseur conjoint

Dans le cadre du protocole HARQ à répétition, si un paquet n'a pas été décodé correctement par le récepteur, une deuxième transmission du même paquet aura lieu, mais sur un canal différent. Puisque tous les paquets reçus

portent les mêmes informations, une détection conjointe est mise en oeuvre par le récepteur pour une meilleure estimation. Parmi les structures proposées, nous choisissons l'égaliseur MMSE conjoint à base de filtres linéaires pour son bon compromis complexité-performance [5]. La Figure 2 montre la structure détaillée de ce turbo-égaliseur.

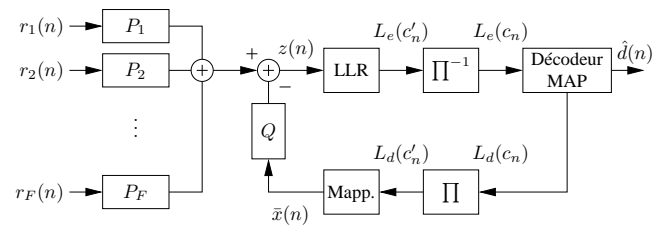


FIG. 2 – Turbo-égaliseur MMSE conjoint.

C'est un égaliseur à sortie souple, avec information *a priori*, qui prend en entrée les  $F$  copies reçues du même paquet  $\mathbf{x} : \mathbf{r}_f = \mathbf{h}_f * \mathbf{x} + \mathbf{w}_f$  pour  $f = 1, \dots, F$ , et l'estimation souple  $\bar{\mathbf{x}}$  du paquet issue du décodeur de canal, pour fournir une nouvelle estimation  $\mathbf{z}$  plus fiable. La réalisation pratique de l'égaliseur est mis en oeuvre par des filtres linéaires  $\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_F$  et  $\mathbf{Q}$  de longueur finie ( $J = N_1 + N_2 + 1$ ). Leurs coefficients sont calculés pour minimiser l'erreur quadratique moyenne  $E[|z(n) - x(n)|^2]$  sous la contrainte  $q_0 = 0$ , où  $z(n)$  est donné par,

$$z(n) = \sum_{f=1}^F \sum_{k=-N_1}^{N_2} p_f(k) r_f(n-k) - \sum_{k=-N_1}^{N_2} q(k) \bar{x}(n-k)$$

Cette estimation peut se mettre sous la forme  $z(n) = \mu x(n) + \eta(n)$  où  $\eta$  est approché par une variable aléatoire gaussienne de variance  $\nu^2$ , et  $\mu$  est un scalaire. L'égaliseur transforme un canal dispersif en canal gaussien équivalent de paramètres  $\mu$  et  $\nu^2$  qui expriment la qualité de l'estimation. L'égaliseur MMSE conjoint calcule les coefficients des filtres à chaque itération en considérant le canal du système SIMO (Single-Input Multiple-Output) équivalent. Les détails relatifs au calcul de ces coefficients sont omis de cette présentation et pourront être trouvés dans [6] par exemple. Il est à noter que, pour un canal statique qui ne change pas au cours des transmissions, tous les filtres  $\mathbf{P}_f$  seront identiques. Dans ce cas, l'égaliseur conjoint devient équivalent à un égaliseur, d'une seule entrée, appliqué à la moyenne des paquets. Par contre, pour un canal qui évolue à chaque transmission l'égaliseur combine les paquets reçus en un seul paquet qui maximise le RSB.

## 4 Performances du système

Il est généralement convenu que les égaliseurs MMSE et MAP dans un schéma de turbo-égalisation ont des performances asymptotiques identiques sur un canal statique pour un fort rapport signal sur bruit. Cependant, pour un canal à évanouissements par bloc, peu de résultats sont présentés sur les performances des deux schémas. Nous allons montrer que les performances de ces deux égaliseurs sont identiques pour toute la plage de RSB. Nous commencerons par le cas d'une transmission simple, puis généraliserons au cas de transmissions multiples dans le cadre d'un système HARQ.

### 4.1 Cas d'une transmission unique

Dans un récepteur cohérent, la sortie du filtre adapté échantillonnée à la fréquence symbole à l'instant  $n$  s'écrit,

$$r(n) = \sum_{l=0}^{L-1} h(l)x(n-l) + w(n) \quad (1)$$

où  $w$  est un bruit blanc gaussien à valeurs réelles de densité spectrale de puissance bilatérale  $\sigma^2 = N_0/2$ . Le rapport signal sur bruit  $\rho$  instantané est donné par,

$$\rho = \frac{E_s}{N_0} = \bar{\rho} \sum_{l=0}^{L-1} |h(l)|^2 \text{ où } \bar{\rho} = 1/N_0. \quad (2)$$

Le RSB instantané  $\rho$  est une variable aléatoire suivant la distribution Gamma (ou Nakagami) de paramètre de forme  $m = L/2$  et de paramètre d'échelle  $\theta = 2\bar{\rho}/L$  avec  $\bar{\rho} = E(\rho)$ , dont la fonction de densité de probabilité,

$$f(\rho) = \frac{\rho^{m-1}}{\theta^m \Gamma(m)} e^{-\rho/\theta} \text{ où } \Gamma(m) = \int_0^\infty t^{m-1} e^{-t} dt. \quad (3)$$

#### 4.1.1 Simulations

Pour montrer les performances du système, nous avons simulé le taux d'erreurs binaire (TEB) et le taux d'erreur paquet (TEP) avec les paramètres de simulation listés dans le Tableau 1 pour deux types d'égaliseurs : un égaliseur de type MMSE (noté TE-MMSE), et un égaliseur de type MAP (noté TE-MAP). La Figure 3 montre

TAB. 1 – Paramètres de Simulation

Longueur du paquet	$N = 1024$ .
Canal	$L = 5$ coefficients aléatoires de même puissance $1/L$ .
Code convolutif	$(5, 7)_{oct}$ avec séquence de terminaison.
Entrelaceur	Aléatoire.
Longueur des filtres	$J = 15, N_1 = 4, N_2 = 9$ .

les résultats de simulation. On remarque que le gain apporté par la turbo-égalisation sur le TEP est plus important que le gain sur TEB, particulièrement pour le TE-MMSE (3.5 dB à  $10^{-2}$ ). En effet, le TEB est pénalisé par les paquets qui subissent un évanouissement profond ce qui empêche la convergence du turbo-égaliseur.

Par conséquent, il en résulte un nombre important de bits erronés. On voit aussi sur la Figure 3-a que le TE-MAP donne des performances nettement meilleures par rapport au TE-MMSE à la première itération, mais les deux turbo-égaliseurs convergent rapidement<sup>2</sup> après quelques itérations vers les performances d'un canal non sélectif en fréquence de type Nakagami par bloc de paramètre  $m = L/2$ . Ceci permet d'identifier le canal équivalent du système à convergence qui permettra de dimensionner le système.

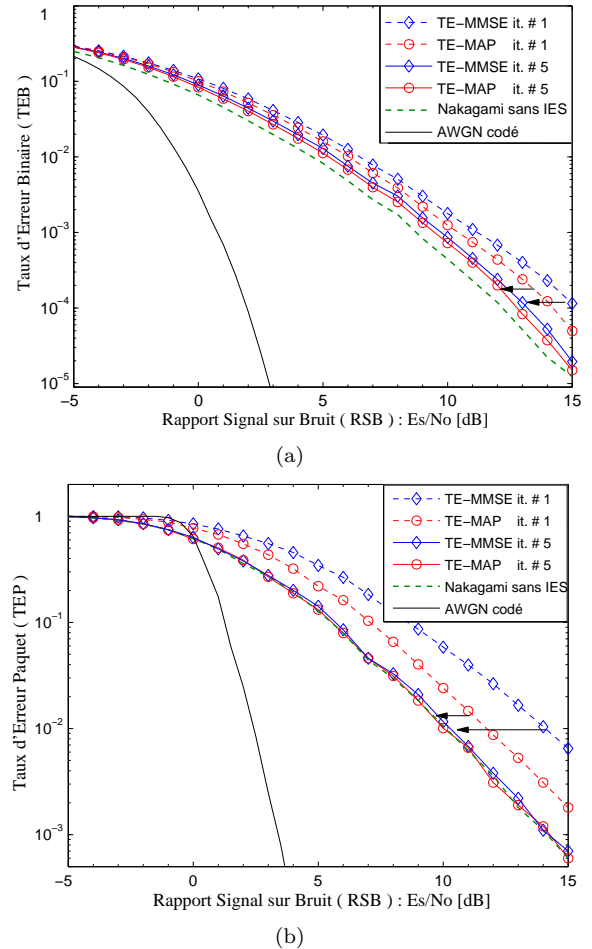


FIG. 3 – Performances des turbo-égaliseurs MMSE et MAP sur canaux sélectifs en fréquence à évanouissements par bloc, (a) TEB et (b) TEP.

#### 4.1.2 Analyse EXIT Charts

Ce comportement peut être justifié par les EXIT Charts. En effet, la fonction de transfert, qui donne l'information mutuelle à la sortie l'égaliseur  $I_e$  en fonction de l'information mutuelle à la sortie du décodeur  $I_d$ , dépend sur la réponse instantanée du canal et du rapport signal sur bruit correspondant. Pour un canal aléatoire, on définit la fonction de transfert  $\alpha$ -minimale pour une probabilité  $\alpha$  donnée, par l'ensemble des points  $(x, y)$  dans le plan  $I_d/I_e$  tq.  $\Pr(I_e(x) \leq y) = \alpha$ . Sur la Figure 4, nous avons tracé les fonctions de transfert minimales pour  $\alpha = 0.1, 0.2, 0.5$  et un RSB moyen de 5 dB. Dans la partie droite de la même figure, nous avons tracé les courbes des taux TEB

<sup>2</sup>la majorité du gain est obtenu à la deuxième itération.

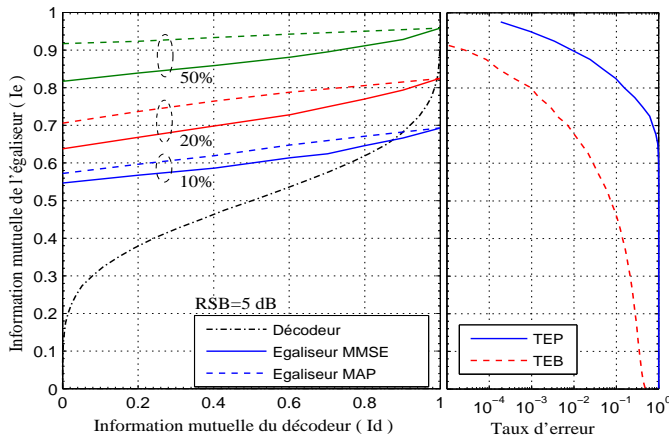


FIG. 4 – EXIT Charts des turbo-égaliseurs.

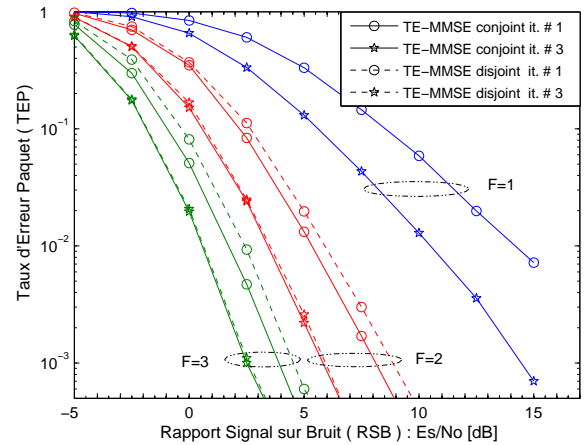
et TEP sur le canal gaussien équivalent.

Initialement, pour la première itération et quelque soit le RSB instantané, il existe une différence en qualité d'estimation en faveur de l'égaliseur MAP. Pour les itérations suivantes, chaque égaliseur converge vers le point d'intersection avec la courbe de transfert du décodeur. La différence entre les deux points de convergence est d'autant plus faible que le RSB est plus fort. La distribution du RSB détermine la probabilité d'avoir une convergence qui aboutit à une estimation correcte du paquet. La contribution des mauvaises réalisations du canal dans la probabilité d'erreur est la plus importante parce qu'elles convergent dans un domaine ( $I_e < 0.70$ ) où la probabilité d'erreur est grande. On remarque que dans ce domaine le TEP est insensible à la différence, mais ce n'est pas le cas pour le TEB ce qui explique la différence entre ces deux mesures de performance. En conclusion, l'effet de la variation du RSB est prépondérant par rapport à la différence de performance entre les deux types d'égaliseurs.

## 4.2 Cas de transmissions multiples

Pour  $F$  transmissions, le RSB totale noté  $\rho_F$  est la somme des RSB individuels :  $\rho_F = \sum_{f=1}^F \rho_f$ . La distribution de  $\rho_F$  est aussi une distribution de Gamma donné par l'équation (3), mais avec un paramètre de forme  $m = FL/2$ . Ainsi, on obtient un gain de diversité d'un facteur  $F$ . La figure 5 montre le gain obtenu pour  $F = 2, 3$  qui se traduit par un gain de 8 dB et 12 dB, respectivement, pour  $TEP = 10^{-3}$ .

L'égaliseur MMSE conjoint calcule à chaque itération les coefficients des filtres par l'intermédiaire d'une inversion d'une matrice de taille  $F \times J$  qui augmente avec le nombre de retransmissions. Bien qu'il existe des méthodes de calcul itératif pour réduire la complexité, une autre approche parallèle, sous optimale mais plus simple, consiste à faire une égalisation disjointe avec plusieurs égaliseurs en parallèle où chaque paquet est égalisé séparément. C'est la somme des LLR (Log-Likelihood Ratio) issues des  $F$  égaliseurs qui est fournie au décodeur de canal. La figure 5 montre les performances des deux méthodes. On remarque qu'à la première itération, une différence claire entre les performances des deux méthodes existe, mais cette différence disparaît au cours des itérations suivantes.

FIG. 5 – Comparaison de performances entre un schéma TE-MMSE conjoint (courbes en continu), et un schéma disjoint parallèle (courbes en pointillé) pour  $F$  transmissions ( $F = 1, 2, 3$ ).

## 5 Conclusion

Sur les canaux sélectifs en fréquence à évanouissements par bloc, l'effet des évanouissements sur la probabilité d'erreur est prépondérant par rapport à la différence de performance entre les deux turbo-égaliseurs MMSE et MAP. Un turbo-égaliseur MMSE simple à base de filtres linéaires permet d'obtenir les performances d'un turbo-égaliseur MAP. Ainsi, dans le cadre d'un protocole HARQ à répétition, un turbo-égaliseur MMSE parallèle disjoint donne, après convergence, les mêmes performances d'un turbo-égaliseur MMSE conjoint.

## Références

- [1] S. Lin, D. Costello, and M. Miller, "Automatic-repeat-request error-control schemes," *IEEE Communications Magazine*, vol. 22, pp. 5-17, Dec. 1984.
- [2] C. Douillard, A. Picart, P. Didier, M. Jézéquel, C. Berrou, and A. Glavieux, "Iterative correction of intersymbol interference : turbo-equalization," *European Trans. Telecommunications.*, vol. 6, pp. 507-512, Oct. 1995.
- [3] J. Cheng, "Coding performance of hybrid ARQ schemes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 54, pp. 1017-1029, June 2006. pp. 517-524.
- [4] H. Samra and Z. Ding, "A hybrid ARQ protocol using integrated channel equalization," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 53, pp. 1996-2001, Dec. 2005.
- [5] N. Sellami, I. Fijalkow, M. Siala, "Low complexity iterative receiver for space-time coded signals over frequency selective channels" *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, vol. 5, pp. 517-524 - 2002.
- [6] X. Wautelet, A. Dejonghe, and L. Vandendorpe, "MMSE-based fractional turbo receiver for space-time BICM over frequency-selective MIMO fading channels" *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 52, pp. 1804-1809, June 2004.