

Contributions à l'amélioration de l'algorithme HR linéaire SWEDE

Cédric LE BASTARD¹, Vincent BALTAZART¹, Yide WANG²

¹Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC)
Route de Bouaye, BP 4129, 44341 Bouguenais cedex, France

²Institut de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nantes Atlantique (IREENA)
Polytech'Nantes, La Chantrerie, Rue Christian Pauc, BP 50609, 44306 Nantes cedex 3, France
cedric.lebastard@lcpc.fr, vincent.baltazart@lcpc.fr,
yide.wang@univ-nantes.fr

Résumé – Cet article propose deux modifications de l'algorithme haute résolution linéaire SWEDE pour la mesure de retard de propagation. La première modification consiste à améliorer le procédé initial de blanchiment du bruit de [1]. La seconde introduit l'algorithme ESPRIT dans le formalisme de SWEDE, réduisant ainsi le temps de calcul. Les résultats de simulation concernent la mesure d'épaisseur de matériaux de génie civil à l'aide d'un radar en ondes centimétriques. Ils montrent que la résolution temporelle et la précision de mesure de ces deux algorithmes sont améliorées.

Abstract – In this paper, two improvements of the linear high resolution algorithm SWEDE are proposed within the scope of time delay estimation with a microwave radar. The first one aims at improving the original technique of whitening noise in [1]. The second improvement consists of using ESPRIT in conjunction with SWEDE in order to make the estimation more efficient. Both algorithms are tested on simulated data to measure the layer thickness of material for civil engineering applications. The results show that the time resolution and the accuracy delivered by both algorithms can be improved.

1 Introduction

Les méthodes d'analyse spectrale Haute Résolution (HR) basées sur la décomposition en éléments propres de la matrice de covariance des observations (MUSIC, Min-Norm, et ESPRIT) sont apparues dans les années 80 ; elles peuvent être utilisées pour l'estimation de fréquences pures, de directions d'arrivée (DOA), et de temps de propagation (TDE) à partir de l'observation d'un signal dans du bruit [4]. Dans le courant des années 90, sont apparues les méthodes Haute Résolution linéaires telles que BEWE, PM, OPM et SWEDE [1, 3], ([4], chap. 5). Tout en conservant des performances haute résolution, ces méthodes sont d'une plus grande simplicité calculatoire : elles n'impliquent que des opérations linéaires sur les données et ne nécessitent plus de décomposition en éléments propres de la matrice de covariance des observations. En conséquence, elles sont potentiellement applicables en temps réel ou du moins, mieux adaptées au traitement d'un grand volume de données. Ces méthodes linéaires HR ont surtout été développées dans le domaine de la goniométrie [1, 3], ([4], chap. 5), [5, 7]. Parmi les quatre méthodes HR linéaires citées, on s'intéresse dans cet article à l'algorithme SWEDE de [1] car son principe de fonctionnement est une généralisation des algorithmes PM et BEWE. Cet algorithme est appliqué à l'estimation de retards de propagation, afin de mesurer de fines épaisseurs de revêtements routiers, à l'aide d'un système radar impulsif (GPR) fonctionnant dans le domaine des ondes centimétriques. Actuellement, ce type de radar présente une résolution temporelle

limitée (de l'ordre de 5 cm environ), qui s'avère insuffisante pour satisfaire le contrôle de nouveaux revêtements routiers (de l'ordre de 1 à 3 cm d'épaisseur). Cet article s'inscrit dans le cadre de la démarche initiée dans [8], pour améliorer les performances de radars conventionnels.

En premier lieu, on adapte l'algorithme SWEDE à l'application radar, en prenant en compte la forme de l'impulsion dans le formalisme de l'algorithme. Ensuite, cet article propose deux améliorations possibles de l'algorithme SWEDE. La première est née du constat que la procédure de blanchiment du bruit, initialement proposée dans [1], n'est pas optimale, introduisant un biais sur l'estimation des paramètres dans certaines configurations. On corrige cet inconvénient en utilisant une méthode de blanchiment qui permet la diagonalisation totale de la matrice de covariance du bruit. L'objectif de la seconde amélioration consiste à diminuer la complexité calculatoire de l'algorithme ESPRIT, en combinant le principe de fonctionnement de SWEDE à celui d'ESPRIT. On obtient ainsi un nouvel algorithme, baptisé ESPRITWED pour ESPRIT Without Eigen Decomposition, qui généralise à SWEDE le travail initialement proposé par [2] en traitement d'antennes. A l'instar de [1], les deux modifications proposées supposent que la matrice de covariance du bruit est connue ou mesurable.

2 Formulation du problème

La structure de la chaussée est considérée comme un milieu stratifié, composé de K couches homogènes de faible contraste diélectrique, et dont on néglige la rugosité de surface aux fréquences usuelles (1 à 2 GHz). Chaque couche est caractérisée par son épaisseur et sa constante diélectrique relative. En configuration standard de mesures radar, i.e. radar monostatique en champ lointain, chaque interface du milieu donne lieu à une onde réfléchie. Si le milieu est à faibles pertes, les différents échos sont simplement des copies retardées de l'impulsion radar $e(t)$. Les amplitudes des échos, s_k , dépendent du contraste diélectrique entre les couches du milieu par l'intermédiaire des coefficients de réflexion de Fresnel. Dans le domaine fréquentiel, le signal reçu est une combinaison linéaire d'exponentielles complexes (cissoïdes) modulées par la transformée de Fourier de l'impulsion radar, à laquelle s'ajoute un bruit blanc gaussien centré d'écart-type σ .

$$\tilde{r}(f) = \sum_{k=1}^K s_k \tilde{e}(f) e^{-2j\pi f T_k} + \tilde{b}(f) \quad (1)$$

Dans cette expression, le terme \tilde{r} représente la transformée de Fourier du signal temporel reçu. Cette forme mathématique de l'observation est adaptée à la mise en oeuvre des techniques d'analyse spectrale pour estimer les retards de propagation. Si N désigne le nombre de fréquences dans une bande B , le vecteur d'observation \mathbf{r} peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{r} = \mathbf{\Lambda} \mathbf{A} \mathbf{s} + \mathbf{b} \quad (2)$$

Ce vecteur \mathbf{r} représente indifféremment le résultat de la FFT d'un signal radar impulsif (GPR), ou des mesures obtenues avec un radar à saut de fréquences. Pour simplifier, on considère par la suite que les fréquences sont équi-spacées de Δf . $\mathbf{\Lambda}$ représente la matrice diagonale comportant la transformée de Fourier de l'impulsion, \mathbf{A} est la matrice comportant le vecteur modèle $\mathbf{a}(T_k) = [e^{-2j\pi f_1 T_k} \ e^{-2j\pi f_2 T_k} \ \dots \ e^{-2j\pi f_N T_k}]^T$, tel que $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(T_1) \ \mathbf{a}(T_2) \ \dots \ \mathbf{a}(T_K)]$. \mathbf{s} est le vecteur d'amplitude des sources et \mathbf{b} , le vecteur du bruit. En notant $\mathbf{\Gamma}_s$ et $\sigma^2 \mathbf{\Sigma}$ la matrice de covariance de sources et du bruit respectivement, la matrice de covariance des observations s'écrit sous la forme suivante :

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Lambda} \mathbf{A} \mathbf{\Gamma}_s \mathbf{A}^H \mathbf{\Lambda}^H + \sigma^2 \mathbf{\Sigma} \quad (3)$$

3 SWEDE avec diagonalisation totale de la matrice de covariance du bruit

Parmi toutes les variantes de SWEDE que [1] a proposées, la version SWEDE(G) réalise le meilleur compromis entre complexité et performances. Son adaptation à l'estimation de retards en prenant en compte la forme de l'impulsion radar est détaillée dans [9]. Le fonctionnement de l'algorithme SWEDE repose sur le partitionnement suivant de la matrice des vecteurs sources

\mathbf{A} (2) :

$$\mathbf{A}^H = [\mathbf{A}_1^H \ \mathbf{A}_2^H \ \mathbf{A}_3^H] \quad (4)$$

avec \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_2 et \mathbf{A}_3 de dimensions $K \times K$, $K \times K$ et $N - 2K \times K$ respectivement, et avec $N \geq 3K$. Par suite, la matrice de covariance de l'observation $\mathbf{\Gamma}$ est partitionnée en 9 sous matrices-blocs de dimensions correspondantes. Chacune des sous matrices-blocs s'écrit sous la forme $\mathbf{\Gamma}_{ij} = \mathbf{\Lambda}_i \mathbf{A}_i \mathbf{\Gamma}_s \mathbf{A}_j^H \mathbf{\Lambda}_j^H + \sigma^2 \mathbf{\Sigma}_{ij} = \mathbf{\Gamma}_{ji}^H$, avec $\mathbf{\Lambda}_{1,2,3}$ les blocs diagonaux de la matrice $\mathbf{\Lambda}$ définie dans l'eqn. (2), de dimensions $K \times K$, $K \times K$ et $N - 2K \times N - 2K$ respectivement.

La méthode SWEDE utilise les blocs non diagonaux de la matrice de covariance, i.e. $\mathbf{\Gamma}_{ij}$ pour $i \neq j$ [1]. Elle n'est théoriquement pas perturbée par la présence de bruit, en supposant que la matrice de covariance de bruit est diagonale par blocs. Dans le cas d'un bruit quelconque pour lequel $\mathbf{\Sigma}_{ij} \neq 0$, la méthode conventionnelle de blanchiment du bruit consiste à multiplier le vecteur des observations par la matrice $\mathbf{\Sigma}^{-1/2}$, tel que $\mathbf{y} = \mathbf{\Sigma}^{-1/2} \mathbf{r}$. Cette méthode implique un coût calcul important, de l'ordre de N^2 opérations arithmétiques. [1] propose d'annuler les blocs $\mathbf{\Sigma}_{13}$ et $\mathbf{\Sigma}_{23}$ de la matrice de covariance du bruit en multipliant les données par la matrice \mathbf{Q} suivante :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}_{31} & \mathbf{Q}_{32} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (5)$$

où $\mathbf{Q}_{31} = (\mathbf{\Sigma}_{32} \mathbf{\Sigma}_{22}^{-1} \mathbf{\Sigma}_{21} - \mathbf{\Sigma}_{31}) (\mathbf{\Sigma}_{11} - \mathbf{\Sigma}_{12} \mathbf{\Sigma}_{22}^{-1} \mathbf{\Sigma}_{21})^{-1}$ et $\mathbf{Q}_{32} = (\mathbf{\Sigma}_{31} \mathbf{\Sigma}_{11}^{-1} \mathbf{\Sigma}_{12} - \mathbf{\Sigma}_{32}) (\mathbf{\Sigma}_{22} - \mathbf{\Sigma}_{21} \mathbf{\Sigma}_{11}^{-1} \mathbf{\Sigma}_{12})^{-1}$.

La multiplication du vecteur des observations \mathbf{r} par la matrice \mathbf{Q} peut être réalisée en $O(NK)$ opérations arithmétiques [1]. Après blanchiment, la matrice de covariance des observations s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{\Gamma}^w = \mathbf{Q} \mathbf{\Gamma} \mathbf{Q}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{11}^w & \mathbf{\Gamma}_{12}^w & \mathbf{\Gamma}_{13}^w \\ \mathbf{\Gamma}_{21}^w & \mathbf{\Gamma}_{22}^w & \mathbf{\Gamma}_{23}^w \\ \mathbf{\Gamma}_{31}^w & \mathbf{\Gamma}_{32}^w & \mathbf{\Gamma}_{33}^w \end{bmatrix} \quad (6)$$

Ce blanchiment produit une diagonalisation par blocs partielle de la matrice du bruit sous la forme suivante (où $\mathbf{\Sigma}_{12}^w = \mathbf{\Sigma}_{12}$ est le bloc non diagonal non nul restant) :

$$\mathbf{\Sigma}^w = \mathbf{Q} \mathbf{\Sigma} \mathbf{Q}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_{11} & \mathbf{\Sigma}_{12} & \mathbf{0} \\ \mathbf{\Sigma}_{21} & \mathbf{\Sigma}_{22} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \times \end{bmatrix} \quad (7)$$

En conséquence, la version originelle de SWEDE produit une estimée biaisée des retards de propagation pour certaines configurations de la matrice de covariance du bruit. Pour corriger cet inconvénient, nous proposons d'utiliser une matrice \mathbf{Q} de la forme :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}_{21} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}_{31} & \mathbf{Q}_{32} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (8)$$

avec $\mathbf{Q}_{21} = -\mathbf{\Sigma}_{21} \mathbf{\Sigma}_{11}^{-1}$, $\mathbf{Q}_{31} = -\mathbf{Q}_{32} \mathbf{\Sigma}_{21} \mathbf{\Sigma}_{11}^{-1} - \mathbf{\Sigma}_{31} \mathbf{\Sigma}_{11}^{-1}$ et $\mathbf{Q}_{32} = (\mathbf{\Sigma}_{31} \mathbf{\Sigma}_{11}^{-1} \mathbf{\Sigma}_{12} - \mathbf{\Sigma}_{32}) (\mathbf{\Sigma}_{22} - \mathbf{\Sigma}_{21} \mathbf{\Sigma}_{11}^{-1} \mathbf{\Sigma}_{12})^{-1}$.

Dans ce cas, la matrice de covariance du bruit après blanchiment retrouve une structure complètement diagonale par blocs tel que :

$$\mathbf{\Sigma}^w = \mathbf{Q} \mathbf{\Sigma} \mathbf{Q}^H = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \times & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \times \end{bmatrix} \quad (9)$$

Ce nouvel algorithme appelé FBD-SWEDE dans [9] (pour Full Block Diagonalization-SWEDE) permet d'annuler le terme Γ_{12}^w , à l'origine du biais résiduel de la version initiale de SWEDE.

En pratique, le calcul des retards de propagation est déduit de la position des maxima du pseudo-spectre. Cette étape de l'algorithme nécessite une charge de calcul importante selon le pas d'échantillonnage temporel. Nous proposons d'utiliser au paragraphe suivant le principe de la méthode ESPRIT pour avoir un calcul direct des paramètres.

4 ESPRITWED : ESPRIT Without Eigen Decomposition

L'idée de réduire la complexité calculatoire de l'algorithme ESPRIT en utilisant une méthode à sous-espace linéaire a été initialement proposée par [2] en 1994. Cette partie tente de généraliser ce travail en faisant intervenir l'algorithme SWEDE d'une part, et d'autre part, en utilisant un formalisme simplifié. D'après le partitionnement de la matrice des vecteurs sources \mathbf{A} en trois sous-matrices (eqn. 4), il est aisé de vérifier que $\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_1\Phi$. Cette relation fait intervenir un opérateur de rotation, i.e. la matrice diagonale Φ définie telle que :

$$\Phi = \text{diag} (e^{-2i\pi K \Delta f T_1}, \dots, e^{-2i\pi K \Delta f T_K}) \quad (10)$$

De manière équivalente à l'algorithme ESPRIT, l'estimation des valeurs propres de Φ permet de déduire la valeur des retards de propagation T_k . On présente ci-après le moyen de calculer ces valeurs propres à partir de l'algorithme SWEDE et après le blanchiment du bruit par la matrice défini par l'eqn. (5). Les relations à appliquer dans le cas de la seconde méthode de blanchiment, proposée à l'eqn. (8), sont détaillées dans [9].

Après blanchiment, la matrice de covariance des observations s'écrit sous la forme (6). Dans cette expression, les blocs Γ_{13}^w et Γ_{23}^w de la matrice de covariance des observations sont insensibles à la présence du bruit, et sont définis telles que :

$$\Gamma_{13}^w = \Gamma_{11}\mathbf{Q}_{31}^H + \Gamma_{12}\mathbf{Q}_{32}^H + \Gamma_{13} \quad (11)$$

$$\Gamma_{23}^w = \Gamma_{21}\mathbf{Q}_{31}^H + \Gamma_{22}\mathbf{Q}_{32}^H + \Gamma_{23} \quad (12)$$

Le principe d'ESPRITWED reside dans la relation linéaire suivante :

$$\Gamma_{13}^w = \mathbf{Y}\Gamma_{23}^w \quad (13)$$

En intégrant les équations (11) et (12) dans l'équation (13), cette dernière relation devient alors :

$$\mathbf{A}_1\mathbf{A}_1\Gamma_s\mathbf{G} = \mathbf{Y}\mathbf{A}_2\mathbf{A}_2\Gamma_s\mathbf{G} \quad (14)$$

avec $\mathbf{G} = \mathbf{A}_1^H\mathbf{A}_1^H\mathbf{Q}_{31}^H + \mathbf{A}_2^H\mathbf{A}_2^H\mathbf{Q}_{32}^H + \mathbf{A}_3^H\mathbf{A}_3^H$. Sachant par hypothèse que $N - 2K \geq K$ et que la matrice \mathbf{G} est de dimension $(K, N - 2K)$, alors la pseudo-inverse de Moore-Penrose de la matrice \mathbf{G} existe et la relation (14) devient :

$$\mathbf{A}_1\Phi^{-1}\mathbf{A}_1^{-1} = \mathbf{P} \quad (15)$$

avec la matrice \mathbf{P} définie par :

$$\mathbf{P} = \mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{Y}\mathbf{A}_2 \quad (16)$$

La relation (15) indique que les matrices \mathbf{P} et Φ^{-1} sont similaires, et partagent les mêmes valeurs propres. En pratique, on estimera les éléments de Φ^{-1} à partir des valeurs propres de \mathbf{P} . Cette dernière matrice est estimée à partir des mesures par la relation (16), où \mathbf{Y} est obtenue par les moindres carrés ci-dessous (la solution aux moindres carrés totaux n'a pas été utilisée ici du fait de son coût de calcul plus élevé).

$$\mathbf{Y} = \Gamma_{13}^w \Gamma_{23}^{wH} \left(\Gamma_{23}^w \Gamma_{23}^{wH} \right)^{-1} \quad (17)$$

Finalement, le principe de l'algorithme ESPRITWED se déroule suivant les 5 étapes suivantes (le nombre d'échos K ayant été estimé par un critère de détection [6]) :

- Calcul des éléments Γ_{13}^w et Γ_{23}^w par les relations (11) et (12). La matrice de covariance Γ_{ij} est estimée à partir de M mesures indépendantes de $\mathbf{r}_i = \mathbf{A}_i\mathbf{A}_i\mathbf{s} + \mathbf{b}_i$ ($i = 1, 2, 3$) sur les trois sous-bandes adjacentes de fréquences.
- Estimation de \mathbf{Y} par (17).
- Estimation de \mathbf{P} par (16).
- Calcul des valeurs propres de \mathbf{P}
- Calcul des retards de propagation à partir des arguments des valeurs propres de \mathbf{P} .

En comparaison de SWEDE, ESPRITWED avec le blanchiment de SWEDE proposé en [1] est optimal d'une part, garantissant une estimation non biaisée des retards de propagation. En effet, la méthode proposée utilise les deux seuls éléments (Γ_{13}^w et Γ_{23}^w) de la matrice de covariance des observations qui ne sont pas affectés par la présence du bruit. D'autre part, on obtient directement les valeurs des paramètres, en évitant le calcul du pseudo-spectre et la recherche de ses maxima.

5 Simulations

Les données vérifient les hypothèses du modèle d'observation défini par l'eqn. (2), et comportent 2 échos. Les sources sont considérées décorréliées. Le vecteur d'observation comporte 41 échantillons espacés de 50 MHz dans une bande de fréquences de 2 GHz. Nous effectuons un moyennage d'ensemble pour estimer la matrice de covariance à partir de $M = 200$ réalisations indépendantes. La dimension de l'espace signal est fixée au nombre d'échos attendus, i.e. deux. Cette dimension devrait être estimée en pratique par un critère de détection [6]. L'impulsion radar est de type "ricker", i.e. obtenue par dérivation d'une impulsion gaussienne. La fréquence centrale de l'impulsion est 1.5 GHz. Le rapport signal sur bruit (RSB) est défini à partir de la puissance du premier écho et de la puissance du bruit. La puissance du premier écho est de 0 dB et celle du second est de -6 dB. L'épaisseur de la première couche du milieu stratifié est de 1 cm, et le RSB est variable. Le bruit généré est corrélé et coloré, i.e. la matrice de covariance du bruit est hermitienne non diagonale et définie positive.

Les figures (1) et (2) présentent le taux d'échec et l'écart type obtenus lorsque le taux d'échec est inférieur à 1% sur l'épaisseur en fonction du RSB. Le taux d'échec et l'écart-type sont calculés à partir de 500 réalisations indé-

pendantes obtenues par les trois versions de l'algorithme SWEDE discutées dans cet article : *a*) SWEDE après le blanchiment proposé par [1] (eq. (7)) nommé SWEDE(a), *b*) SWEDE après le blanchiment de l'eq. (9) nommé SWEDE(b), *c*) ESPRITWED. Le critère de taux d'échec choisi consiste à dire que pour deux temps de retard de propagation distinctes T_1 et T_2 avec ($T_1 < T_2$), espacées de $\Delta\tau = T_2 - T_1$, l'estimation n'est validée que si l'algorithme donne deux temps de retard de propagation dans l'intervalle $[T_1 - \Delta\tau/2, T_2 + \Delta\tau/2]$.

La figure (1) donne le taux d'échec en fonction du RSB. Notons que pour avoir un taux d'échec inférieur à 1%, le RSB doit être supérieur à 26 dB, 18,5 dB et 15 dB pour les méthodes SWEDE(a), SWEDE(b), et ESPRITWED respectivement. La méthode ESPRITWED possède un pouvoir de résolution supérieur aux deux autres méthodes. SWEDE(b) possède une meilleure résolution que SWEDE(a). La figure (2) donne l'écart-type obtenu lorsque le taux d'échec est inférieur à 1% en fonction du RSB pour les trois méthodes présentées dans cet article. Comme attendu, l'écart-type diminue lorsque le RSB diminue. De plus, dans une configuration de bruit coloré et corrélé, l'écart-type des deux méthodes proposées est inférieur à celui de la méthode SWEDE conventionnelle, i.e. SWEDE(a).

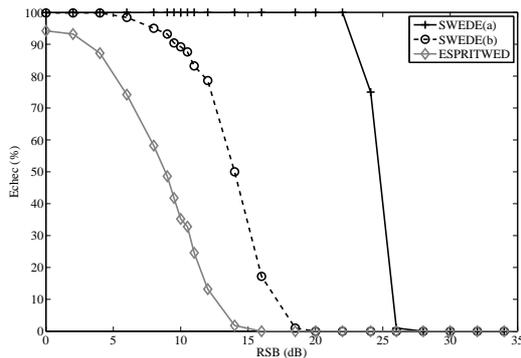


FIG. 1 – Variations du taux d'échec en fonction du RSB, obtenues avec *a*) SWEDE conventionnel après le blanchiment de l'eq. (7), *b*) SWEDE après le blanchiment de l'eq. (9), *c*) ESPRITWED.

6 Conclusion

Cet article a présenté deux modifications de l'algorithme haute résolution linéaire SWEDE dans le cas d'un bruit quelconque. Les deux algorithmes proposés ont été testés en simulation pour estimer des temps de retard de propagation à partir d'un radar géophysique. La première modification proposée consiste à améliorer le procédé de blanchiment du bruit suggéré dans [1] par une diagonalisation totale de la matrice de covariance du bruit. La seconde modifications introduit l'algorithme ESPRIT dans la formulation de SWEDE, réduisant ainsi le temps de calcul. Les résultats de simulation ont montré que ces deux modifications permettent d'améliorer les performances de

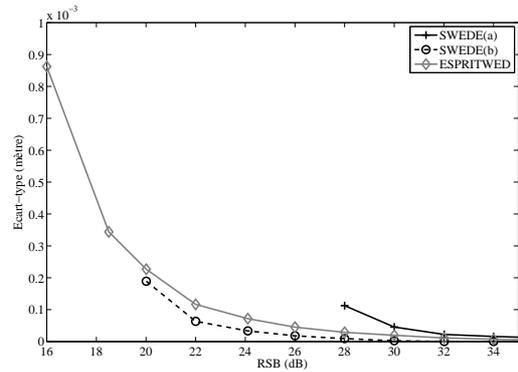


FIG. 2 – Variations de l'écart-type en fonction du RSB, obtenues avec *a*) SWEDE après blanchiment proposé par [1] (eq. (7)), *b*) SWEDE après le blanchiment de l'eq. (9), *c*) ESPRITWED.

l'algorithme SWEDE en termes de résolution et de précision.

Références

- [1] A. Eriksson, P. Stoica et T. Söderström, *On-Line Subspace Algorithms for Tracking Moving Sources*, IEEE Trans. Signal Processing, vol. 42, no 5, pp 2319-2330, September 1994.
- [2] A. Marsal et S. Marcos, *A reduced complexity ESPRIT method and its generalization to an antenna of partially unknown shape*, IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. 4, pp IV/29-IV/32, April, 1994.
- [3] S. Marcos, A Marsal et M. Benidir, *The propagator method for source bearing estimation*, Signal Processing, vol. 42, pp 121-138, 1995.
- [4] S. Marcos. *Les Méthodes à Haute Résolution*, Hermès, 1998.
- [5] Y. Wu, G Liao et H.C. So, *A fast algorithm for 2-D direction-of-arrival estimation*, Signal Processing, vol. 83, pp 1827-1831, 2003.
- [6] E. Radoi et A. Quinquis, *A New Method for Estimating the Number of Harmonic Components in Noise with Application in High Resolution Radar*, EURASIP Journal on Applied Signal Processing, issue 8, pp 1177-1188, 2004.
- [7] N. Tayem et H.M. Kwon, *Azimuth and elevation angle estimation with no failure and no eigen decomposition*, Signal Processing, vol. 86, pp 8-16, 2006.
- [8] C. Le Bastard, V. Baltazart, Y. Wang et J. Saillard, *Thin pavement thickness estimation with a GPR by high and super resolution methods*, à paraître dans IEEE TGRS, Special Issue "Subsurface Sensing Using GPR", 2007.
- [9] C. Le Bastard, V. Baltazart et Y. Wang, *Some improvements of the linear subspace algorithm SWEDE for time delay estimation*, 7th EUSIPCO, Varsovie, Pologne, sept. 2007.