

Transmission d'image assistée par le bruit en imagerie cohérente et incohérente

Solenna BLANCHARD¹, David ROUSSEAU^{*1}, Denis GINDRE², François CHAPEAU-BLONDEAU¹

¹Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Automatisés (LISA),
Université d'Angers, 62 avenue Notre Dame du Lac, 49000 Angers, France.

²Laboratoire des Propriétés Optiques des Matériaux et Applications (POMA),
Université d'Angers, 2 boulevard Lavoisier, 49000 Angers, France.

*correspondance : david.rousseau@univ-angers.fr

Résumé – La possibilité d'une influence bénéfique du bruit est étudiée sur les performances d'un système imageur non linéaire à seuil, en présence de bruit multiplicatif de type speckle ou de bruit additif comme le bruit thermique, tels qu'on les rencontre en imagerie cohérente et incohérente. Nous montrons, pour ces deux types de bruit, l'existence de régimes de fonctionnement où leur action peut améliorer la qualité de l'image transmise par le système imageur. Des expressions analytiques exactes de la performance optimale, ainsi que du niveau de bruit correspondant à injecter, sont obtenues. Ces expressions permettent de mieux comprendre les effets de bruit utile spécifiques à l'imagerie.

Abstract – The possibility of a beneficial influence of noise is studied on the performance of a nonlinear imaging system with threshold, in the presence of multiplicative speckle noise or additive noise like the thermal noise, as they are encountered in coherent imaging and incoherent imaging. We show, for these two types of noise, the existence of operating conditions for which the action of noise can improve the quality of the transmission by the imaging system. Exact analytical expressions of the optimal performance, as well as the corresponding level of noise to inject, are obtained. These expressions allow a better understanding of the specific effects of useful noise with images.

1 Introduction

Il est désormais reconnu (pour des synthèses voir [1] en électronique et [2] en traitement du signal) que la présence d'un niveau de bruit non nul dans certains systèmes non linéaires peut profiter à la transmission ou au traitement de l'information par ces systèmes. Ces effets, que l'on rassemble sous le terme générique de résonance stochastique, ont été jusqu'ici essentiellement étudiés dans des situations impliquant des signaux unidimensionnels, et relativement peu a été fait en direction des images [3, 4, 5, 6, 7, 8]. Dans cet article, nous proposons de nouvelles explorations autour d'une forme très récente de résonance stochastique appliquée à des images [9, 8]. Ainsi, nous envisageons une situation d'acquisition d'images de niveaux de gris en présence de bruit. Nous nous intéressons d'une part à l'imagerie incohérente où un problème courant d'acquisition est lié au bruit thermique, d'autre part à l'imagerie cohérente impliquant le bruit de speckle. Le cas particulier du bruit de speckle est spécifiquement intéressant puisqu'il met en jeu un couplage signal-bruit multiplicatif qui dans le contexte des études sur les effets de bruit utile a reçu relativement peu d'attention jusqu'à présent [10, 11, 12, 13, 14, 16]. Pour les deux types de bruit considérés dans ce travail, nous menons une analyse théorique d'une situation de transmission d'image assistée par le bruit, qui permet d'aller jusqu'à établir des expressions analytiques explicites pour les niveaux optimaux du bruit et les efficacités maximales résultantes.

2 Bruit multiplicatif ou additif

Soit $S(u, v)$ une image d'entrée, où (u, v) sont des entiers indexant les pixels, avec une intensité $S(u, v) \in [0, 1]$. Nous allons considérer la présence d'un bruit $N(u, v)$ qui va dégrader chaque pixel de l'image $S(u, v)$. Les valeurs du bruit sont supposées indépendantes d'un pixel à l'autre, et sont prises identiquement distribuées avec la fonction de répartition $F_N(j) = \Pr\{N(u, v) \leq j\}$. L'image à transmettre $S(u, v)$ et le bruit $N(u, v)$ sont couplés pour produire une image intermédiaire $X(u, v)$ qui est présentée à un capteur d'image. Ce capteur délivre en sortie l'image observable $Y(u, v)$ suivant la relation

$$Y(u, v) = g[X(u, v)], \quad (1)$$

où la caractéristique entrée-sortie $g(\cdot)$ du capteur d'images et le type de couplage signal-bruit sont, à ce stade, des fonctions arbitraires. Afin de quantifier la qualité de l'acquisition, nous introduisons une mesure de similarité entre l'image d'entrée $S(u, v)$, supposée suffisamment grande pour qu'une description statistique soit valide, et l'image observée en sortie $Y(u, v)$. Nous choisissons l'écart quadratique moyen, une mesure usuelle dans le domaine du traitement des images,

$$E_{SY} = \sqrt{\langle (S - Y)^2 \rangle}, \quad (2)$$

où $\langle \dots \rangle$ représente une moyenne spatiale sur l'ensemble des pixels de l'image. Le bruit observé dans les images possède des origines physiques variées suivant le type d'ima-

gerie considéré. En imagerie cohérente (SAR, sonar, laser), une onde monochromatique éclaire la scène à imager avec une phase uniforme dans l'espace. En se réfléchissant, l'onde incidente voit sa phase perturbée par les variations microscopiques dues à la rugosité inhérente de la scène, à l'échelle de la longueur d'onde. Sur le capteur d'image, certaines variations de la phase s'additionnent constructivement donnant de fortes intensités, d'autres interfèrent destructivement en donnant de faibles intensités. Il en résulte des variations d'intensités aux allures granulaires appelées speckle, qui peuvent être modélisées par un couplage signal-bruit multiplicatif [15]. L'image intermédiaire arrivant sur le capteur est alors décrite par

$$X(u, v) = S(u, v) \times N(u, v), \quad (3)$$

avec la densité de probabilité $p_N(j)$ du bruit de speckle $N(u, v)$ qui est donnée par [15]

$$p_N(j) = \frac{1}{\sigma_N} \exp\left(-\frac{j}{\sigma_N}\right), \quad j \geq 0, \quad (4)$$

avec la moyenne et l'écart-type qui s'identifient à σ_N et la valeur efficace à $\sqrt{2}\sigma_N$. Les Éqs. (3) et (4), constituent un modèle simple de speckle rendant bien compte de la réalité quand la taille d'un pixel du capteur d'image est petite devant celle d'un grain de speckle [15]. En imagerie incohérente, où l'onde qui éclaire la scène à imager est incohérente, on n'est pas sensible aux effets de déphasage, typiques de l'imagerie cohérente et à l'origine du speckle. D'autres phénomènes peuvent néanmoins perturber l'acquisition des images, comme le bruit thermique souvent modélisé par un couplage signal-bruit additif

$$X(u, v) = S(u, v) + N(u, v), \quad (5)$$

où la densité de probabilité $p_N(j)$ de $N(u, v)$ est gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type σ_N

$$p_N(j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_N} \exp\left(-\frac{j^2}{2\sigma_N^2}\right). \quad (6)$$

Nous allons montrer avec les deux couplages signal-bruit des Éqs. (3) et (5) des situations où une augmentation du niveau du bruit $N(u, v)$ peut se traduire par une amélioration de l'image acquise mesurable par une diminution de l'écart quadratique moyen de l'Éq. (2).

3 Transmission non linéaire

Pour illustration, le détecteur d'image $g(\cdot)$ est un capteur binaire à seuil θ , i.e.

$$g[X(u, v)] = \begin{cases} 0 & \text{pour } X(u, v) \leq \theta \\ 1 & \text{pour } X(u, v) > \theta \end{cases} \quad (7)$$

Ce capteur binaire constitue un modèle très simple pour les capteurs d'images quand ils opèrent, dans le domaine des faibles flux, proche de leur seuil de détectabilité. La caractéristique $g(\cdot)$ peut également représenter une étape dans un processus plus complexe telle que le pas élémentaire d'un quantificateur, ou le seuil présent dans divers processus de haut niveau de traitement de l'information (détection, segmentation). Dans la suite, nous considérons

une image binaire, visible en encart de la Fig. 2, de niveaux de gris $S(u, v) \in \{R_0, R_1\}$ avec $R_0 < R_1$ de 300×273 pixels, pour laquelle la probabilité d'avoir un pixel à R_1 est $\Pr\{S = R_1\} = p_1$ et $\Pr\{S = R_0\} = 1 - p_1$. La qualité des images transmises par le capteur binaire de l'Éq. (7) est mesurée ici par l'écart quadratique moyen entre l'image de sortie $Y(u, v)$ et une référence binaire $S'(u, v)$ similaire à $S(u, v)$ mais avec $R_0 = 0$ (l'arrière-plan) et $R_1 = 1$ (l'objet). Dans ce contexte, l'écart quadratique moyen de l'Éq. (2) s'exprime comme

$$E_{S'Y} = \sqrt{p_1 + q_1 - 2p_1p_{11}}, \quad (8)$$

avec les probabilités conditionnelles $p_{1k} = \Pr\{Y = 1 | S = R_k\}$ et $q_1 = \Pr\{Y = 1\} = p_1p_{11} + (1-p_1)p_{10}$. Nous sommes maintenant prêts à étudier l'évolution de l'écart quadratique moyen en fonction du niveau σ_N du bruit $N(u, v)$ avec les deux couplages signal-bruit des Éqs. (3) et (5).

4 Transmission assistée par le bruit

Les Figs. 1 et 2 illustrent les possibilités d'un effet bénéfique du bruit dans les processus de transmission d'images. Ces possibilités sont manifestées par une évolution non monotone de l'écart quadratique moyen entrée-sortie, qui passe par un minimum lorsque l'amplitude efficace du bruit croît. Ceci se produit avec toutes les valeurs du seuil θ pour le bruit multiplicatif de type speckle (Fig. 1), et uniquement quand $\theta > 1$ pour le bruit additif de type thermique (Fig. 2). Ainsi, les Figs. 1 et 2 montrent qu'il existe des conditions pour lesquelles l'écart quadratique moyen de l'Éq. (8) entre l'image d'entrée $S'(u, v)$ et l'image $Y(u, v)$ en sortie du capteur à seuil de l'Éq. (7), passe par un minimum pour un niveau de bruit optimal $\sigma_{N\text{opt}}$ non nul. C'est ici la signature d'un effet de transmission d'image assistée par le bruit, ou résonance stochastique.

5 Calcul théorique des niveaux de bruit optimaux

Dans la plupart des études sur des effets de bruit utile, il est souvent difficile de pousser l'analyse au delà du calcul numérique de l'évolution de la performance en fonction du niveau de bruit, comme représenté sur les Figs. 1 et 2. Grâce aux choix opérés ici, nous montrons qu'il est possible d'aller plus loin, en déterminant de manière explicite les expressions théoriques exactes pour le niveau de bruit optimal $\sigma_{N\text{opt}}$ et pour le minimum de l'écart quadratique moyen qu'il permet d'atteindre. Les minima de l'écart quadratique moyen de l'Éq. (8) vérifient $\frac{\partial E_{S'Y}}{\partial \sigma_N} = 0$, ce qui revient à résoudre

$$(1 - p_1) \frac{\partial p_{10}}{\partial \sigma_N} - p_1 \frac{\partial p_{11}}{\partial \sigma_N} = 0. \quad (9)$$

Pour le couplage multiplicatif des Éqs. (3) et (4), la solution de l'Éq. (9) s'écrit

$$\sigma_{N\text{opt}} = \frac{R_1 - R_0}{R_0 R_1} \frac{\theta}{\ln(K_a)} \quad (10)$$

avec $K_a = \frac{R_1}{R_0} \frac{1 - p_1}{p_1}$.

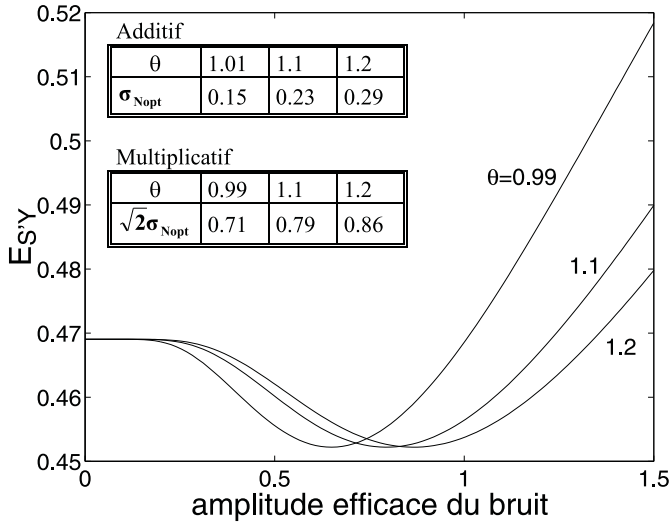


FIG. 1 – Écart quadratique moyen de l'Éq. (8) en fonction de l'amplitude efficace $\sqrt{2}\sigma_N$ du bruit multiplicatif de type speckle $N(u, v)$, pour différentes valeurs du seuil θ du capteur d'images de l'Éq. (1). Les autres paramètres sont $R_0 = 1/2$, $R_1 = 1$, et $p_1 = 0.22$. Le tableau en encart donne les valeurs optimales du niveau de bruit pour les deux types de bruit.

On observe qu'il existe, dans l'Éq. (10), des domaines où le niveau optimal $\sigma_{N_{opt}}$ du bruit $N(u, v)$ est positif et non nul quand $\theta \neq 0$, $p_1 \neq 1$, $R_0 < R_1$ si $K_a > 1$. De même, pour le couplage additif des Éqs. (5) et (6), l'Éq. (9) donne

$$\sigma_{N_{opt}} = \sqrt{\frac{(\theta - R_0)^2 - (\theta - R_1)^2}{2 \ln(K_b)}} \quad (11)$$

avec $K_b = \frac{\theta - R_0}{\theta - R_1} \frac{1 - p_1}{p_1}$,

et, à nouveau, il existe des domaines où le niveau optimal $\sigma_{N_{opt}}$ du bruit $N(u, v)$ est positif et non nul, quand $\theta > R_0$, $\theta > R_1$, $p_1 \neq 1$ et $K_b > 1$. Les Éqs. (10) et (11) permettent en particulier de connaître à l'avance si le bruit peut être bénéfique à la transmission. Par exemple, on obtient une valeur négative de K_b pour les conditions de la Fig. 2 et pour $\theta < 1$, ce qui interdit l'existence d'un niveau de bruit $\sigma_{N_{opt}}$ réel minimisant $E_{S'Y}$. Et en effet, on observe sur la Fig. 2 que l'image d'entrée est mieux transmise sans bruit. Comme on peut le constater sur le tableau en encart de la Fig. 1, les positions du niveau de bruit optimal $\sigma_{N_{opt}}$ prédites par les Éqs. (10) et (11) montrent un accord exact avec les calculs numériques.

Les expressions des Éqs. (10) et (11) permettent d'appréhender complètement le phénomène de transmission d'image assistée par le bruit, en fonction des paramètres physiques du processus. Ainsi, il est également possible d'exprimer analytiquement de façon explicite à partir des Éqs. (10) et (11) les écarts quadratiques minimaux $E_{S'Y_{min}}$ atteints pour les niveaux de bruit optimaux $\sigma_{N_{opt}}$. En injectant les expressions des $\sigma_{N_{opt}}$ des Éqs. (10) et (11) dans l'expression de l'Éq. (8), on obtient, pour le couplage mul-

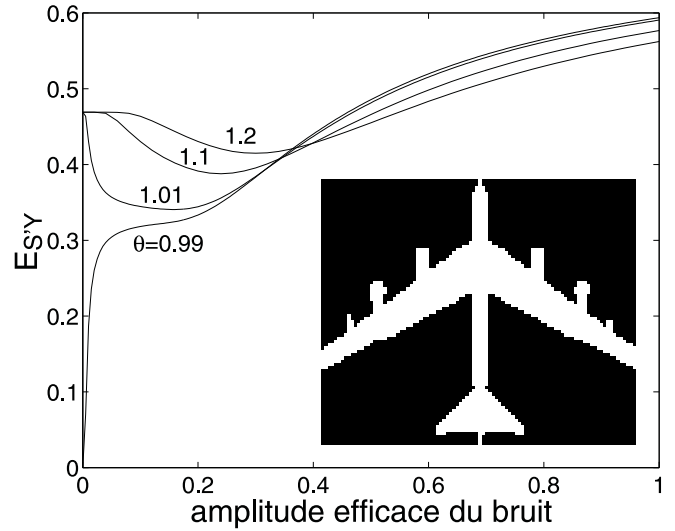


FIG. 2 – Écart quadratique moyen de l'Éq. (8) en fonction de l'amplitude efficace σ_N du bruit additif de type thermique $N(u, v)$, pour différentes valeurs du seuil θ . Les autres paramètres sont $R_0 = 1/2$, $R_1 = 1$, et $p_1 = 0.22$. L'image de référence $S'(u, v)$ est présentée en encart.

tiplicatif,

$$E_{min} = \left[p_1 + (1 - p_1) K_a^{\frac{R_1}{R_0 - R_1}} - p_1 K_a^{\frac{R_0}{R_0 - R_1}} \right]^{1/2}, \quad (12)$$

avec K_a donné par l'Éq. (10). Dans le cas du bruit multiplicatif, la valeur minimale de l'Éq. (12) de l'écart quadratique moyen est indépendante du seuil θ du capteur d'images. En revanche, dans le cas du bruit additif, l'écart quadratique minimal

$$E_{min} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[1 - (1 - p_1) \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{\ln(K_b)}{1 - \left(\frac{\theta - R_1}{\theta - R_0} \right)^2}} \right) + p_1 \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{\ln(K_b)}{\left(\frac{\theta - R_0}{\theta - R_1} \right)^2 - 1}} \right) \right]^{1/2}, \quad (13)$$

fait intervenir le seuil du capteur d'images. Ainsi, dans le cas additif, le signal doit être situé sous le seuil pour pouvoir profiter d'une injection de bruit alors qu'une telle condition n'existe pas dans le cas multiplicatif. On peut également s'intéresser à l'évolution de l'écart quadratique moyen minimal en fonction du contraste en intensité de l'image d'entrée pris comme le rapport R_1/R_0 . On voit, avec les Éqs. (12) et (13) que, pour le bruit additif comme pour le bruit multiplicatif, l'écart quadratique moyen minimal augmente de façon monotone quand le contraste R_1/R_0 diminue. L'analyse des Éqs. (10) à (13) permet de mieux comprendre les différences et les points communs des mécanismes des effets de bruit utile en présence de couplage signal-bruit additif ou multiplicatif.

6 Conclusion

La possibilité d'une transmission assistée par le bruit est observée ici avec deux types d'imagerie différents. La démonstration, corroborant celle de [9], est enrichie ici par une analyse théorique qui fournit, pour la première fois dans les contextes de bruits additifs et multiplicatifs, une expression analytique explicite exacte du niveau de bruit optimal $\sigma_{N_{opt}}$ à injecter pour favoriser au mieux la transmission de l'image. La possibilité de cette analyse théorique est à souligner car c'est un fait très rare dans le cadre des analyses des effets de bruit utile dans les systèmes non linéaires où l'on est souvent contraint d'avoir recours, au moins partiellement, aux simulations numériques.

Les systèmes d'acquisition d'images cohérente et incohérente que nous avons considérés sont modélisés ici dans leur forme la plus simple, dans le but justement d'obtenir une première preuve de faisabilité calculable de façon analytique complète. Les études sur les effets de bruit utile montrent, qu'en général, l'effet bénéfique du bruit est préservé de façon robuste lorsque l'on considère des variations plus élaborées en partant des ingrédients minimaux. Ainsi, les résultats de cette étude nous permettent d'envisager des explorations dans de nombreuses directions, en considérant d'autres types de caractéristique entrée-sortie de capteur imageur, voire même d'autres types de couplage signal-bruit rencontrés en imagerie. Concernant les images d'entrée, des modèles plus sophistiqués avec des niveaux de gris distribués au lieu de niveaux discrets fixés R_0 and R_1 peuvent être envisagés. Une étude préliminaire [9] a montré que la possibilité d'un effet de transmission d'image assistée par le bruit est préservée quand les niveaux de gris sont distribués de façon connue. Dans le cas où les paramètres de l'image d'entrée ne sont pas parfaitement connus, une approche bayésienne pourrait être développée comme dans [17]. Dans le cas extrême où aucune connaissance a priori n'est disponible sur l'image d'entrée, des procédures adaptatives peuvent être mises en œuvre afin d'ajuster le bruit au niveau optimal maximisant la transmission de l'image (voir par exemple [18]). Les analyses théoriques présentées ici ont été récemment validées expérimentalement avec un dispositif optique où le niveau du bruit est contrôlé par l'intensité d'un faisceau laser [8]. Dans cette direction, des mises en œuvre expérimentales plus poussées peuvent être envisagées afin de tirer parti des différentes explorations théoriques et de leur développement concernant les effets de bruit utile en imagerie.

Références

- [1] G. P. Harmer, B. R. David, D. Abott. *A review of stochastic resonance : Circuits and measurement*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 51, pp. 299–309, 2002.
- [2] F. Chapeau-Blondeau, D. Rousseau. *Noise improvements in stochastic resonance : From signal amplification to optimal detection*. Fluctuation and Noise Letters, vol. 2, pp. 221–233, 2002.
- [3] R. Etchnique, J. Aliaga. *Resolution enhancement by dithering*. American Journal of Physics, vol. 72, pp. 159–163, 2004.
- [4] A. Histace, D. Rousseau. *Constructive action of noise for impulsive noise removal in scalar images*. Electronics Letters, vol. 42, pp. 393–395, 2006.
- [5] B. McNamara, K. Wiesenfeld, R. Roy. *Observation of stochastic resonance in a ring laser*. Physical Review E, vol. 60, pp. 2626–2629, 1988.
- [6] B. M. Jost, B. E. A. Saleh. *Signal-to-noise ratio improvement by stochastic resonance in a unidirectional photorefractive ring resonator*. Optics Letters, vol. 21, pp. 287–289, 1996.
- [7] F. Vaudelle, J. Gazengel, G. Rivoire, X. Godivier, F. Chapeau-Blondeau. *Stochastic resonance and noise-enhanced transmission of spatial signals in optics : The case of scattering*. Journal of the Optical Society of America B, vol. 15, pp. 2674–2680, 1998.
- [8] S. Blanchard, D. Rousseau, D. Gindre, F. Chapeau-Blondeau. *Constructive action of the speckle noise in a coherent imaging system*. Optics Letters, 2007 (sous presse).
- [9] S. Blanchard, D. Rousseau, F. Chapeau-Blondeau. *Noise-assisted image transmission with speckle noise*. Proc. 5th Int. Symp. on Physics in Signal and Image Processing, 31 Jan.–2 Feb. 2007, Mulhouse, France.
- [10] M. I. Dykman, D. G. Luchinsky, P. V. E. McClintock, N. D. Stein, N. G. Stocks. *Stochastic resonance for periodically modulated noise intensity*. Physical Review A, vol. 46, pp. R1713–R1716, 1992.
- [11] L. Gammaitoni, F. Marchesoni, E. Menichella-Saetta, S. Santucci. *Multiplicative stochastic resonance*. Physical Review E, vol. 49, pp. 4878–4881, 1994.
- [12] V. Berdichevsky, M. Gitterman. *Multiplicative stochastic resonance in linear systems : Analytical solution*. Europhysics Letters, vol. 36, pp. 161–165, 1996.
- [13] P.-O. Amblard, S. Zozor. *Cyclostationarity and stochastic resonance in threshold devices*. Physical Review E, vol. 59, pp. 5009–5020, 1999.
- [14] Y. Jia, S.-N. Yu, J.-R. Li. *Stochastic resonance in a bistable system subject to multiplicative and additive noise*. Physical Review E, vol. 62, pp. 1869–1878, 2000.
- [15] P. Réfrégier. *Noise Theory and Application to Physics*. Springer, New York, 2004.
- [16] A. Nikitin, N. G. Stocks, R. P. Morse. *Enhanced information transmission with signal-dependent noise in an array of nonlinear elements*. Physical Review E, vol. 75, 021121, 2007.
- [17] F. Chapeau-Blondeau, D. Rousseau. *Noise-enhanced performance for an optimal Bayesian estimator*. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 52, pp. 1327–1334, 2004.
- [18] S. Mitaim, B. Kosko. *Adaptive stochastic resonance*. Proceedings of the IEEE, vol. 86, pp. 2152–2183, 1998.