

# Amélioration de la classification et de la détection par filtrage tensoriel des images hyperspectrales

Nadine RENARD, Salah BOURENNANE,

Institut Fresnel / CNRS UMR 6133 - Ecole Centrale Marseille,  
D.U. de Saint Jérôme F-13397 MARSEILLE Cedex 20, FRANCE.  
nadine.renard@fresnel.fr, salah.bourennane@fresnel.fr

**Résumé** – La classification et la détection sont deux finalités importantes en imagerie hyperspectrale. Avec pour objectif d’améliorer leur efficacité dans un environnement bruité, cet article présente une méthode de filtrage basée sur une représentation tensorielle des données. L’intérêt apporté est de prendre en compte l’information spatiale et spectrale lors de ce traitement.

**Abstract** – The two main issues in hyperspectral imagery are the target detection and the classification. With the aim of improving their efficiency, this paper introduces a tensor modeling based denoising method. The major interest is to take into account the spatial and spectral information during this processing.

## 1 Introduction

La haute résolution spectrale des imageurs hyperspectraux permet l’analyse subtile des variations spectrales. En effet, ces capteurs acquièrent des images d’une même scène sur plusieurs centaines de longueurs d’ondes, fournissant ainsi des données considérables sur les cibles au sol. Les principales applications sont la détection de cibles et la classification des matériaux présents dans la scène. La Fig. 1 illustre un exemple de cibles présentes dans l’image HYDICE et leurs signatures spectrales. Ces images hyperspectrales (IHS) ont la plupart du temps un bon rapport signal sur bruit (RSB) mais pas toujours suffisant pour extraire de façon *optimale* les informations sur les cibles. Le bruit radiométrique, les déformations du capteur CCD, ainsi que les effets atmosphériques et ceux dus aux post-traitements génèrent des dégradations sur les données. Dans ce papier, nous nous intéressons au bruit radiométrique, incluant le bruit de photon, qui est dû aux appareils électroniques et à la quantification. Ce bruit peut être modélisé par un bruit additif blanc gaussien même si des corrélations spectrales existent [3]. Les effets dus à un défaut de conception de la matrice CCD sont aujourd’hui maîtrisés [2] et en éliminant les bandes dites d’absorption de vapeur d’eau, on s’affranchit des bandes où la puissance du signal est trop faible.

Mais les IHS sont des données multidimensionnelles de grandes tailles qui ne sont pas triviales à analyser. Un schéma basique de restauration consiste à débruiter indépendamment chaque bande spectrale. Mais cette méthode ne tient pas compte de la forte corrélation qu’il existe entre les bandes. Pour palier à cela, un autre procédé consiste à diagonaliser la matrice de corrélation spectrale dans le but de filtrer spatialement les bandes ainsi décorréelées [1]. Cette transformation linéaire est réalisée soit par l’analyse en composantes principales (ACP) soit par la transformée de Fourier discrète. Cette stratégie utilise les informations spatiales et spectrales mais les traite séparément.

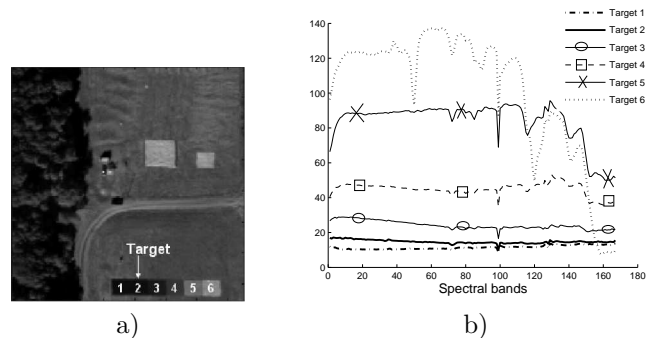


FIG. 1 – a) cibles de l’image HYDICE , b) signature spectrale des cibles

Dans ce papier, nous proposons une méthode de filtrage adaptée aux données hyperspectrales qui analyse conjointement la dimension -mode- spatiale et spectrale. Notre objectif est de rendre plus robuste au bruit les algorithmes de détection et de classification [8, 7]. Notre méthode est basée sur une modélisation tensorielle des IHS que nous désignons par un tableau à trois dimensions - un tenseur d’ordre trois. Les outils d’algèbre multilinéaire permettent d’étudier le tenseur de données dans son ensemble, au lieu d’adapter les données aux traitements matriciels. Une telle représentation a déjà fourni des résultats innovants en reconnaissance de faces [11], en traitement de signaux sismiques ou encore d’image couleur [9]... L’efficacité des méthodes par sous-espaces dépend de l’estimation de la dimension du sous-espace signal utile. Au vu des dimensions importantes des IHS toute méthode empirique est à proscrire, nous proposons d’intégrer un critère qui estime cette dimension pour chacun des trois modes.

Dans la suite la section 2 présente un rappel sur l’algèbre multilinéaire. Dans la section 3 nous présentons une méthode originale de filtrage tensoriel des IHS. Dans la section 4 les résultats obtenus en détection et en classification qui montrent l’intérêt de la méthode proposée.

## 2 Rappels d'algèbre multilinéaire

On définit un tenseur d'ordre 3 comme étant un tableau multidimensionnel dont chaque élément est accessible via 3 indices. Nous notons ce tenseur  $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ , où  $I_n$  représente la dimension de l'espace  $E_n$  associé au mode  $n$ .

On peut étudier les propriétés d'un tenseur dans une direction  $n$ -modale particulière. La dépliante du tenseur  $\mathcal{X}$  dans le  $n$ -mode, noté  $\mathbf{X}_n$ , définit l'espace vectoriel  $E_n$  associé au mode  $n$ . La dépliante  $\mathbf{X}_n$  est composée de vecteurs colonnes de dimension  $I_n$  obtenus en fixant les autres indices ( $\neq n$ ) et en faisant varier l'indice  $n$  de 1 à  $I_n$ .

Tout comme une matrice, un tenseur peut se décomposer en valeurs singulières. La décomposition de Tucker3 [10] correspond à la généralisation au tenseur de la décomposition en valeurs singulières matricielle. Pour un tenseur d'ordre 3,  $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ , la décomposition de Tucker3 s'exprime par :

$$\mathcal{X} = \mathcal{S} \times_1 \mathbf{U}^{(1)} \times_2 \mathbf{U}^{(2)} \times_3 \mathbf{U}^{(3)}, \quad (1)$$

dans laquelle  $\mathbf{U}^{(n)}$  est une matrice de dimension  $(I_n \times I_n)$  contenant les vecteurs singuliers associés au mode  $n$ ,  $\forall n = 1, \dots, N$ .  $\mathcal{S} \in \mathbb{R}^{I_1 \times \dots \times I_N}$  est appelé le tenseur "Core", et  $\times_n$  est le  $n$ -mode produit dont toutes les propriétés peuvent être retrouvées dans [4].

## 3 Méthode proposée

### 3.1 Filtrage multimodal

Nous supposons que chaque bande IHS est bruitée par un bruit gaussien  $\mathbf{N}_i$ , avec  $i=1, \dots, I_3$  désignant l'indice de la bande spectrale. Le tenseur bruit,  $\mathcal{N}$ , est la concaténation des  $I_3$  matrices  $\mathbf{N}_i$ . Le tenseur  $\mathcal{R}$  contenant les données d'observations s'exprime alors :

$$\mathcal{R} = \mathcal{X} + \mathcal{N}, \quad (2)$$

où  $\mathcal{X}$  est le signal désiré.

Quand nous supposons que le bruit  $\mathcal{N}$  est indépendant du signal  $\mathcal{X}$ , l'espace vectoriel  $E_n$  de chaque mode  $n$  est la somme directe d'un sous-espace signal et d'un sous-espace bruit. L'objectif du filtrage multimodal est de ne conserver que l'information associée au signal dans chacun des trois modes. L'estimation des données peut s'exprimer :

$$\hat{\mathcal{X}} = \mathcal{R} \times_1 \mathbf{H}^{(1)} \times_2 \mathbf{H}^{(2)} \times_3 \mathbf{H}^{(3)}, \quad (3)$$

D'un point de vue du traitement du signal, le produit  $n$ -modal,  $\times_n$  pour  $n=1,2,3$ , est le filtrage  $n$ -modal du tenseur  $\mathcal{R}$  par le filtre  $n$ -modal  $\mathbf{H}^{(n)}$ . Le critère d'optimisation des filtres  $n$ -modaux  $\{\mathbf{H}^{(n)}, n=1, 2, 3\}$  est la minimisation de l'erreur quadratique moyenne entre le tenseur d'observation  $\mathcal{R}$  et le tenseur désiré  $\mathcal{X}$ , telle que :

$$e(\mathbf{H}^{(1)}, \mathbf{H}^{(2)}, \mathbf{H}^{(3)}) = \mathbb{E} \left( \left\| \mathcal{X} - \mathcal{R} \times_1 \mathbf{H}^{(1)} \times_2 \mathbf{H}^{(2)} \times_3 \mathbf{H}^{(3)} \right\|^2 \right), \quad (4)$$

La résolution de ce problème d'optimisation non linéaire des moindres carrés est obtenue à l'aide de processus itératif et numérique [4] appelé l'algorithme des moindres carrés alternés. Cet algorithme permet de déterminer les

filtres  $n$ -modaux conjointement, il y a ainsi une interdépendance dans le traitement des modes. Itération après itération les filtres  $n$ -modaux sont ajustés, jusqu'à obtenir un filtre tensoriel *optimal* au sens des moindres carrés.

Ainsi, l'estimation d'un filtre  $n$ -modal  $\mathbf{H}^{(n)}$  dépend de l'effet des autres filtres  $\mathbf{H}^{(m)}$ , avec  $m \neq n$ , sur le tenseur d'observation  $\mathcal{R}$ . On retrouve cette interdépendance dans l'expression du filtre  $n$ -modal  $\mathbf{H}^{(n)}$  [9] :

$$\mathbf{H}^{(n)} = \mathbf{U}_s^{(n)} \Lambda_s^{(n)} \mathbf{U}_s^{(n)T} \quad (5)$$

où,

$$\Lambda_s^{(n)} = \text{diag} \left\{ \frac{\lambda_1^\gamma - \sigma_\gamma^{(n)2}}{\lambda_1^\Gamma}, \dots, \frac{\lambda_{K_n}^\gamma - \sigma_\gamma^{(n)2}}{\lambda_{K_n}^\Gamma} \right\} \quad (6)$$

dans laquelle  $\{\lambda_i^\gamma, \forall i = 1, \dots, K_n\}$  et  $\{\lambda_i^\Gamma, \forall i = 1, \dots, K_n\}$  sont les  $K_n$  plus grandes valeurs singulières, des matrices  $\mathbb{E} [\mathbf{X}_n \mathbf{H}^{(m)} \otimes \mathbf{H}^{(p)} \mathbf{R}_n^T]$  et  $\mathbb{E} [\mathbf{R}_n \mathbf{H}^{(m)T} \mathbf{H}^{(m)} \otimes \mathbf{H}^{(p)T} \mathbf{H}^{(p)} \mathbf{R}_n^T]$  respectivement avec  $m \neq p \neq n$ . De plus,  $\sigma_\gamma^{(n)2}$  peut être estimé en calculant la moyenne des  $I_n - K_n$  plus petites valeurs singulières  $\gamma_{RR}^{(n)}$ .

Du fait, du critère d'optimisation choisi, les filtres  $n$ -modaux peuvent être appelés des filtres de Wiener  $n$ -modaux définissant ainsi le filtre de Wiener multimodal (equation 3). En comparaison avec le filtre de Wiener 2D, les filtres de Wiener  $n$ -modaux sont calculés depuis les matrices de covariance des données pondérées par les gains des autres filtres.

Cependant, les équations (5) et (6) montrent l'importance des paramètres  $K_n$  dans l'estimation du filtre multimodal.

### 3.2 Estimation des rangs $n$ -modaux

Les méthodes par sous-espaces projettent les données sur un sous-espace de dimension réduite. L'estimation de cette dimension est cruciale, puisque si elle est sous-estimée, des informations utiles sont perdues et si elle est sur-estimée, du bruit va être pris en compte. Pour le filtre de Wiener multimodal, cette dimension utile correspond au nombre de valeurs singulières, ou encore au rang  $n$ -modal, de la matrice de covariance de la dépliante  $\mathbf{X}_n$  qui *optimise* la reconstruction de  $\mathcal{X}$  au sens des moindres carrés.

La Fig. 2 montre les effets visuels de la valeur des  $K_n$  pour  $n = 1,2,3$ , sur la restauration d'image effectuée par le filtre de Wiener multimodal pour des  $K_n$  fixés. Pour  $K_n$  fixé à 10 pour  $n = 1,2,3$ , l'estimation est visiblement dégradée. En imagerie hyperspectrale une des principales applications est la détection de cibles. En considérant les cibles définies à la Fig. 1, le Tableau 1 évalue les résultats de probabilité de détection à partir de données non-bruitées, bruitées et estimées par le filtre de Wiener multimodal pour des  $K_n$  fixés à 10 puis à 150. Ces résultats montrent que l'intérêt du filtrage sur la détection n'est pas vérifié pour si les valeurs de  $K_n$  sont sous-estimées. La probabilité de détecter une cible dépend du filtrage et des valeurs de  $K_n$ . Estimer les  $(K_1, K_2, K_3)$  permettra une restauration *optimale* au sens des moindres carrés, et améliorera la détection de cibles dans un environnement bruité.

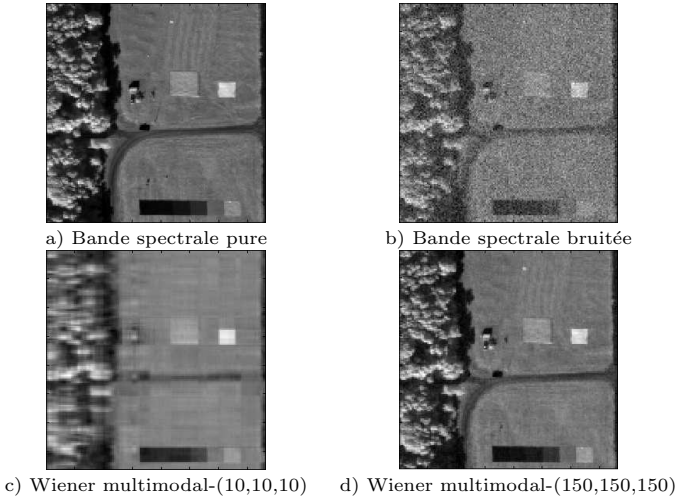


FIG. 2 – Impact visuel sur le choix des  $K_n$ -valeurs pour la restauration d'image par le filtre de Wiener multimodal- $(K_1, K_2, K_3)$ . Représentation de la même bande spectrale à 1009 nm de l'image HYDICE.

TAB. 1 – La probabilité de détecter les cibles, définies à la Fig. 1, par le détecteur ACE [6, 8] pour une probabilité de fausse alarme fixée à  $10^{-3}$  sur les données HYDICE introduites Fig. 2.

non-bruitées	bruitées	Wiener multimodal (10,10,10)	Wiener multimodal (150,150,150)
0.96	0.46	0.26	0.60

Nous proposons une méthode pour estimer la valeur des  $K_n$  pour chaque  $n$ -mode. L'extension du critère de détection est une approche bien connue et a été introduite par [12] en traitement d'antenne. Les dimensions du sous-espace signal utile soit, les rangs  $n$ -modaux du tenseur  $\mathcal{X}$  sont estimés en minimisant le critère d'information Akaike (AIC). Par conséquent, à partir des valeurs propres de la matrice de covariance de chaque dépliante  $n$ -modale, le critère de détection AIC peut s'exprimer :

$$AIC(k) = -2M \sum_{i=k+1}^{i=I_n} \log \lambda_i + M(I_n - k) \log \left( \frac{1}{I_n - k} \sum_{i=k+1}^{i=I_n} \lambda_i \right) + 2k(2I_n - k) \quad (7)$$

où  $(\lambda_i)_{1 \leq i \leq I_n}$  sont les  $I_n$  valeurs singulières de la matrice de covariance de la dépliante  $n$ -modale de  $\mathcal{R}$  :  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{K_n} > \lambda_{K_n+1} = \lambda_{K_n+2} = \dots = \lambda_{I_n} = \sigma^2$ , et  $M$  est le nombre de colonnes de la matrice dépliante  $\mathbf{R}_n$ .

La valeur  $K_n$  du rang  $n$ -modal est la valeur de  $k$  ( $k \in [1, \dots, I_n - 1]$ ) qui minimise le critère AIC. Dans l'algorithme des moindres carrés alternés du filtre de Wiener multimodal, une étape d'estimation des rangs  $n$ -modaux est insérée avant l'estimation des filtres  $n$ -modaux. Les valeurs des rangs  $n$ -modaux sont réajustées à chaque itération.

La Fig. 3 représente une bande spectrale du tenseur  $\hat{\mathcal{X}}$  estimé par le filtre de Wiener multimodal  $-(K_1, K_2, K_3)$  dont les  $K_n$ -valeurs ont été estimées par le critère AIC. Le filtre a été obtenu à partir du même tenseur bruité (Fig.



FIG. 3 – Bande spectrale estimée par le filtre de Wiener multimodal dont les  $K_n$  valeurs ont été estimées par AIC.

2 et Table 1), le critère AIC estime la valeur des rangs  $n$ -modaux  $-(K_1, K_2, K_3)$  à  $(74, 74, 14)$ . Visuellement, il n'est pas évident de constater les améliorations par rapport à la bande estimée par le filtre de Wiener multimodal  $-(150, 150, 150)$ . Mais la Table 2 montre que la probabilité de détection est nettement améliorée quand les rangs  $n$ -modaux sont judicieusement estimés.

TAB. 2 – La probabilité de détecter les cibles, définies à la Fig. 1, par le détecteur ACE [6, 8] pour une probabilité de fausse alarme fixée à  $10^{-3}$  à partir du filtre de Wiener multimodal dont les rangs  $n$ -modaux ont été estimés par AIC.

non-bruitées	bruitées	Wiener multimodal $-(74, 74, 14)$
0.96	0.46	<b>0.93</b>

## 4 Simulation et résultats

Nous montrons l'influence de notre méthode de filtrage sur les résultats de détection et de classification. On suppose que chaque bande spectrale est bruitée par un bruit Gaussien de même variance (équation 2).

Nous comparons notre méthode avec trois méthodes classiques. Les deux premières permettent de comparer l'influence d'une modélisation tensorielle avec les modèles classiques. Il s'agit d'une part de filtrer les données bande par bande avec un filtre de Wiener bidimensionnel, noté *2D-Wiener* et d'autre part de les filtrer à l'aide d'un filtre hybride PCA-Wiener bidimensionnel, noté *PCA-Wiener*. La troisième méthode permet de comparer la méthode proposée avec une autre méthode tensorielle mais dont le critère d'optimisation diffère, il s'agit de Lower Rank- $(K_1, K_2, K_3)$  Tensor Approximation, noté *LRTA- $(K_1, K_2, K_3)$*  [5].

**Résultats de détection :** On évalue les performances du détecteur de cibles classique en IHS qui est l'estimateur angulaire adapté (ACE) [6] en déterminant la probabilité de détecter une cible avec une probabilité de fausse alarme fixée à  $10^3$  pour plusieurs RSB. La probabilité de détection de ces cibles est déterminée sur une dizaine de réalisations de bruit, et ceci pour un RSB variant de -8dB à 30dB. Les résultats présentés Fig. 4 montre que notre méthode l'algorithme de détection fournit une probabilité de bonne détection supérieure à 0.7 jusqu'à un RSB égale à -2dB.

**Résultats de classification :** De même, on évalue, Fig. 5, les performances de l'algorithme de classification :

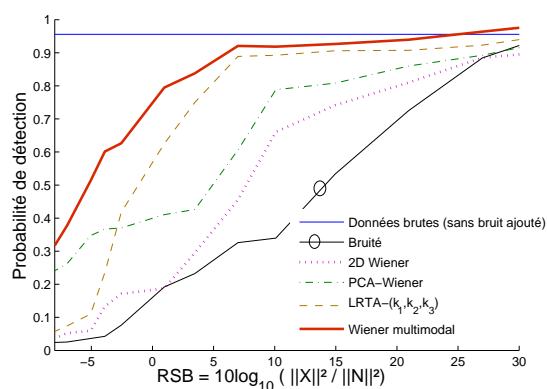


FIG. 4 – Résultat de détection : probabilité de détection en fonction du RSB pour une probabilité de fausse alarme  $=10^{-3}$

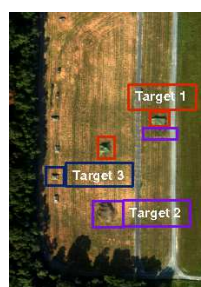
spectral angle mapper (SAM) [8], largement utilisé en IHS, en déterminant le taux de bonne classification sur l'ensemble de l'image en fonction du RSB. La Fig. 5 a) présente la scène testée où sont définies 7 classes : Les arbres, le champs, la route, l'ombre et 3 cibles. Les résultats de la Fig. 5 c) montrent que la méthode de filtrage tensoriel présentée permet à l'algorithme de classification de fournir un taux classification supérieur à 90% pour des RSB variant de 0 à 25 dB.

## 5 Conclusion

Nous avons proposé un algorithme de filtrage multidimensionnel dans le but d'améliorer les résultats de détection et de classification dans un environnement bruité. Cette méthode est basée sur une représentation tensorielle des données qui permet de considérer les données hyperspectrales dans leur ensemble. Grâce à l'algorithme des moindres carrés alternés, l'interdépendance entre les filtres  $n$ -modaux est prise en compte. Les domaines spectral et spatial sont ainsi analysés simultanément. De plus, le critère d'information Akaike permet l'estimation de la dimension du sous-espace signal utile dans chacun des modes. Aucune connaissance *a priori* n'est donc nécessaire. Nous avons montré qu'un tel filtre multimodal améliore les résultats de détection et de classification en restaurant de façon optimale, au sens des moindres carrés, les signatures spectrales des données hyperspectrales.

## Références

- [1] I. Atkinson, F. Kalamabadi, and D. Jones. Wavelet-based hyperspectral image estimation. *IGARSS '03*, 2 :743–745, January 2001.
- [2] J. F. Boltons. Full spectral imaging : a revisited approach to remote sensing. *Sensors, Systems, and Next-Generation Satellites VII, SPIE*, 5234 :243–251, sept 2003.
- [3] E. Christophe, D Leger, and C Mailhes. Quality criteria benchmark for hyperspectral imagery. *IEEE*



Classes	Echantillons d'apprentissage	Echantillons tests
champ	1 002	40 811
forêt	1 367	5 537
route	139	3 226
ombre	372	5 036
cible 1	128	519
cible 2	78	285
cible 3	37	223

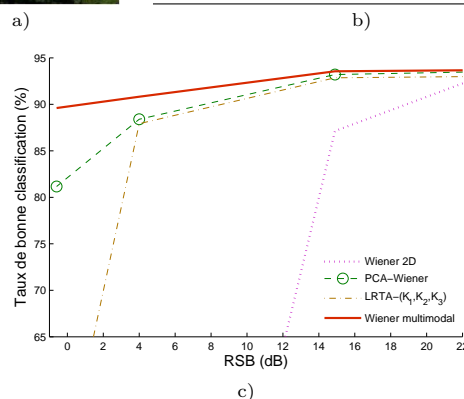


FIG. 5 – Résultats de classification : a) définition des classes sur l'image HYDICE, b) nombre de pixels pour apprentissage et test, c) taux de bonne classification en fonction du RSB.

*Trans. on Geosc. and Remote Sensing*, 43(09) :2103–2114, sept 2005.

- [4] L. De Lathauwer, B. De Moor, and J. Vandewalle. A multilinear singular value decomposition. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 21 :1253–1278, April 2000.
- [5] L. De Lathauwer, B. De Moor, and J. Vandewalle. On the best rank- $(r_1, \dots, r_N)$  approximation of higher-order tensors. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 21 :1324–1342, April 2000.
- [6] S. Kraut, L. Scharf, and L.T. McWhorter. Adaptive sub-space detectors. *IEEE Trans. Signal Processing*, 47(1) :11–16, January 2001.
- [7] D. Landgrebe. Hyperspectral image data analysis. *IEEE Signal Processing Magazine*, 19(1) :17–28, January 2002.
- [8] D. Manolakis and G. Shaw. Detection algorithms for hyperspectral imaging applications. *IEEE Signal Processing Magazine*, 19 :29–43, 2002.
- [9] D. Muti and S. Bourennane. Survey on tensor signal algebraic filtering. *Signal Processing Journal, Elsevier.*, 87 :237–249, Feb. 2007.
- [10] L.R. Tucker. The extension of factor analysis to three-dimensional matrices. pages 109–127. Holt, Rinehart and Winston, NY, 1964.
- [11] M. A. O. Vasilescu and D. Terzopoulos. Multilinear image analysis for facial recognition. In *IEEE Int. Conf. on Pattern Recognition (ICPR2002)*, volume 2, Quebec city, Canada, 11-15, August 2002.
- [12] M. Wax and T. Kailath. Detection of signals information theoretic criteria. *IEEE Transactions Acoustics Speech, and Signal Processing*, 33(2) :387–392, 1985.