

Estimateur de la distance source-captteur en Acoustique Sous-Marine

Grégoire LE TOUZÉ¹, Barbara NICOLAS¹, Jérôme MARS¹, Jean-Louis LACOUME¹

¹GIPSA-lab, Département Images Signal
961 rue de la Houille Blanche, St-Martin d'Hères, France
gregoire.letouze@lis.inpg.fr

Résumé – Nous proposons dans cette étude un estimateur de la distance source-captteur et des signes des modes normaux dans une configuration de propagation acoustique par milieux petits fonds. Des outils de caractérisation de cet estimateur en terme de qualité d'estimation sont ensuite développés.

Abstract – A source-distance range and normal mode's sign estimator is proposed with a shallow water acoustic propagation context. Characterisation tools are developed to evaluate estimation quality.

1 Contexte de l'étude et modèle du signal

La localisation de sources passives en milieux petits fonds a donné lieu à de multiples études. Pour ces milieux, modélisés par un guide d'ondes, le signal de pression se décompose en modes normaux [1]. L'extraction des modes est réalisée par un filtrage modale. Les techniques de filtrage utilisées dépendent de la configuration de capture des signaux : intégration des traces pour une antenne verticale, filtrage dans le plan fréquence-nombre d'onde pour une antenne horizontale, filtrage dans le plan temps-fréquence pour un seul capteur. La phase des modes contient de multiples informations dont les signes des fonctions modales (utiles pour l'évaluation de la profondeur de la source) et la distance source-captteur. Son expression théorique pour le mode m et à la fréquence ν suit l'expression :

$$\phi_m(\nu) = 2\pi\nu t_{dec} + \text{sign}(u_m(z_s))\pi + \text{sign}(u_m(z_c))\pi + k_{rm}(\nu)R + \phi_{source}(\nu) \quad (1)$$

où on a :

- $\phi_{source}(\nu)$ la phase du signal source,
- $\text{sign}(u_m(z_s))$ et $\text{sign}(u_m(z_c))$ les signes (de valeur égale à 0 ou 1) des fonctions modales liées respectivement à la profondeur de source z_s et du capteur z_c ,
- R la distance source-captteur,
- $k_{rm}(\nu)$ la composante horizontale du nombre d'onde pour le mode m ,
- $2\pi\nu t_{dec}$ un terme provenant de l'influence d'un décalage entre le temps d'enregistrement et le temps d'explosion de la source.

Pour extraire les paramètres que l'on veut estimer (distance R et différence de signe $\Delta s(z_s) = \text{sign}[u_{m2}(z_s)] - \text{sign}[u_{m1}(z_s)]$), on soustrait deux phases de modes m_1 et

m_2 :

$$\Delta\phi_o(\nu) = \phi_{m1}(\nu) - \phi_{m2}(\nu) = \Delta k_r(\nu)R + \Delta s(z_s)\pi + \Delta s(z_c)\pi \quad (2)$$

Nous considérons la configuration constituée d'un capteur posé sur le fond et de deux modes consécutifs. Ceci implique $\Delta s(z_c)\pi = \pi$. Ce choix, souvent rencontré en pratique, est réalisé dans un souci de simplicité mais ne constitue pas une limitation de la méthode. Dans le cas inverse, on a $\Delta s(z_c)\pi = 0$ et il suffit dans le reste de l'étude de soustraire la constante π qui provient de cette valeur. Par ailleurs, les paramètres du guide étant connus (vitesses, densités, profondeur), la différence des nombres d'onde $\Delta k_r(\nu)$ est, elle aussi, connue. Dans la pratique, on accède à cette phase dans le domaine de Fourier et sa connaissance est modulo 2π .

2 Méthodes existantes

Des méthodes exploitant la phase des modes pour déterminer la localisation ont été proposées. Shang *et al.* [2] détermine directement la distance source-captteur *via* la connaissance de la phase d'un signal monochromatique par une exploitation de la différence de phase entre deux modes. L'aspect modulo 2π de cette différence fait apparaître des ambiguïtés sur l'estimation. Cette méthode s'avère extrêmement sensible à la connaissance de la phase et du modèle de guide qu'elle prend en compte. Sur les données réelles que nous possédons (Mer du Nord), quelle que soit la fréquence choisie, elle ne permet pas d'accéder à une estimation, même de mauvaise qualité, de la distance.

Une autre méthode [3] utilise une source large bande et une technique de formation de voies sur ces modes. Elle nécessite un nombre important de modes et n'utilise pas la soustraction des phases de modes pour éviter les phases parasites (phase de la source, décalage...).

3 Loi de probabilité du bruit

On part de l'hypothèse d'un bruit blanc additif gaussien suivant une loi normale centrée $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ indépendant sur chacun des modes et chacune des réalisations. On a :

$$s(t) = m(t) + b(t) \quad (3)$$

où $s(t)$ est le signal modale réel, $m(t)$ le mode m et $b(t)$ représente le bruit additif. On extrait la phase des modes dans le domaine de Fourier. Dans ce domaine $S(\nu) = M(\nu) + B(\nu)$. La loi d'un bruit blanc possède les propriétés suivantes :

- Elle peut s'écrire $B(\nu) = B_r(\nu) + B_i(\nu)$ où B_r et B_i sont respectivement les partie réel et imaginaire du bruit.
- B_r et B_i sont indépendantes et suivent des lois normales centrées de variance $\sigma^2/2$.
- On conséquence $|B(\nu)|$ suit une loi de Rayleigh et la phase $\phi_B(\nu)$ suit une loi uniforme sur $[-\pi; +\pi]$.

On cherche à évaluer l'influence du bruit sur la phase des signaux. On peut écrire :

$$\begin{aligned} S(\nu) &= |M(\nu)|e^{j\phi_m(\nu)} + |B(\nu)|e^{j\phi_B(\nu)} \\ &= (|M(\nu)| + |B(\nu)|e^{j\phi_c(\nu)})e^{j\phi_m(\nu)} \\ &= |L(\nu)|e^{j(\phi_\beta(\nu) + \phi_m(\nu))} \end{aligned} \quad (4)$$

Avec $\phi_c(\nu) = (\phi_b(\nu) - \phi_m(\nu))_{2\pi}$ où l'indice désigne modulo 2π . ϕ_c suit donc une loi uniforme sur $[-\pi; +\pi]$. On cherche la loi de ϕ_β . Cette loi peut être exprimée par l'équation 12 [4] avec $erfc = \frac{2}{\pi} \int_x^\infty e^{-t^2} dt$.

On remarque que cette dsp est directement liée au RSB $|M|^2/\sigma^2$. Son allure est présentée sur la figure 1 pour différentes valeurs de RSB.

En tenant compte du bruit, la différence de phase mesurée (équation 2) devient :

$$\begin{aligned} \Delta\phi_o(\nu) &= (R\Delta k_r(\nu) + \Delta s(z_s)\pi + \pi + \phi_{\beta 1}(\nu) - \phi_{\beta 2}(\nu))_{2\pi} \\ &= (R\Delta k_r(\nu) + \Delta s(z_s)\pi + \Delta\phi_\beta(\nu) + \pi)_{2\pi} \end{aligned} \quad (6)$$

Les phases de bruit sont indépendantes par hypothèse et nous avons donc :

$$f_{\Delta\phi_\beta}(x) = (f_{\phi_\beta} * f_{-\phi_\beta})(x) = \int_{-\pi}^{\pi} f_{\phi_\beta}(u)f_{-\phi_\beta}(x-u)du \quad (7)$$

On peut noter que cette densité de probabilité est centrée.

4 Choix de l'estimateur

On souhaite estimer la distance R et la différence de signe Δs . Le bruit doit être pris en compte pour caractériser l'estimateur. Deux limitations apparaissent :

- la loi de probabilité du bruit additif $\Delta\phi_\beta(\nu)$ (équation 7) ne peut pas s'exprimer de manière analytique ;
- la nature de la phase (modulo 2π) entraîne une ambiguïté sur les valeurs du signal. Ce dernier point est particulièrement problématique dans le cas de signaux harmoniques tels que ceux utiliser dans [2]. En effet, si l'on se base sur une unique fréquence, la connaissance de R sera elle

même ambiguë. C'est pourquoi, on veut ici exploiter l'aspect large bande des signaux modaux.

Compte tenu des limitations exposées ci-dessus, un estimateur classique et facilement implémentable a été choisi : l'estimateur des moindres carrés. L'estimateur "signe-distance" a pour expression :

$$\{\hat{R}, \hat{\Delta s}\} = \arg \max_{R, \Delta s \in \{0,1\}} \sum_i |(\Delta\phi_o(i) - R\Delta k_r(i) - \Delta s\pi - \pi)_{2\pi}|^2 \quad (8)$$

où i désigne la fréquence discrétisée. Si le signal est harmonique l'estimateur se réduit à une seule fonction d'estimation (la somme ne contient qu'un seul élément), l'estimateur de distance passe par plusieurs *minima* du fait de l'ambiguïté de la phase. Pour éviter ce problème, notre méthode exploite l'aspect large bande, l'ambiguïté est réduite car les *minima* ambigus changent avec la fréquence. Le tracé de la fonction d'estimation sur des données réelles est présenté figure 1.

5 Performance de l'estimateur

Nous cherchons maintenant à évaluer les performances de l'estimateur. Étant donné les limitations exposées ci-dessus, il n'est pas possible d'exprimer analytiquement la variance de l'estimateur ou sa borne de Cramer-Rao. Dans la pratique, on prendra pour l'estimation de R un nombre fini de valeurs $\{R_p\}$, $\{p = 1, \dots, N-1\}$.

Pour évaluer la probabilité d'erreur P_e de l'estimateur, on suppose que les valeurs réelles sont $\{R_0, \Delta s_0\}$. On définit $P_e(\hat{R} = R_n, \hat{\Delta s} = \Delta s_m | R_0, \Delta s_0)$, $\{n, m\} \in \mathcal{D}_f$ tel que $\mathcal{D}_{f1} = \{p = 0, 1, \dots, N-1; q = 0, 1\} - \{p = 0, q = 0\}$, la probabilité que les valeurs estimées soient $\{R_n, \Delta s_m\}$ alors que les valeurs réelles sont $\{R_0, \Delta s_0\}$ en testant l'unique hypothèse ($p = n; q = m$). On connaît par définition les bornes de P_e décrite par l'équation 9 avec $P_e(\hat{R} = R_n, \hat{\Delta s} = \Delta s_m | R_0, \Delta s_0)$ qui suit l'équation 10.

Pour le calcul de l'équation 10, on détermine en premier lieu à partir de l'équation 7 la densité de probabilité de $\sum_i |((R_n - R_0)\Delta k_r(i) + \Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2 - \sum_i |(\Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2$. Les réalisations du bruit étant indépendantes avec la fréquence, cette dsp est exprimée par l'équation 11 et on détermine par suite $P_e(\hat{R} = R_n, \hat{\Delta s} = \Delta s_m | R_0, \Delta s_0)$ décrite par l'équation 12. Ce dernier calcul permet à l'aide de l'équation 9 d'établir le domaine de la probabilité d'erreur.

6 Résultats

Nous avons réalisé les calculs pour la configuration de données réelles (Mer du Nord) que nous possédons. Nous cherchons à déterminer le domaine de la probabilité d'erreur P_e à partir des équations 5 et 9.

La figure 2 (gauche) donne le calcul des bornes inférieur et supérieur de la probabilité d'erreur dans le cas $R_0 = 5000m$ et $RSB = 0dB$ en fonction du pas de recherche $\Delta R = R_{n+1} - R_n$ entre les R_n . On constate que la borne supérieur de cette mesure n'est pas satisfaisante pour les faible valeur de ΔR . Les *Maxima* locaux de la courbes

$$f_{\phi_\beta}(y) = \int_0^{+\infty} \frac{u}{\pi\sigma} \exp[-(u^2 - 2u|M|\cos(y) + |M|^2)/\sigma^2] du = \frac{1}{2\pi} e^{-|M|^2/\sigma^2} + \frac{|M|\cos(y)}{\sigma\sqrt{(\pi)}} e^{-|M|^2 \sin^2(y)/\sigma^2} \operatorname{erfc}(-(|M|/\sigma)\cos(y)) \quad (5)$$

$$\max_{\{n,m\} \in \mathcal{D}_f} P_e(\hat{R} = R_n, \hat{\Delta}s = \Delta s_m | R_0, \Delta s_0) \leq P_e \leq \sum_{\forall \{n,m\} \in \mathcal{D}_f} P_e(\hat{R} = R_n, \hat{\Delta}s = \Delta s_m | R_0, \Delta s_0) \quad (9)$$

$$P_e(\hat{R} = R_n, \hat{\Delta}s = \Delta s_m | R_0, \Delta s_0) = Pr\{\sum_i |((R_n - R_0)\Delta k_r(i) + (\Delta s_n - \Delta s_o)\pi + \Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2 < \sum_i |(\Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2\} \quad (10)$$

$$= Pr\{\sum_i |((R_n - R_0)\Delta k_r(i) + (\Delta s_n - \Delta s_o)\pi + \Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2 - \sum_i |(\Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2 < 0\}$$

$$f_{\sum_i |((R_n - R_0)\Delta k_r(i) + (\Delta s_n - \Delta s_o)\pi + \Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2 - \sum_i |(\Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2} = f_{|((R_n - R_0)\Delta k_r(1) + (\Delta s_n - \Delta s_o)\pi + \Delta\phi_\beta(1))_{2\pi}|^2 - |(\Delta\phi_\beta(1))_{2\pi}|^2} \quad (11)$$

$$\dots * f_{|((R_n - R_0)\Delta k_r(i_{max}) + (\Delta s_n - \Delta s_o)\pi + \Delta\phi_\beta(i_{max}))_{2\pi}|^2 - |(\Delta\phi_\beta(i_{max}))_{2\pi}|^2}$$

$$P_e(\hat{R} = R_n, \hat{\Delta}s = \Delta s_m | R_0, \Delta s_0) = \int_{-\infty}^0 f_{\sum_i |((R_n - R_0)\Delta k_r(i) + (\Delta s_n - \Delta s_o)\pi + \Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2 - \sum_i |(\Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2}(x) dx \quad (12)$$

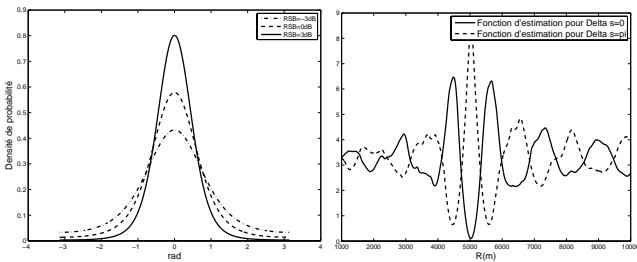


FIG. 1 – $f_{\phi_\beta}(x)$ en fonction du RSB (gauche) et fonction d'estimation signe-distance en fonction de la distance (pas $\Delta R = R_{n+1} - R_n = 15m$) sur des données réelles (Mer du Nord). Le *minimum* est atteint pour le couple de valeurs $\{\hat{R} = 5030m, \hat{\Delta}s = 0\}$. Les valeurs réelles sont $\{R_0 = 5000m, \Delta s_0 = 0\}$ (droite).

correspondent aux pics d'ambiguïté de la courbe d'estimation : pour certaines valeurs d'erreur $R_n - R_0$, on trouve les valeurs de $\Delta k_{rm}(R_n - R_0)$ proche de 2π ou $\Delta s_m \pi$.

La figure 2 (droite) représente la variation des limites basses et hautes de P_e en fonction du niveau de RSB pour $R_0 = 5000m$ un pas de recherche $\Delta R = 50m$ (soit 1% d'erreur). On observe logiquement une diminution de la probabilité d'erreur avec l'augmentation du RSB.

La figure 3 représente la variation des limites basses et hautes de P_e dans la même configuration mais en fonction du nombre de fréquences choisies pour $\Delta R = 50m$ (gauche) et $\Delta R = 560m$ (droite), ce qui correspond au pic d'ambiguïté. Dans les deux cas, on observe une diminution de la probabilité d'erreur avec la prise en compte d'un plus grand nombre de fréquences. C'est particulièrement vrai pour $\Delta R = 560m$, la prise en compte d'un grand nombre de fréquences améliore l'estimation en générale et particulièrement pour les pics d'ambiguïté.

Pour connaître avec précision la probabilité d'erreur, il faut être capable de calculer les probabilité exacte que les estimés soient $(R_n; \Delta s_m)$ en testant toutes les hypothèses, c'est-à-dire de connaître la valeur de :

$$Pr(\{\hat{R}, \hat{\Delta}s\} = \{R_n, \Delta s_m\} | \{\hat{R}, \hat{\Delta}s\} \neq_{\forall \{i,j\}} \{R_i, \Delta s_i\}) \quad (13)$$

avec $i, j \in \mathcal{D}_{f2}$ tel que $\mathcal{D}_{f2} = \{i = 0, 1, \dots, N - 1; j = 0, 1\} - \{i = n, j = m\}$. La Probabilité d'erreur est la somme sur \mathcal{D}_{f1} de l'équation 13. La sommation sur les fréquences entraîne un nombre de combinaison très important pour déterminer la valeur de l'équation 13. Ce calcul n'est pas réalisable.

Pour contourner ce problème, on effectue une évaluation de la probabilité d'erreur en se basant sur des simulations. Notre démarche est la suivante :

- On part de simulations réalisant parfaitement le signal de pression voulu (suivant le modèle parfait ou de Pekeris) pour une distance $R = R_0$ et dans la configuration des données Mer du Nord. On prend un grand nombre de simulations pour que la mesure soit statistiquement valable.
- On y ajoute un Bruit Blanc Gaussien au niveau de RSB désiré indépendant pour chaque simulation.
- On effectue les estimations $(\hat{R}, \hat{\Delta}s)$ dans chaque cas.
- Pour valider le jeu de simulation, on teste la pertinence des simulations. Pour cela, on vérifie que la *dsp* observé à partir de ces simulation de $\sum_i |((R_n - R_0)\Delta k_r(i) + \Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2 - \sum_i |(\Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2$ soit proche de celle calculée à partir de l'équation 11 pour plusieurs valeur de R_n grâce à un critère de moindres carrées entre ces *dsp*.

On obtient ainsi la répartition des $\hat{R}, \hat{\Delta}s$ et on accède à

une évaluation des valeurs de probabilité d'erreur en fonction de l'importance de cette erreur ($R_0 - \hat{R}$ et $\Delta s_0 - \hat{\Delta s}$). La figure 4 illustre les dsp théoriques et obtenues avec un jeu de 100 000 simulations. La figure 5 représente la répartition des \hat{R} pour un pas $\Delta R = 10m$.

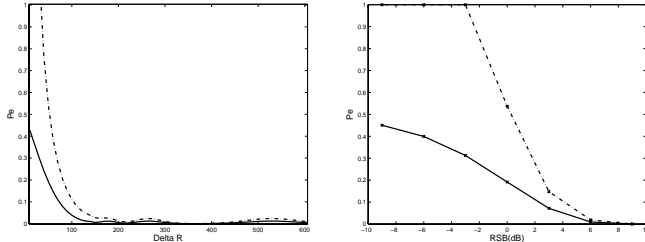


FIG. 2 – Limite basse (continu) et haute (haché) de P_e répondant à l'équation 5 dans la configuration des donnée Mer du Nord pour $R_0 = 5000m$. En fonction du pas de recherche ΔR avec $RSB = 0dB$ (gauche) et en fonction du RSB avec $\Delta R = 50m$ (droite).

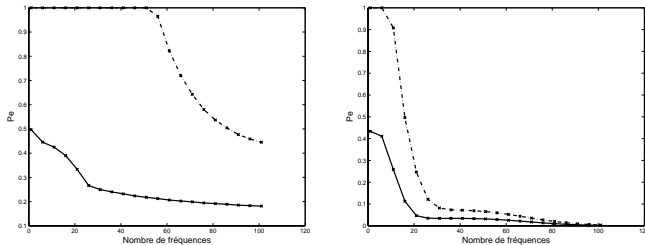


FIG. 3 – Limite basse (continu) et haute (haché) de P_e répondant à l'équation 5 dans la configuration des donnée Mer du Nord pour $R_0 = 5000m$ en fonction du nombre de fréquence pour $\Delta R = 50m$ (gauche) et $\Delta R = 560m$ (droite). $RSB = 0dB$

7 Conclusion

Nous avons proposé un estimateur de la distance source-capteur et de la différence de signe des modes dans le cas d'une propagation acoustique par milieux petits fonds. La connaissance des signes permet d'améliorer l'estimation de la profondeur de source déjà réalisées dans pour le même type de configuration [5, 6]. Nous avons développé des méthodes de caractérisation analytiques et à l'aide de simulations pour cet estimateur en terme de qualité d'estimation (probabilité d'erreur) en fonction du RSB , de la largeur de bande des signaux et du pas de calcul dans la recherche de la distance.

Références

- [1] L. Tolstoy and C.S. Clay, *Ocean Acoustics : Theory and Experiment in Underwater Sound*, American Institute of Physics, 1987.
- [2] E.C. Shang C.S. Clay and Y.Y. Wang, "Passive harmonic source ranging in waguides by using mode filter," *J.Acoust.Soc.Am*, vol. 78(1), pp. 172–175 1985.

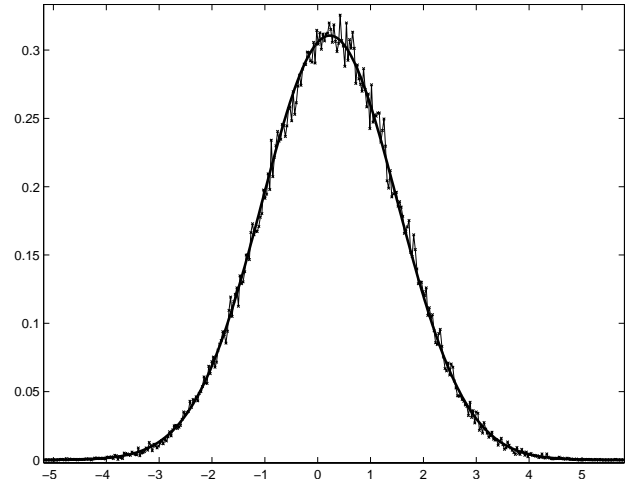


FIG. 4 – dsp théorique et à partir d'un jeu de 100 000 simulations de $\sum_i |((R_n - R_0)\Delta k_r(i) + \Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2 - \sum_i |(\Delta\phi_\beta(i))_{2\pi}|^2$ avec $R_n = 10m$ et $R_0 = 5000m$

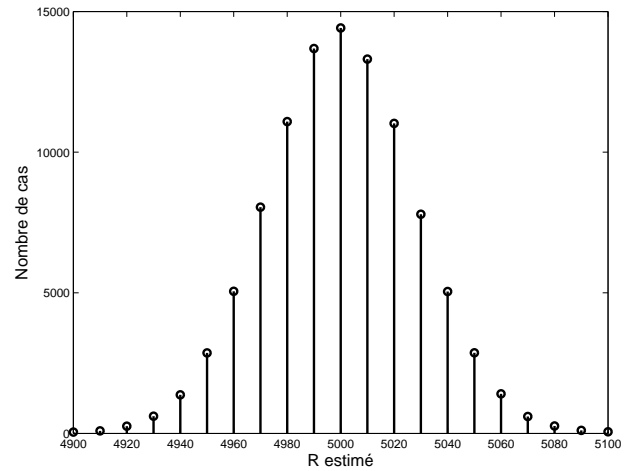


FIG. 5 – Répartition des estimations \hat{R} sur le jeu de 100 000 simulations. $\Delta R = 10m$

- [3] T.C. Yang, "A method of range and depth estimation by modal decomposition," *J.Acoust.Soc.Am*, vol. 82(5), pp. 1736–1745 1987.
- [4] H. Leib and S. Pasupathy, "The phase of a vector perturbed by Gaussian Noise and differentially coherent receivers," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 34(6), pp. 1491–1501 1988.
- [5] G. Le Touzé B. Nicolas J. Mars and J-L. Lacoume "Source depth estimation using modal decomposition and Time-Frequency Representations," in *OCEANS 2005*, Brest, France, 2005.
- [6] B. Nicolas J. Mars and J-L. Lacoume, "Source depth estimation using a horizontal array by matched-mode processing in the frequency - wavenumber domain," *Eurasip Journal of Applied Signal Processing*, vol. 2006, ID 65901.