

Analyse de la caractéristique de deux détecteurs de phase classique et hiérarchique pour les modulations QAM

Adel METREF, Daniel LE GUENNEC, Jacques PALICOT

IE'TR/Supélec - Campus de Rennes
Avenue de la Boulaie, CS 47601, F-35576 Cesson-Sévigné cedex, France
adel.metref, daniel.leguennec, jacques.palicot@supelec.fr

Résumé – Dans cet article, nous présentons un détecteur de phase optimisé par l'utilisation du concept de décision hiérarchique dans le but d'améliorer les performances en mode d'acquisition d'une boucle de récupération de phase. Les résultats théoriques obtenus et validés par simulation pour une Modulation d'Amplitude en Quadrature (16-QAM) et pour un rapport signal sur bruit égale à 5 dB révèlent un gain d'environ 5° de la sensibilité du détecteur aux erreurs de phase. L'analyse théorique exhaustive d'un détecteur de phase classique est aussi effectuée, détecteur choisi dans cette étude pour ses propriétés attractives vis à vis des modulations QAM. Le détecteur de phase considéré, adapté particulièrement aux modulations QAM à grande efficacité spectrale est intégré dans une structure bouclée pilotée par décision (DDMLFB) en présence de Bruit Blanc Additif Gaussien (BBGA).

Abstract – In this paper, an optimized carrier recovery phase-error detector, based on hierarchical constellation approach is proposed to improve the loop acquisition performance. Theoretical and simulation results for Quadrature Amplitude Modulation (16-QAM) signals and for a 5 dB signal-to-noise ratio per bit, show that a phase-error sensitivity gain of about 5 deg is obtained. Furthermore, this paper describes the theoretical and simulation investigation of a classical carrier recovery phase-error detector, selected in this study for being the most attractive for QAM constellations. This phase-error detector is used in a Decision-Directed FeedBack (DDFB) mode faced with Additive White Gaussian Noise (AWGN), typically employed for bandwidth-efficient QAM systems.

1 Introduction

La synchronisation est une fonction fondamentale et souvent déterminante pour la qualité du service des systèmes de télécommunications, plus particulièrement la synchronisation s'avère critique pour les applications utilisant des transmissions par paquets où des variations rapides de l'erreur de phase peuvent limiter les capacités d'accrochage des techniques de synchronisation classiques. Dans les dispositifs bouclés de récupération de phase, le détecteur de phase représente un élément d'une importance cruciale, les performances du système de synchronisation en mode d'acquisition en sont directement liées. Un détecteur de phase est caractérisé par la largeur de la plage linéaire de sa caractéristique (appelé aussi courbe en S) ainsi que la valeur de son gain. La taille de la plage linéaire¹ détermine la sensibilité du système de synchronisation aux erreurs de phase, sensibilité qui est d'autant plus importante que l'ordre de la constellation utilisée est élevé [1]. Elle détermine aussi la capacité d'accrochage en présence d'un écart résiduel de fréquence et la résistance de la synchronisation aux sauts de cycles. Le gain du détecteur quant à lui, conditionne essentiellement la vitesse d'acquisition.

De nombreux travaux récents ont été menés dans le but d'améliorer les performances des détecteurs de phase. Parmi ceux-ci, nous citons les approches qui utilisent une

information de décodage canal afin d'améliorer les décisions utilisées par le détecteur de phase [2]. Ces méthodes sont performantes notamment à faible rapport signal à bruit lorsque l'erreur de phase est constante. Cependant, ces approches requièrent une étape d'initialisation en utilisant une séquence de données relativement longue qui peut s'avérer très problématique lorsque la phase varie dans le temps à cause d'un résidu de fréquence ou un bruit de phase. Dans un autre contexte [3], le détecteur de phase a été optimisé pour les modulations QAM par l'utilisation de régions de décision modifiées. Toutefois, les performances de cette approche sont très limitées à faible rapport signal à bruit car les frontières du schéma de décision modifié dépendent de la puissance du bruit additif. Le but de ce travail est de présenter un détecteur de phase optimisé par l'utilisation d'un schéma de décision hiérarchique. Cette approche nous a permis d'étendre la largeur de la plage linéaire de la caractéristique du détecteur de phase pour des modulations 16-QAM et pour des rapports signal à bruit relativement faibles.

L'analyse théorique adoptée dans cet article est essentiellement basée sur [4] et [5]. La section 2 présente le système de récupération de phase considéré, dans la section 3, les expressions à la fois de la caractéristique du détecteur de phase classique (valable pour n'importe quel ordre de modulation QAM carrée) et du détecteur de phase optimisé (pour une 16-QAM) ont été élaborées et validées par simulation. Le détecteur de phase optimisé que nous avons appelé "hiérarchique" est décrit et comparé avec le détecteur de phase classique dans la section 4. La section 5

¹Dans cet article, quand nous mentionnons "plage linéaire" nous faisons référence à la partie linéaire autour de l'origine de la courbe en S.

conclut l'étude.

2 Présentation du modèle

Sous l'hypothèse d'une parfaite synchronisation du rythme symbole et de la fréquence porteuse, et en négligeant les effets dus aux distortions linéaires et non linéaires ainsi que l'interférence entre symboles (IES), le signal reçu et échantillonné à la sortie du filtre adapté peut se mettre sous la forme :

$$r_k = d_k e^{j\theta} + n_k \quad (1)$$

où d_k représente le symbole transmis à l'instant kT , T est la durée du symbole et θ la phase inconnue de la porteuse, n_k est un bruit blanc, gaussien, centré et circulaire de variance σ^2 .

Le système de récupération de phase considéré est une structure bouclée pilotée par décision, dérivant d'une estimation à maximum de vraisemblance (DDMLFB pour Decision-Directed Maximum-Likelihood FeedBack) comme illustré sur la figure 1. Ce système de synchronisation uti-

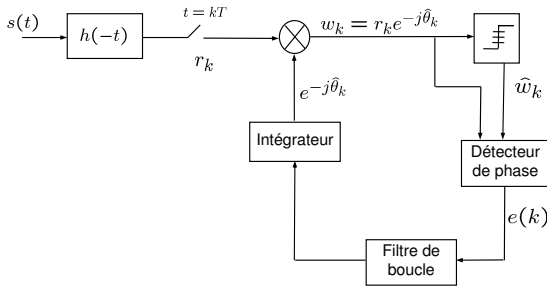


FIG. 1 – Structure DDMLFB de récupération de phase

lise un détecteur de phase défini par :

$$e(k) = \text{Im}(\hat{d}_k^* r_k e^{-j\hat{\theta}}) \quad (2)$$

où \hat{d}_k et $\hat{\theta}$ sont respectivement le symbole et la phase de la porteuse estimés.

Le détecteur de phase fournit une information représentative de l'erreur de phase $\varphi = \theta - \hat{\theta}$ qui est filtrée, puis intégrée afin de générer la correction de phase $\hat{\theta}$ à apporter aux échantillons reçus[6].

L'utilisation d'un filtre du premier ordre suivi d'un intégrateur produit une boucle du second ordre capable de compenser les écarts de fréquence relativement faibles [7].

3 Analyse de la caractéristique (courbe en S) du détecteur de phase

Le détecteur de phase est un élément crucial dans les structures bouclées de récupération de phase. Les performances de la boucle en mode d'acquisition sont directement liées aux propriétés du détecteur de phase.

Plusieurs types de détecteur de phase ont été proposés dans la littérature [8, 4, 5, 9]. Dans [5] Leclert et Vendamme résument l'analyse de six détecteurs de phase différents.

La caractéristique $e(\varphi)$ d'un détecteur de phase est définie comme la moyenne statistique sur d_k et n_k calculée à sa sortie [5] :

$$e(\varphi) = E_{d_k, n_k}[e(k)/\varphi] \quad (3)$$

Une étude exhaustive par simulation menée dans [1] récapitule les propriétés des six détecteurs de phase présentés dans [5] dans le cas des modulations 64 et 256-QAM. Cette étude a révélé que le détecteur défini par l'expression qui suit possède les meilleures propriétés.

$$e(k) = \text{Im}[csgn(w(k))(\hat{w}(k) - w(k))^*] \quad (4)$$

où

$$w(k) = r_k e^{-j\hat{\theta}} \quad (5)$$

et $\hat{w}(k)$ est la sortie de l'organe de décision. $csgn(\cdot)$ est la fonction signe complexe définie par $csgn(x) = sgn(\text{Re}(x)) + jsign(\text{Im}(x))$.

Nous avons vérifié que ce résultat reste vrai pour les modulations 16-QAM.

Le signal d'erreur à la sortie du détecteur de phase (4) peut se mettre sous la forme

$$e(k) = sgn(w_Q(k))(\hat{w}_I(k) - w_I(k)) - sgn(w_I(k))(\hat{w}_Q(k) - w_Q(k)) \quad (6)$$

où

$$\begin{aligned} w(k) &= w_I(k) + jw_Q(k) \\ \hat{w}(k) &= \hat{w}_I(k) + j\hat{w}_Q(k) \end{aligned} \quad (7)$$

L'expression (3) peut être réécrite en séparant les deux termes de la moyenne

$$e(\varphi) = E_{d_k}[E_n[e(k)|d_k]|\varphi] \quad (8)$$

à partir de (1), (5) et (7)

$$\begin{aligned} w_I &= a_k \cos(\varphi) - b_k \sin(\varphi) + n_c(k) \\ w_Q &= a_k \sin(\varphi) + b_k \cos(\varphi) + n_s(k) \end{aligned}$$

où a_k et b_k sont les parties réelle et imaginaire des symboles N^2 -QAM transmis, dont les valeurs appartiennent à l'ensemble $\{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(N-1)\}$ et

$$\begin{aligned} n_c(k) &= n_I(k) \cos(\hat{\theta}) + n_Q(k) \sin(\hat{\theta}) \\ n_s(k) &= n_Q(k) \cos(\hat{\theta}) - n_I(k) \sin(\hat{\theta}) \end{aligned}$$

Sous l'hypothèse

$$B_L \ll \frac{1}{T} \ll B_{IF} \quad (9)$$

où B_L est la bande équivalente de bruit de la boucle et B_{IF} est la bande passante à -3 dB du filtre de réception, nous obtenons²

$$\begin{aligned} E_n[e(k)|d_k] &= E_n[sgn(w_Q)|d_k]E_n[(\hat{w}_I - w_I)|d_k] \\ &\quad - E_n[sgn(w_I)|d_k]E_n[(\hat{w}_Q - w_Q)|d_k] \end{aligned} \quad (10)$$

Dans l'hypothèse 9, l'inégalité de droite traduit le fait de considérer le bruit additif ($n_c(k)$ ou $n_s(k)$) comme blanc dans la bande du signal et l'inégalité de gauche traduit la décorrélation du processus de l'erreur de phase $\varphi(k)$ avec

²Pour alléger l'écriture, $w(k)$ et $\hat{w}(k)$ sont notés w et \hat{w} dans la suite et le conditionnel par rapport à φ est omis.

le signal et le bruit additif.
ainsi³

$$E_{n_c}[sgn(w_I)|d_k] = 1 - 2Q((a_k \cos(\varphi) - b_k \sin(\varphi))\Delta) \quad (11)$$

où $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$, $\Delta = \frac{\sqrt{2}}{\sigma}$
et

$$E_{n_c}[w_I|d_k] = a_k \cos(\varphi) - b_k \sin(\varphi) \quad (12)$$

Le terme $E_{n_c}[\hat{w}_I|d_k]$ est calculé par rapport aux régions de décision classiques des constellations $N^2 - QAM$, il est donné par

$$E_{n_c}[\hat{w}_I|d_k] = 2 T_{a_k, b_k}(\varphi) \quad (13)$$

où

$$T_{a_k, b_k}(\varphi) = \sum_l Q((l - a_k \cos(\varphi) + b_k \sin(\varphi))\Delta) \quad (14)$$

$$l = 0, \pm 2, \pm 4, \dots, \pm(N - 2)$$

En combinant (11),(12) et (13), nous obtenons

$$\begin{aligned} E_n[sgn(w_Q)(\hat{w}_I - w_I)|d_k] \\ = [1 - 2Q((a_k \sin(\varphi) + b_k \cos(\varphi))\Delta)] \\ \cdot [2T_{a_k, b_k}(\varphi) - a_k \cos(\varphi) + b_k \sin(\varphi)] \quad (15) \end{aligned}$$

En remplaçant a_k et b_k par $-b_k$ et a_k dans (11), et par b_k et $-a_k$ dans (12) et (13) pour évaluer le second terme de (10), et en calculant la moyenne par rapport à d_k , $e(\varphi)$ s'exprime alors pour les modulation $N^2 - QAM$ (N pair) par

$$\begin{aligned} e(\varphi) = \frac{1}{N^2} \sum_{a_k, b_k} \left\{ [1 - 2Q((a_k \sin(\varphi) + b_k \cos(\varphi))\Delta)] \right. \\ \cdot [2T_{a_k, b_k}(\varphi) - a_k \cos(\varphi) + b_k \sin(\varphi)] \\ - [1 - 2Q((a_k \cos(\varphi) - b_k \sin(\varphi))\Delta)] \\ \cdot [2T_{b_k, -a_k}(\varphi) - a_k \sin(\varphi) - b_k \cos(\varphi)] \left. \right\}, \\ a_k, b_k = \pm 1, \pm 3, \dots, \pm(N - 1). \quad (16) \end{aligned}$$

La figure 2 montre le tracé de $e(\varphi)$ normalisée par rapport à $e'(0)$ en fonction de φ ($\varphi \in [0, \frac{\pi}{4}]$, $e(\varphi)$ est impaire et périodique de période $\frac{\pi}{2}$) pour différentes valeurs de E_b/N_0 et dans le cas particulier des signaux 16-QAM.

Il apparaît globalement que le bruit affecte la caractéristique d'un détecteur en en réduisant la largeur de la plage linéaire à l'origine. La figure montre aussi que les courbes théoriques coïncident avec celles obtenues par simulation, ce qui confirme la validité de notre analyse théorique.

4 Le détecteur de phase hiérarchique

Sans bruit, la largeur de la plage linéaire peut être définie comme la plus petite erreur de phase (égale à 16.9° pour une constellation 16-QAM) pour laquelle les symboles ayant le module le plus grand dans la constellation

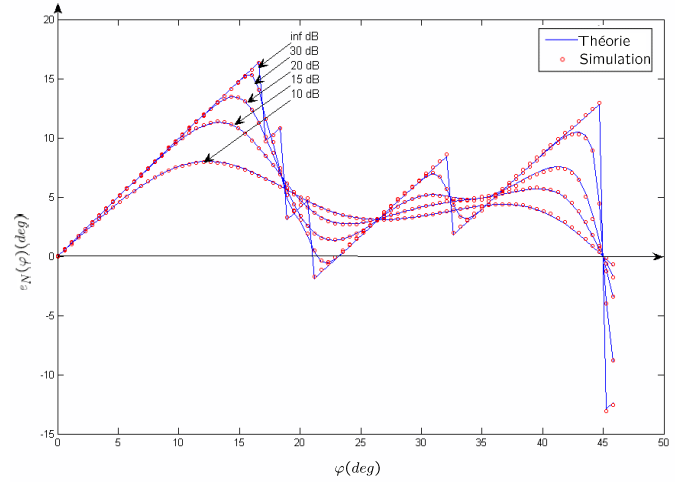


FIG. 2 – Caractéristique normalisée du détecteur de phase pour une constellation 16-QAM

(ceux qui se trouvent sur le cercle extérieur de la constellation) changent de région de décision. Ainsi, lorsque l'erreur de phase devient supérieure à la limite de la plage linéaire, le détecteur de phase délivre une information qui n'est plus représentative de l'erreur de phase.

Dans le but d'augmenter la taille de la plage linéaire et d'améliorer ainsi la capacité d'accrochage de la boucle notamment en présence d'un écart de fréquence, nous avons changé les règles de décision sur $\hat{w}(k)$ en utilisant la constellation hiérarchique équivalente (cercles noirs pleins sur la Fig. 3 à $(\pm 2a \pm 2aj)$) lorsque $w(k)$ se trouve à l'intérieur des zones hachurées (Fig. 3).

L'expression analytique du nouveau détecteur que nous

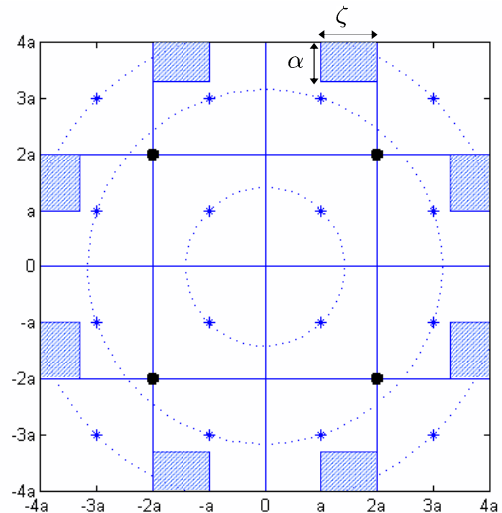


FIG. 3 – Décision hiérarchique dans le cas d'une 16-QAM

appelons "hiérarchique" est calculée en remplaçant les termes $2T_{a_k, b_k}(\varphi)$ et $2T_{b_k, -a_k}(\varphi)$ dans (16) par les expressions de

³Voir l'annexe de [5] pour des détails du calcul.

$E_{n_c}[\hat{w}_I|d_k]$ et $E_{n_s}[\hat{w}_Q|d_k]$ respectivement.

$$\begin{aligned}
E_{n_c}[\hat{w}_I|d_k] = & (1 - \beta_{1Q} - \beta_{2Q} - \beta_{3Q}) \\
& \cdot (Q[(2 - \zeta) - a_k \cos(\varphi) + b_k \sin(\varphi)]\Delta) \\
& - Q[-(2 - \zeta) - a_k \cos(\varphi) + b_k \sin(\varphi)]\Delta] \\
& - 2\beta_{2Q}Q[(4 - \alpha) - a_k \cos(\varphi) + b_k \sin(\varphi)]\Delta \\
& - Q[-(4 - \alpha) - a_k \cos(\varphi) + b_k \sin(\varphi)]\Delta] \\
& + (1 + \beta_{1Q} + \beta_{2Q} + \beta_{3Q}) \\
& \cdot (Q[(2 - a_k \cos(\varphi) + b_k \sin(\varphi)]\Delta) \\
& - Q[-(2 - a_k \cos(\varphi) + b_k \sin(\varphi)]\Delta] \\
& + 2Q[(-a_k \cos(\varphi) + b_k \sin(\varphi)]\Delta]
\end{aligned} \tag{17}$$

où

$$\begin{aligned}
\beta_{1Q} = & Q[-(2 - \zeta) - a_k \sin(\varphi) - b_k \cos(\varphi)]\Delta \\
& - Q[(2 - \zeta) - a_k \sin(\varphi) - b_k \cos(\varphi)]\Delta] \\
\beta_{2Q} = & Q[-(2 - a_k \sin(\varphi) - b_k \cos(\varphi)]\Delta \\
& - Q[(2 - a_k \sin(\varphi) - b_k \cos(\varphi)]\Delta] - \beta_{1Q} \\
\beta_{3Q} = & Q[-(4 - \alpha) - a_k \sin(\varphi) - b_k \cos(\varphi)]\Delta \\
& - Q[(4 - \alpha) - a_k \sin(\varphi) - b_k \cos(\varphi)]\Delta] \\
& + \beta_{1Q} + \beta_{2Q}
\end{aligned} \tag{18}$$

$E_{n_s}[\hat{w}_Q|d_k]$ est calculée en substituant a_k et b_k par b_k et $-a_k$ dans (17), et par $-b_k$ et a_k dans (18). ζ et α sont des paramètres dont les valeurs sont comprises dans l'intervalle $[0,2]$ et dépendent du compromis entre le bruit additif et l'erreur de phase (Fig. 3).

La comparaison entre la caractéristique du détecteur clas-

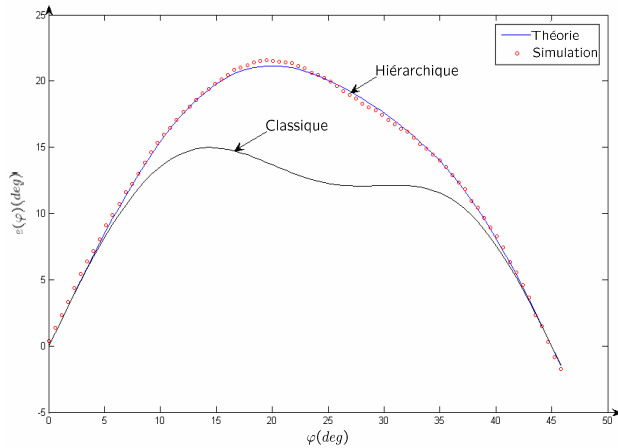


FIG. 4 – Caractéristiques des détecteurs classique et hiérarchique pour $\frac{E_b}{N_0} = 5dB$

sique et hiérarchique est illustrée dans la figure 4 pour $\alpha=0.7$, $\zeta=0.6$, et $\frac{E_b}{N_0} = 5$ dB. Nous constatons une augmentation de la plage linéaire d'environ 5° pour la caractéristique du détecteur hiérarchique. La figure montre aussi que le tracé de l'expression théorique est très proche du résultat obtenu par simulation.

5 Conclusions

Nous avons présenté dans cet article un détecteur de phase optimisé utilisant le concept de décision hiérarchique.

Il a été montré lors de cette étude que le détecteur optimisé présente une large plage linéaire ce qui le rend moins sensible aux erreurs de phase notamment lorsque l'ordre de la modulation est élevé.

Une analyse théorique nous a permis d'aboutir à des expressions analytiques des courbes en S pour les constellations QAM qui peuvent être étendues à d'autres types de constellations.

Références

- [1] D. Mottier "Association des fonctions d'égalisation, de synchronisation et de décodage canal pour les transmissions numériques à grande efficacité spectrale," PhD Thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, Nov 1997.
- [2] C. Morlet, I. Buret, and M-L Boucheret, "Carrier phase estimation suited to Turbo-Code based communication system," EUSIPCO 2000, 5-8 Sep 2000, Tampere, Finland.
- [3] J-F. Héland, and S. Bougeard, "Optimized directed decision frequency synchronization systems in presence of Gaussian noise and oscillator phase noise," EUSIPCO 2002, 3-6 Sep 2002, Toulouse, France.
- [4] M. K. Simon, and J. G. Smith "Carrier synchronization and detection of QASK signal sets," IEEE Trans. Commun., vol. COM-22, pp. 98-106, Feb 1974.
- [5] A. Leclert, and P. Vandamme "Universal carrier recovery loop for QASK and PSK signal sets," IEEE Trans. Commun., vol. COM-31, pp. 130-136, Jan 1983.
- [6] G. Karam, J. Kervarec, H. Sari, and P. Vandamme "All-digital implementation of the carrier recovery loop in digital radio system," ICC 1991, pp. 175-179.
- [7] U. Mengali, and A. N. D'Andrea "Synchronization techniques for Digital Receivers," Plenum Press, Applications of communication theory, 1997.
- [8] W. C. Lindsey, and M. K. Simon "Carrier synchronization and detection of polyphase signals," IEEE Trans. Commun., June 1972.
- [9] H. Sari, and S. Moridi "New phase and frequency detectors for carrier recovery in PSK and QAM systems," IEEE Trans. Commun., vol. COM-36, pp. 1035-1043, Sep 1988.