

Algorithme STAP pour fouillis non stationnaire en distance*

Stéphanie BIDON¹, Olivier BESSON¹, Jean-Yves TOURNERET²

¹ENSICA

1 place Émile Blouin, 31500 Toulouse Cedex 5, France

²IRIT/ENSEEIH

2 rue Charles Camichel, BP 7122, 31071 Toulouse cedex 7, France

Stephanie.Bidon@ensica.fr, Olivier.Besson@ensica.fr

Jean-Yves.Tourneret@enseeiht.fr

Résumé – L'article décrit et étudie les performances d'un algorithme STAP adapté à un fouillis de sol non-stationnaire en distance. Un modèle de filtrage linéaire en distance (DBU, Derivative Based Up-Dating) est adopté dans une structure Element-Space Pre-Doppler. Ce modèle permet d'estimer les variations continues du fouillis, et l'architecture pre-Doppler permet d'obtenir plusieurs données secondaires sur une même porte distance. L'algorithme présenté combat ainsi la non-stationnarité du fouillis tout en ayant une complexité calculatoire et une taille d'entraînement raisonnables.

Abstract – This paper presents the performances of a STAP algorithm designed for non-stationary clutter. The algorithm consists of an Element-Space Pre-Doppler architecture with a DBU-type adaptation. The Element-Space pre-Doppler structure is appealing regarding the computational load and the training interval size, whereas the DBU-type adaptation deals with the non-stationarity.

1 Introduction

La détection de cibles aériennes par des radars aéroportés constitue un enjeu majeur pour les systèmes de combat aérien. Les algorithmes de traitement du signal doivent assurer de bonnes performances tout en ayant un coût calculatoire raisonnable.

Pour assurer une bonne détection, les échos radar indésirables, ou *fouillis*, et éventuellement les signaux brouilleurs doivent être éliminés. De part la nature du fouillis de sol, les traitements doivent s'opérer sur des échantillons spatio-temporels [1]. Sur chaque case distance est opéré un filtrage, dont le but est de couper les fréquences spatio-temporelles occupées par le fouillis de sol. Traditionnellement, ceci met en jeu l'inversion de la matrice de covariance des interférences. Cette matrice n'étant pas connue, elle est estimée en vol sur les portes distance adjacentes à celle sous test.

Les premiers algorithmes STAP ont été développés pour des scénarios air-sol avec des antennes linéaires uniformes (ULA, *Uniform Linear Array*), disposées sous le fuselage de l'avion et fonctionnant en visée latérale. Dans cette configuration, le lieu du fouillis dans l'espace fréquentiel angle-Doppler est invariant suivant la porte distance. L'estimation de la matrice de covariance des interférences est alors correctement réalisée par moyenne sur les échantillons du domaine d'entraînement. La matrice ainsi obtenue, notée SCM (*Sample Covariance Matrix*), correspond à l'estimateur du maximum de vraisemblance pour des données gaussiennes indépendantes centrées, et de même

matrice de covariance (hypothèse *iid*).

Dans toute autre configuration géométrique (radar en visée non-latérale, antenne non linéaire uniforme, ou radar bistatique), le lieu du fouillis est non-stationnaire en distance [2]. L'estimation de la matrice de covariance par la SCM est alors biaisée, ce qui engendre des pertes en détection.

Plusieurs stratégies sont envisageables pour contrer cette non-stationnarité, certaines pouvant être combinées.

Une première stratégie consiste à diminuer le nombre de portes distance nécessaire à l'entraînement. On compte ainsi, par exemple, les algorithmes à dimension réduite (p.ex. l'Element Space pre-Doppler [1]), et les algorithmes à rang réduit (p.ex. le Multistage Wiener Filter tronqué [3]). Les premiers utilisent des transformations fixes indépendantes du signal pour réduire la dimension de l'espace d'adaptation, les seconds utilisent des transformations dépendant des données afin de compacter au mieux l'espace de représentation des interférences. L'inconvénient de ces méthodes est qu'elles ne combattent pas directement la non-stationnarité, ainsi un algorithme à rang réduit augmente la vitesse de convergence de l'estimateur mais les performances de celui-ci seront intrinsèquement limitées par le biais asymptotique introduit par la non-stationnarité. Ainsi diminuer l'intervalle d'entraînement n'est pas toujours suffisant, en particulier dans le cas d'échos de sol puissants fortement non-stationnaires.

Une seconde stratégie vise à rendre le lieu du fouillis dans l'espace angle-Doppler identique quelle que soit la porte distance considérée. Ce sont les méthodes dites de pré-compensation qui s'effectuent dans le domaine temps-espace ou angle-Doppler, p.ex. [4]. L'inconvénient de ces méthodes

*Ce travail est soutenu par la Délégation Générale pour l'Armement et Thalès Systèmes Aéroportés.

est qu'elles supposent une connaissance de certains paramètres du système ou leurs estimations.

Une troisième stratégie est d'utiliser de l'information a priori sur les signaux interférents (KA-STAP, *Knowledge Aided STAP*) [5]. L'information peut être issue par exemple de bases de données d'images SAR ou de signaux GPS. Elle permet d'opter pour une stratégie de filtrage et sert à pré-blanchir les données. À ce jour, le KA-STAP pose des problèmes de réalisation pratique, en particulier pour le traitement en temps réel.

Enfin, une autre stratégie consiste à adopter de nouveaux estimateurs capables d'intégrer directement dans leur expression la non-stationnarité du fouillis (remise en cause de l'hypothèse *iid*). On peut citer le DBU (*Derivative Based Up-Dating*), qui suppose le poids adaptatif linéaire sur l'intervalle d'entraînement. Cette technique a été développée pour des antennes tournantes [6], et étudiée par la suite pour des scénarios où le fouillis est non-stationnaire en distance, en particulier pour les antennes circulaires et les radars bistatiques [7]. L'inconvénient de l'algorithme est qu'il augmente la complexité calculatoire et nécessite un entraînement de taille double par rapport à un traitement classique. Pour cette raison, le DBU est présenté dans la littérature couplé à des algorithmes demandant peu de données secondaires. On le trouve ainsi avec l'Element-Space Post-Doppler [7] et le filtre auto-régressif [8]. L'article présente les performances du DBU couplé à l'algorithme Element-Space Pre-Doppler.

Le reste de l'article est organisé comme suit. Dans la section 2, le formalisme STAP et le problème de la non-stationnarité du fouillis de sol pour un radar en pointe avant sont rappelés. La section suivante décrit l'algorithme proposé. Enfin, la section 4 présente les performances en termes de RSBI (Rapport Signal à Bruit plus Interférences) pour une antenne ULA en point avant.

$()^T$, $()^H$, $\mathcal{E}\{\}$ désigneront respectivement les opérateurs de conjugaison, de trans-conjugaison, et espérance. \otimes est le produit de Kronecker et \propto est le signe de proportionnalité.

2 Propriétés du fouillis de sol pour un radar en pointe avant

Formalisme et hypothèses de travail

On considère un radar aéroporté à compression d'impulsions qui émet une onde chirp à la fréquence de répétition $f_r = 1/T_r$, de fréquence porteuse f_0 et de bande instantanée B . Les éléments de l'antenne sont supposés avoir les mêmes diagrammes de rayonnement sans effet de couplage entre eux, et, sont espacés de la moitié de la longueur d'onde, soit $\lambda_0/2$ avec $\lambda_0 = c/f_0$. Le CPI (*Coherent Pulse Interval*) comporte M impulsions. N est le nombre de voies spatiales assimilées, ici, aux éléments de l'antenne. On se limitera à l'étude d'une antenne ULA. Le signal à traiter correspond à l'empilement des signaux reçus sur les N voies pour les M impulsions.

Le sol est supposé plan et défini par $(O, \mathbf{x}, \mathbf{y})$, (O, \mathbf{z}) désignant l'altitude. Le porteur se situe à la hauteur H et

se déplace dans le plan horizontal selon le vecteur $\mathbf{v} = v\mathbf{x}$. θ et φ désignent respectivement les angles de dépression et d'azimut dans le repère vitesse. Le vecteur de pointage dans la direction (θ, φ) vaut $\mathbf{k}(\theta, \varphi) = \cos(\theta)\cos(\varphi)\mathbf{x} + \cos(\theta)\sin(\varphi)\mathbf{y} + \sin(\theta)\mathbf{z}$.

La réponse réseau à un point réfléchissant dans la direction angulaire (θ, φ) et de vitesse \mathbf{v}_p vaut $\mathbf{a}(f_d, f_s) = \mathbf{a}_D(f_d) \otimes \mathbf{a}_S(f_s)$. \mathbf{a}_D est la réponse temporelle du réseau, elle est indépendante de l'antenne et vaut pour une fréquence de répétition constante $\mathbf{a}_D(f_d) = (e^{i2\pi m f_d})_{m=0, \dots, M-1}$. La fréquence Doppler $f_d = 2\frac{T_r}{\lambda_0}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p)^T \mathbf{k}(\theta, \varphi)$ est proportionnelle à la vitesse radiale relative supposée constante. $\mathbf{a}_S(f_s)$ est la réponse spatiale du réseau, elle dépend de la géométrie de l'antenne et vaut sous les hypothèses faites $\mathbf{a}_S(f_s) = (e^{i2\pi n f_s})_{n=0, \dots, N-1}$. $f_s = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{k}}{\lambda_0}$ est la fréquence spatiale.

Modèles des signaux

Suivant la présence effective ou non d'une cible, les composantes du signal reçu par le radar sont présentées respectivement par (1) et (2)

$$H_1 : \mathbf{x} = \alpha \mathbf{a}(f_d, f_s) + \mathbf{x}_c + \mathbf{x}_n. \quad (1)$$

$$H_0 : \mathbf{x} = \mathbf{x}_c + \mathbf{x}_n, \quad (2)$$

α et $\mathbf{a}(f_d, f_s)$ désignent respectivement l'amplitude (supposée inconnue et déterministe) et la signature de la cible. La puissance de la cible sera notée $P_t = \mathcal{E}\{|\alpha|^2\}$. \mathbf{x}_c est le snapshot spatio-temporel relatif au fouillis de matrice de covariance $\mathbf{\Gamma}_c$. \mathbf{x}_n désigne le bruit thermique, modélisé par un bruit blanc centré.

Les signaux sont supposés indépendants entre eux, la matrice de covariance bruit plus fouillis vaut donc $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Gamma}_c + \mathbf{\Gamma}_n$.

Non-stationnarité du fouillis de sol

La vitesse de chaque point réfléchissant du sol est nulle $\mathbf{v}_p = \mathbf{0}$, ce qui induit une relation spécifique entre les fréquences Doppler et spatiale. Pour une ULA en pointe avant, on obtient le système paramétrique suivant

$$f_d = \frac{2vT_r}{\lambda_0} \cos(\theta) \cos(\varphi), \quad (3)$$

$$f_s = \frac{d}{\lambda_0} \cos(\theta) \cos(\varphi + \frac{\pi}{2}). \quad (4)$$

Le lieu du fouillis dans le domaine angle-Doppler est une ellipse dont la taille varie en fonction de la porte distance considérée via le paramètre d'élévation θ , figure 1. Celui-ci varie peu aux grandes distances et rapidement aux petites distances.

Une estimation du type SCM aura tendance à couper les fréquences du fouillis présentes sur tout le domaine d'entraînement au lieu de filtrer uniquement celles de la cellule sous test.

3 Description de l'algorithme

L'algorithme étudié est l'association de l'Element-Space Pre-Doppler avec le DBU (figure 2).

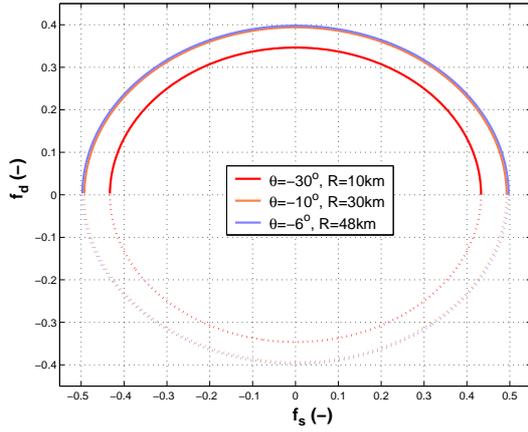


FIG. 1 – Lieu du fouillis de sol dans le domaine angle-Doppler pour un radar en implantation avant

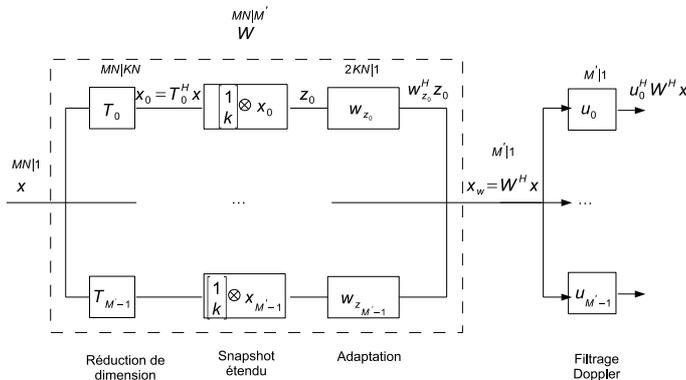


FIG. 2 – Schéma bloc de l'Element Space Pre-Doppler avec DBU

Réduction de dimension

La première étape consiste à réduire la dimension de l'espace d'adaptation en sélectionnant K bins par un processus de fenêtre glissante. Cette opération est réalisée par les $M' = M - K + 1$ matrices $\mathbf{T}_m = \mathbf{V}_m^m \otimes \mathbf{I}_N$, avec $\mathbf{V}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{m \times K}^T & \mathbf{I}_{K \times K}^T & \mathbf{0}_{(M-K-m) \times K}^T \end{bmatrix}^T$ pour $m = 0, \dots, M - K$.

Adaptation de type DBU

Le DBU consiste à adopter un modèle linéaire en distance pour le vecteur de pondération soit

$$\mathbf{w}_k = \mathbf{w}_0 + k\Delta\mathbf{w}.$$

k représente l'indice de la case distance considérée. La sortie de filtrage à la porte distance numéro k vaut alors

$$y_k = \mathbf{w}_k^H \mathbf{x}_k = \mathbf{w}_0^H \mathbf{x}_k + k\Delta\mathbf{w}^H \mathbf{x}_k.$$

On pose $\mathbf{w}_z = [\mathbf{w}_0^T \quad \Delta\mathbf{w}^T]^T$ et $\mathbf{z}_k = [\mathbf{x}_k^T \quad k\mathbf{x}_k^T]^T$. \mathbf{z}_k est appelé le snapshot étendu et est de longueur double par rapport à \mathbf{x}_k . Les deux composantes du snapshot étendu ne sont pas indépendantes, la matrice de covariance

$$\mathbf{\Gamma}_{z_k} = \mathcal{E} \{ \mathbf{z}_k \mathbf{z}_k^H \} = \begin{bmatrix} 1 & k \\ k & k^2 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{\Gamma}_k$$

n'est donc pas inversible. Le problème de minimisation de puissance en sortie de filtrage assurant un gain constant dans la direction visée ne peut donc être invoqué.

On a alors recouru à une minimisation de puissance sur tout le domaine d'entraînement en distance \mathcal{I} soit

$$\min_{\mathbf{w}_z \in \mathbb{C}^{2MN \times 1}} \{ \mathbf{w}_z^H \mathbf{\Gamma}_z \mathbf{w}_z \} \text{ sous la contrainte } \mathbf{w}_z^H \mathbf{c} = 1,$$

avec

$$\mathbf{\Gamma}_z = \sum_{k \in \mathcal{I}} \mathbf{\Gamma}_{z_k} = \begin{bmatrix} \sum_{k \in \mathcal{I}} \mathbf{\Gamma}_k & \sum_{k \in \mathcal{I}} k \mathbf{\Gamma}_k \\ \sum_{k \in \mathcal{I}} k \mathbf{\Gamma}_k & \sum_{k \in \mathcal{I}} k^2 \mathbf{\Gamma}_k \end{bmatrix}.$$

Sous réserve de l'inversibilité de $\mathbf{\Gamma}_z$, la solution est $\mathbf{w}_z \propto \mathbf{\Gamma}_z^{-1} \mathbf{c}$, où \mathbf{c} désigne le vecteur de contrainte étendu, et est choisi suivant [6] égal à $\mathbf{c} = [\mathbf{a}^T \quad \mathbf{0}^T]^T$. \mathbf{a} est le vecteur de pointage spatio-temporel traditionnel.

Adopter une stratégie DBU, dans le cadre de l'Element Space Pre-Doppler, revient à résoudre sur chaque sous-CPI m le problème de minimisation suivant

$$\min_{\mathbf{w}_{z_m} \in \mathbb{C}^{2KN \times 1}} \mathbf{w}_{z_m}^H \mathbf{\Gamma}_{z_m} \mathbf{w}_{z_m} \text{ sous la contrainte } \mathbf{w}_{z_m}^H \mathbf{c}_m = 1, \text{ avec}$$

$$\mathbf{\Gamma}_{z_m} = \begin{pmatrix} \mathbf{T}_m^H (\sum_{k \in \mathcal{I}} \mathbf{\Gamma}_k) \mathbf{T}_m & \mathbf{T}_m^H (\sum_{k \in \mathcal{I}} k \mathbf{\Gamma}_k) \mathbf{T}_m \\ \mathbf{T}_m^H (\sum_{k \in \mathcal{I}} k \mathbf{\Gamma}_k) \mathbf{T}_m & \mathbf{T}_m^H (\sum_{k \in \mathcal{I}} k^2 \mathbf{\Gamma}_k) \mathbf{T}_m \end{pmatrix}. \quad (5)$$

\mathbf{c}_m désigne la contrainte étendue de dimension $2KN \times 1$. La solution de ce problème est le vecteur de dimension $2KN \times 1$ donné par

$$\mathbf{w}_{z_m} \propto \mathbf{\Gamma}_{z_m}^{-1} \mathbf{c}_m.$$

Par la suite, on choisit $\mathbf{c}_m = [\mathbf{a}_m^T \quad \mathbf{0}^T]^T$ où la contrainte \mathbf{a}_m est le vecteur de pointage ayant subi les mêmes transformations que les données, soit $\mathbf{a}_m = \mathbf{T}_m^H \mathbf{a}(f_d, f_s)$.

Le poids équivalent de taille $KN \times 1$ à la porte distance numéro k et au sous-CPI m vaut, en adoptant les notations MATLAB,

$$\mathbf{w}_k^{(m)} \propto \mathbf{w}_{z_m}(1 : KN) + k \mathbf{w}_{z_m}(1 + KN : 2KN).$$

En pratique, les matrices de covariance $\mathbf{\Gamma}_{z_m}$ doivent être estimées. En faisant l'approximation qu'elles ne dépendent pas du sous-CPI m , l'unique matrice peut-être estimée dans la dimension du temps long. C'est l'avantage que confère une structure pre-Doppler par rapport à une structure post-Doppler par exemple. On dispose ainsi de M' données secondaires sur chaque porte distance du domaine d'entraînement

$$\hat{\mathbf{\Gamma}}_{z_m} = \sum_{l=0}^{M'-1} \begin{pmatrix} \sum_{k \in \mathcal{I}} \mathbf{x}_k^{(l)} \mathbf{x}_k^{(l)H} & \sum_{k \in \mathcal{I}} k \mathbf{x}_k^{(l)} \mathbf{x}_k^{(l)H} \\ \sum_{k \in \mathcal{I}} k \mathbf{x}_k^{(l)} \mathbf{x}_k^{(l)H} & \sum_{k \in \mathcal{I}} k^2 \mathbf{x}_k^{(l)} \mathbf{x}_k^{(l)H} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

avec $\mathbf{x}_k^{(l)} = \mathbf{T}_l^H \mathbf{x}_k$. Pour éviter un éventuel mauvais conditionnement causé par les termes en k^2 , on adopte un facteur de pondération proposé par [7] $\gamma = \sqrt{\frac{\sum_{k \in \mathcal{I}} k^0}{\sum_{k \in \mathcal{I}} k^2}}$ pour

le calcul des snapshots étendus $\mathbf{z}_k = [\mathbf{x}_k^T \quad \gamma k \mathbf{x}_k^T]^T$.

Pour simplifier les notations, la réduction de dimension et l'adaptation sont représentées par la suite par un seul filtre \mathbf{W} de taille $MN \times M'$. En sortie de l'adaptation, on a alors un vecteur de taille $M' \times 1$ tel que

$$\mathbf{x}_w = \mathbf{W}^H \mathbf{x} = \left(\mathbf{w}_k^{(m)H} \mathbf{T}_m^H \mathbf{x} \right)_m. \quad (7)$$

Filtrage Doppler

Un filtre Doppler est alors appliqué au vecteur \mathbf{x}_w donné par (7). On note $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_p)$ la matrice FFT de dimension $M' \times M'$, soit $\mathbf{u}_p = (e^{i2\pi \frac{p}{M'}j})_{j=0, \dots, M'-1}$. Le RSBI vaut à chaque sortie de filtre Doppler

$$RSBI_p(f_d, f_s) = P_t \frac{|\mathbf{u}_p^H \mathbf{W}^H \mathbf{a}(f_d, f_s)|^2}{\mathbf{u}_p^H \mathbf{W}^H \mathbf{\Gamma} \mathbf{W} \mathbf{u}_p}.$$

La valeur maximale en sortie est alors retenue.

La méthode présentée ici permet d'accéder aux performances de manière systématique. En pratique, un traitement réel devra régler certains paramètres, comme par exemple le nombre de points d'analyse Doppler, pour limiter la charge calculatoire.

4 Résultats numériques

Les matrices de covariance du fouillis $\mathbf{\Gamma}_c(k)$ sont générées suivant le modèle proposé dans [1] sans prendre en compte les ambiguïtés distance. Les données sont supposées gaussiennes : $\mathbf{x}_{c_k} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{\Gamma}_{c_k})$ et $\mathbf{x}_{n_k} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{\Gamma}_n)$.

Les résultats sont données à la figure 3. Un zoom est fait sur la région d'intérêt correspondant au Doppler du fouillis $f_d \approx 0.39$. Le tableau 1 compare le coût calculatoire et les performances de différents algorithmes : le degré de liberté correspond à la taille de la matrice à inverser et est un paramètre déterminant de la complexité calculatoire, Δf_d est le Doppler cible minimum détectable par rapport au Doppler fouillis pour un niveau pris à 12dB en dessous du bruit blanc, enfin \mathcal{I} est le nombre de portes distance choisi pour l'entraînement.

La SCM ne réalise pas un filtrage assez fin : elle a tendance à couper les fréquences du fouillis présentes sur tout le domaine d'entraînement. Le pre-Doppler, bien que n'utilisant que 4 portes distance, connaît également de fortes pertes dans cette zone. Le pre-Doppler avec DBU permet de diminuer ces pertes avec un coût calculatoire et un support d'entraînement bien inférieurs à ceux que nécessiterait le DBU, dont le degré de liberté est égal à $DOF = 2MN = 256$. En revanche, pour obtenir de bonnes performances la taille d'entraînement est prise supérieure à $2(2KN)$. La loi RMB [9] n'est donc pas une bonne approximation pour cet algorithme.

TAB. 1 – Comparaison charge calculatoire et performance

| Algorithme | Degré de liberté | Δf_d | \mathcal{I} |
|----------------------|------------------|----------------|---------------|
| SCM | $MN = 128$ | $\approx 0,12$ | 256 |
| Pre-Doppler | $KN = 24$ | $\approx 0,06$ | 4 |
| Pre-Doppler avec DBU | $2KN = 48$ | $\approx 0,02$ | 20 |

5 Conclusion

L'article a présenté un algorithme STAP associant le Pre-Doppler et le DBU. L'architecture pre-Doppler permet de réduire la charge calculatoire et le nombre de portes

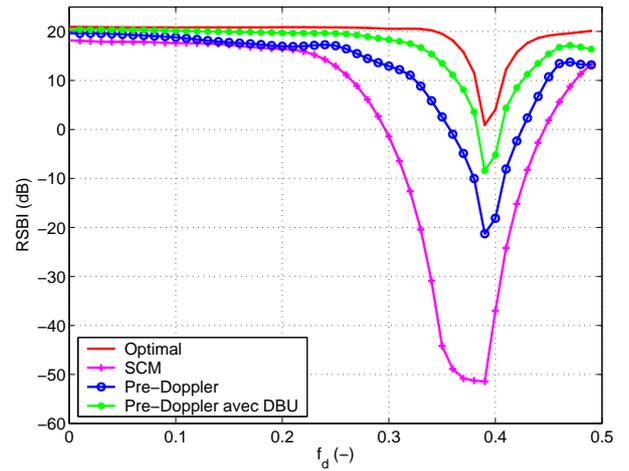


FIG. 3 – Performances avec données synthétiques (100 simulations de Monte-Carlo) : $f_r = 750$ Hz, $f_0 = 450$ MHz, $B = 2$ MHz, $N = 8$, $M = 16$, $K = 3$, $v = 100$ m/s, $H = 5$ km, direction de visée est $\varphi = 0^\circ$, $CNR = 50$ dB, $SNR = 0$ dB, cellule sous test $\theta = -10^\circ$.

distance nécessaires à l'entraînement grâce à un processus d'estimation glissante. La composante DBU de l'algorithme, permet d'estimer et de combattre la non-stationnarité du fouillis. En revanche l'estimation de la matrice nécessite un nombre d'échantillons plus importants que le prévoit la loi RMB.

À terme, une méthode à rang réduit pourrait être greffée à l'algorithme proposé et permettrait ainsi une meilleure réduction du support d'entraînement, une des difficultés étant de déterminer le rang du fouillis de la matrice de covariance étendue.

Références

- [1] J. Ward. *Space-Time Adaptive Processing for Airborne Radar*. Lincoln Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, 1994.
- [2] R. Klemm. *Principles of Space-Time Adaptive Processing*. The Institution of Electrical Engineers, London, 2002.
- [3] J.R. Guerci, J.S. Goldstein et I.S. Reed. *Optimal and Adaptive Reduced-Rank STAP*. IEEE Transactions Aerospace Electronic Systems, avril 2000.
- [4] F.D. Lapiere, J.G. Verly et M. Van Droogenbroeck. *New Solutions to the Problem of Range Dependence in Bistatic STAP Radars*. IEEE Radar Conference, 2003.
- [5] J.R. Guerci et E.J. Baranoski. *Knowledge-Aided Adaptive Radar at DARPA*. IEEE Signal Processing Magazine, Janvier 2006.
- [6] S.D. Hayward. *Adaptive Beamforming for Rapidly Moving Arrays*. International Conference on Radar, octobre 1996.
- [7] M. Zatman. *Circular Array STAP*. IEEE Transactions Aerospace Electronic Systems, avril 2000.
- [8] P. Parker et A. Swindlehurst. *Extended Space-Time Autoregressive Filtering for Non-Stationary Interference*. IEEE Transactions Aerospace Electronic Systems (in review), mai 2002.
- [9] I.S. Reed, J.D. Mallett et L.E. Brennan. *Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays*, IEEE Transactions Aerospace Electronic Systems, novembre 1974.