

Algorithmes STAP récursifs sur la distance pour radar aéroporté en configuration non latérale

Sophie BEAU, Sylvie MARCOS

Laboratoire des Signaux et Systèmes, CNRS, Supelec
3, rue Joliot-Curie, 91192 Gif-sur-Yvette cedex
fourcade@lss.supelec.fr , marcos@lss.supelec.fr

Résumé – Cette communication traite de la détection de cibles mobiles sur fond de fouillis dans le cadre de radar aéroporté monostatique à visée non latérale. Dans cette configuration, la densité spectrale du fouillis présente une dépendance en distance qui introduit une non stationnarité en distance des données. Notre but ici est de mettre en valeur la capacité de poursuite de cette non stationnarité par des algorithmes récursifs sur la distance à complexité calculatoire linéaire et ce sans utilisation de méthodes de compensation qui s'avèrent coûteuses en temps de calcul et/ou nécessitent la connaissance des paramètres du radar.

Abstract – We address the problem of detecting slow moving target within ground clutter with a non sidelooking monostatic airborne radar. In this configuration the clutter is range dependent (non stationarity of the data). We here propose to underline the capability of linear complexity range recursive algorithms to track this non stationarity without the use of compensation methods who have a high computational cost and require the knowledge of radar parameters.

1 Introduction

La détection de cibles mobiles sur fond de fouillis est un problème majeur dans le domaine du radar aéroporté air/sol. Lorsque la vitesse de la cible est faible, cette détection est fortement dégradée du fait du déplacement du radar, le fouillis possédant alors un Doppler non nul. Ainsi, la fréquence Doppler de la cible à faible vitesse peut être masquée par une fréquence Doppler du fouillis. Le but est donc de créer un filtre spatio-temporel (STAP) réjecteur du fouillis [1]. Idéalement, le filtre STAP optimal au sens de la variance minimale est obtenu en fonction de la matrice de covariance du fouillis. Dans le cadre d'un radar monostatique (l'émetteur et le récepteur sont sur la même porteur) et pour une configuration latérale ou *sidelooking* (ie. le vecteur vitesse du porteur est colinéaire à l'axe de l'antenne radar), cette matrice et donc le filtre STAP qui en découle peuvent être estimés à partir des signaux mesurés sur les cellules distances secondaires donnant lieu à la méthode SMI : *Sample Matrix Inversion* [1]. Par contre, dans la configuration non latérale ou *non sidelooking* (ie. le vecteur vitesse du porteur n'est pas colinéaire à l'axe de l'antenne radar), les propriétés du fouillis sont modifiées, notamment une dépendance en distance de la matrice de covariance est observée introduisant une non stationnarité sur les données. Il existe des méthodes de compensation [2] mais leur mise en oeuvre est très contraignante de par leur complexité calculatoire qui s'avère rédhibitoire pour la réalisation de traitement en temps réel, et du fait qu'elles nécessitent la connaissance des paramètres du radar. Nous proposons ici comme alternative d'exploiter la capacité de poursuite des algorithmes adaptatifs récursifs initialement introduits dans le domaine temporel et plus récemment dans le domaine spatio-temporel [7]. Une brève explication de la géométrie de la configuration en visée non latérale sera donnée en section 2, montrant ainsi la dépendance en distance engendrée

sur les données. Puis les algorithmes récursifs sur la distance seront présentés et détaillés en section 3. Nous présenterons en section 4 des simulations illustrant leur capacité à poursuivre cette non stationnarité (dépendance en distance) des données. Enfin, nos remarques, conclusions ainsi que nos perspectives seront données en section 5.

2 Configuration non latérale

Une antenne radar linéaire uniforme (cf. Fig. 1) est portée par une plate-forme se trouvant à l'altitude h et de vitesse \mathbf{v}_a . Les signaux reçus sur chacun des capteurs et provenant de chaque impulsion sont collectés à chaque distance k . Nous supposons l'absence de brouilleur. Le vecteur spatio-temporel reçu s'exprime par :

$$\mathbf{x}(k) = \alpha_s \cdot \mathbf{v}(\vartheta_s, \varpi_s) + \mathbf{x}_c + \mathbf{x}_b$$

où α_s est l'amplitude de la cible, $\mathbf{v}(\vartheta_s, \varpi_s) = \mathbf{b}(\varpi_s) \otimes \mathbf{a}(\vartheta_s)$ où $\mathbf{b}(\varpi_s)$ est le vecteur temporel directionnel de la cible, $\mathbf{a}(\vartheta_s)$ le vecteur spatial directionnel de la cible et \otimes est le produit de kronecker. \mathbf{x}_b est la composante de bruit supposé gaussien et blanc spatialement et temporellement. Enfin le vecteur spatio-temporel du fouillis \mathbf{x}_c est modélisé de la manière suivante : les signaux de fouillis sont divisés en anneaux situés à la même distance R_c du radar, cet anneau est lui-même subdivisé en N_c éléments. Ainsi la composante de fouillis est de la forme :

$$\mathbf{x}_c = \sum_{i=1}^{N_c} \alpha_i \mathbf{v}(\vartheta_i, \varpi_i)$$

où α_i est l'amplitude du i^{em} élément de fouillis et \mathbf{v} est le vecteur spatio-temporel du fouillis.

Le radar est en configuration non latérale lorsque le vecteur vitesse de la plate-forme n'est pas parfaitement aligné avec

l'axe du radar. Ceci peut se produire en pratique dans deux cas : soit l'antenne radar n'est pas montée de côté (elle peut par exemple être montée de face ou bien être montée de côté et être rotative), soit l'antenne est bien à visée latérale mais pour compenser les effets du vent l'axe de la plate-forme doit être légèrement incliné afin de voler à l'horizontale malgré tout. L'angle formé alors entre le vecteur vitesse de la plate-forme et l'axe de l'antenne, appelé angle de crabe, est noté ϕ_a . La fréquence spatiale du fouillis s'écrit : $\vartheta_c = \frac{d \cdot \cos(\theta_c)}{\lambda} \sin(\phi_c)$ et la fréquence Doppler normalisée $\varpi_c = \frac{2v_a T_r}{\lambda} \cos(\theta_c) \sin(\phi_c + \phi_a)$, où d est l'espace inter-élément, λ est la longueur d'onde du radar et T_r est l'intervalle de répétition des impulsions (PRI). Enfin les angles θ_c et ϕ_c sont respectivement l'élévation et l'azimut d'un élément de fouillis. En approximant $\sin(\theta_c) \approx \frac{h}{R_c}$, nous pouvons exprimer la fréquence spatiale du fouillis en fonction de sa fréquence Doppler normalisée. Nous obtenons l'équation suivante :

$$\vartheta_c = \varpi_c \cos(\phi_a) \pm \frac{1}{2} \sin(\phi_a) \sqrt{1 - \left(\frac{h}{R_c}\right)^2 - 4\varpi_c^2}$$

La dépendance en distance impliquée par la configuration non latérale est entièrement due à la composante de fouillis. Nous remarquons qu'en configuration latérale, lorsque $\phi_a = 0^\circ$, la relation liant les fréquences spatiales et Doppler est indépendante de la distance. Par contre, dans le cas d'une configuration non latérale, une dépendance en distance est observée. Par conséquent, la matrice de covariance du fouillis est aussi dépendante en distance. La répartition spatio-temporelle de la puissance de fouillis (*Clutter ridges*) est représentée sur la Fig. 2 pour différentes valeurs de la distance. Cette dépendance en distance implique une non stationnarité des données. Des méthodes de compensation existent [2] mais sont très coûteuses en temps de calcul et nécessitent des connaissances *a priori* sur le radar. Les algorithmes récursifs sur la distance sont une alternative à ces problèmes.

3 Algorithmes récursifs sur la distance

Nous nous intéressons aux algorithmes récursifs basés sur les méthodes des sous-espaces. Après avoir étudié leur capacité de poursuite de non stationnarité en traitement d'antenne (sources et capteurs mobiles) [8], nous avons adapté ces algorithmes récursifs dans le temps au problème du STAP, c'est à dire à une récursivité sur la distance. Ils ont déjà montré de bonnes performances dans un cas stationnaire (configuration *sidelooking*) [7]. Notre but est ici de montrer si cette récursivité sur la distance peut compenser la dépendance en distance due à la configuration du radar.

3.1 Algorithmes à fonction de coût quadratique

Nous présentons tout d'abord quatre algorithmes qui sont basés sur la minimisation de l'erreur quadratique moyenne entre le signal source et son estimée. En effet, le but est de minimiser la fonction de coût suivante :

$$\mathbf{J}(\mathbf{W}(k)) = \sum_{i=1}^{k-i} \beta^{k-i} \|\mathbf{x}(i) - \mathbf{W}(k)\mathbf{W}(k)^H \mathbf{x}(i)\|^2$$

où k est la cellule distance d'intérêt, i représente les cellules distance telles que $1 \leq i \leq k$, \mathbf{W} est le sous-espace interférence

estimé, \mathbf{x} est le vecteur de donnée et β est un facteur d'oubli compris entre 0 et 1. Les algorithmes suivants minimisent cette fonction de coût en utilisant en plus des approximations que nous allons rapidement présenter.

Algorithmes PAST et OPAST L'algorithme PAST (Projection Approximation Subspace Tracking) [3] simplifie ce problème de minimisation en un problème des moindres carrés pondéré de façon exponentielle en utilisant l'approximation suivante $\mathbf{W}(t)^H \mathbf{x}(k) \approx \mathbf{W}(k-1)^H \mathbf{x}(k)$. L'algorithme OPAST (Orthogonal Projection Approximation Subspace Tracking) [4] est une version orthonormalisée de l'algorithme précédent.

Algorithmes API et FAPI L'algorithme API (Approximated Power Iteration) [5] réalise une approximation moins restrictive que l'algorithme PAST. En effet c'est une approximation des projections du sous-espace estimé et non plus du sous-espace lui-même qui est réalisée. L'algorithme FAPI (Fast Approximated Power Iteration) [5] est une version de cet algorithme avec une mise en oeuvre rapide.

3.2 Algorithme à fonction de coût non quadratique : algorithme NIC

L'algorithme NIC (Novel Information Criterion) [6] utilise une variante non quadratique généralisée. La fonction de coût à maximiser est :

$$J(\mathbf{W}) = \frac{1}{2} \left(\text{tr} \left\{ \log \left(\mathbf{W}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{W} \right) \right\} - \text{tr} \left\{ \mathbf{W}^H \mathbf{W} \right\} \right)$$

où \mathbf{R}_{xx} est la matrice de covariance de \mathbf{x} . Le critère qui en découle ne présente qu'un maximum global correspondant au sous-espace interférence estimé.

3.3 Récursivité sur la distance

Table 1 Algorithme NIC

Initialisation : $\mathbf{W}(0) \leftarrow \mathbf{I}_{M \times N}$, δ petit entier positif,
 $\mathbf{Z}(0) \leftarrow \delta \cdot \mathbf{I}_{N \times N}$, $\tilde{\mathbf{W}}(0) \leftarrow$ matrice nulle

```

for  $k = 1$  to  $Nbr_{iteration}$  do
   $\mathbf{y}(k) = \mathbf{W}(k-1)^H \cdot \mathbf{x}(k)$ 
   $\mathbf{h}(k) = \mathbf{Z}(k-1) \cdot \mathbf{y}(k)$ 
   $\mathbf{g}(k) = \frac{\mathbf{h}(k)}{\beta + \mathbf{y}^H(k) \cdot \mathbf{h}(k)}$ 
   $\mathbf{Z}(k) = \frac{1}{\beta} \cdot (\mathbf{Z}(k-1) - \mathbf{g}(k) \cdot \mathbf{y}(k)^H \cdot \mathbf{Z}(k-1))$ 
   $\mathbf{e}(k) = \mathbf{x}(k) - \tilde{\mathbf{W}}(k-1)^H \cdot \mathbf{y}(k)$ 
   $\tilde{\mathbf{W}}(k) = \tilde{\mathbf{W}}(k-1) + \mathbf{e}(k) \cdot \mathbf{g}(k)^H$ 
   $\mathbf{W}(k) = (1 - \eta) \cdot \mathbf{W}(k-1) + \eta \cdot \tilde{\mathbf{W}}(k)$ 
end for

```

Table 2 Algorithmes PAST, OPASt, API et FAPI**Initialisation :** $\mathbf{W}(0) \leftarrow \mathbf{I}_{M \times N}$, $\mathbf{Z}(0) \leftarrow \mathbf{I}_{N \times N}$ **for** $k = 1$ to $Nbr_{iteration}$ **do****section principale**

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{W}(k-1)^H \cdot \mathbf{x}(k)$$

$$\mathbf{h}(k) = \mathbf{Z}(k-1) \cdot \mathbf{y}(k)$$

$$\mathbf{g}(k) = \frac{\mathbf{h}(k)}{\beta + \mathbf{y}^H(k) \cdot \mathbf{h}(k)}$$

$$\mathbf{e}(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{W}(k-1) \cdot \mathbf{y}(k)$$

section secondaire de PAST

$$\mathbf{Z}(k) = \frac{1}{\beta} \cdot (\mathbf{Z}(k-1) - \mathbf{g}(k) \cdot \mathbf{y}(k)^H \cdot \mathbf{Z}(k-1))$$

$$\mathbf{W}(k) = \mathbf{W}(k-1) + \mathbf{e}(k) \cdot \mathbf{g}(k)^H$$

section secondaire de OPASt

$$\gamma(k) = \frac{1}{\beta + \mathbf{y}^H(k) \cdot \mathbf{h}(k)}$$

$$\mathbf{Z}(k) = \frac{1}{\beta} \cdot (\mathbf{Z}(k-1) - \mathbf{g}(k) \cdot \mathbf{y}(k)^H \cdot \mathbf{Z}(k-1))$$

$$\tau(k) = \frac{\beta^2}{\|\mathbf{h}(k)\|^2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\beta^2 + \|\mathbf{y}(k) \cdot \mathbf{e}(k)\|^2 \|\mathbf{h}(k)\|^2}} - 1 \right)$$

$$\mathbf{p}'(k) = \frac{1}{\beta} \tau(k) \mathbf{W}(k-1) \mathbf{h}(k) + (\beta^2 + \tau(k) \|\mathbf{h}(k)\|^2) \gamma(k) \mathbf{e}(k)$$

$$\mathbf{W}(k) = \mathbf{W}(k-1) + \frac{1}{\beta} \mathbf{p}'(k) \cdot \mathbf{h}(k)^H$$

section secondaire de API

$$\Theta(k) = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{I}_{N \times N} + \|\mathbf{e}(k)\|^2 \mathbf{g}(k) \mathbf{g}(k)^H}}$$

$$\mathbf{Z}(k) = \frac{1}{\beta} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{g}(k) \cdot \mathbf{y}(k)^H) \mathbf{Z}(k-1) \Theta(k)^{-H}$$

$$\mathbf{W}(k) = (\mathbf{W}(k-1) + \mathbf{e}(k) \mathbf{g}(k)^H) \Theta(k)$$

section secondaire de FAPI

$$\varepsilon^2(k) = \|\mathbf{x}(k)\|^2 - \|\mathbf{y}(k)\|^2$$

$$\tau(k) = \frac{\varepsilon^2(k)}{1 + \varepsilon^2(k) \|\mathbf{g}(k)\|^2 + \sqrt{1 + \varepsilon^2(k) \|\mathbf{g}(k)\|^2}}$$

$$\eta(k) = 1 - \tau(k) \|\mathbf{g}(k)\|^2$$

$$\mathbf{y}'(k) = \eta(k) \mathbf{y}(k) + \tau(k) \mathbf{g}(k)$$

$$\mathbf{h}'(k) = \mathbf{Z}(k-1)^H \mathbf{y}'(k)$$

$$\varepsilon(k) = \frac{\tau(k)}{\eta(k)} (\mathbf{Z}(k-1) \mathbf{g}(k) - (\mathbf{h}'(k) \mathbf{g}(k)) \mathbf{g}(k))$$

$$\mathbf{Z}(k) = \frac{1}{\beta} (\mathbf{Z}(k-1) - \mathbf{g}(k) \mathbf{h}'(k)^H + \varepsilon(k) \mathbf{g}(k) \mathbf{g}(k)^H)$$

$$\mathbf{e}'(k) = \eta(k) \mathbf{x}(k) - \mathbf{W}(k-1) \mathbf{y}'(k)$$

$$\mathbf{W}(k) = \mathbf{W}(k-1) + \mathbf{e}'(k) \cdot \mathbf{g}(k)^H$$

end for

Ces algorithmes sont récursifs sur la distance dans la mesure où le vecteur de pondération du filtre réjecteur à une cellule distance k est mis à jour à partir de celui obtenu à la cellule distance précédente ($k-1$) au travers d'un facteur d'oubli β qui est compris entre 0 et 1. Plus β est proche de 0, plus le poids accordé à la valeur du vecteur à la distance précédente est faible et au contraire plus β est proche de 1, plus on en tient compte dans la mise jour du passé. Nous avons vu dans la section 2 que la dépendance en distance n'est pas constante. En effet, pour des distances proches, la dépendance est très forte et plus les distances deviennent importantes, plus la dépendance s'atténue, et asymptotiquement nous retombons dans un cas stationnaire.

4 Résultats obtenus

Les performances des algorithmes sont représentées par la perte en SINR qui correspond au rapport entre le rapport signal à interférence plus bruit à la sortie du filtre réjecteur et le rapport signal à bruit dans un environnement sans interférence. L'altitude du porteur est de 9km. Le radar utilisé est un

radar en bande X. Dans les simulations correspondant aux figures 3(a) et 3(b), les différents algorithmes sont comparés à l'optimal et au SMI pour différentes valeurs d'angle de crabe. Les figures 3(a) à 3(c) montrent les résultats obtenus au cours des différentes simulations. La taille du support est de 480 cellules distance secondaires (ce qui correspond $4NM$ où N est le nombre de capteurs (ici égal à 12) et M le nombre d'impulsions (ici égal à 10)). Cette taille de support correspond à une convergence acceptable des algorithmes (-12dB). De plus, la résolution utilisée étant ici de l'ordre du mètre, ce support correspond à la couverture d'une plage d'environ 500m, ce qui est tout à fait raisonnable. Nous remarquons que les algorithmes récursifs sur la distance atteignent de meilleures performances que le SMI. Les algorithmes présentés se comportent globalement de la même façon. Cependant, les algorithmes API et FAPI convergent mieux dans toutes les situations (quelles que soient l'altitude ou la valeur de l'angle de crabe). Nous proposons donc un facteur d'oubli variable capable de s'adapter à la non stationnarité du problème. Au début de la simulation, lorsque les distances traitées sont faibles, nous choisissons une faible valeur pour β qui augmente ensuite au cours de la simulation pour être très proche de 1 en fin de simulation. Nous avons testé deux types de variations : une variation linéaire et une variation exponentielle. La figure 3(c) présente l'amélioration de performance obtenue avec un facteur d'oubli variable au cours de la simulation. Nous n'avons représenté que les résultats obtenus avec l'algorithme FAPI par souci de lisibilité mais tous les algorithmes présentés dans la section 3 montrent le même comportement. Les deux types de variation compensent mieux la non stationnarité qu'un pas constant au cours de la simulation.

5 Conclusion

Dans ce papier, nous montrons comment une non stationnarité des données (induite par une configuration non latérale) peut être compensée par la récursivité en distance des algorithmes adaptatifs utilisés sans utilisation complémentaire de méthodes de compensations. Ainsi, sans connaître de paramètres *a priori* sur le radar et en restant dans la complexité calculatoire permettant un traitement en temps réel des données, nous pouvons, grâce à la récursivité sur la distance, pallier le problème de configuration non latérale. Nous avons vu que les performances de ces algorithmes peuvent encore être améliorées par l'utilisation d'un facteur d'oubli variable. Une étude plus théorique de la variation des sous-espaces fouillis et bruit en fonction de cette non-stationnarité est à l'étude.

Références

- [1] J. Ward, "Space-Time Adaptive Processing for airborne radar," *Technical Report 1015*, Lincoln Laboratory MIT, Dec. 1994.
- [2] F. Lapiere, "Registration-based Range-dependence compensation in Airborne Bistatic Radar STAP", *PhD Thesis*, Université de Liège, 2005.
- [3] B. Yang, "Projection Approximation Subspace Tracking," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 43, pp. 95-107, Jan. 1995.
- [4] K. Abed-Meraim A. Chkeif and Y. Hua, "Fast Orthonormal PAST Algorithm," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 7, pp. 60-62, Mar. 2000.

- [5] R. Badeau, B. David, and G. Richard, "Fast approximated power iteration subspace tracking," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, pp. 2931–2941, Aug. 2005.
- [6] Y. Miao and Y. Hua, "Fast Subspace Tracking and Neural Network Learning by a Novel Information Criterion," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, pp. 1967–1979, Jul. 1998.
- [7] H. Belkacemi and S. Marcos, "Fast iterative subspace algorithms for airborne STAP radar," in *Journal of Signal Processing Special Issue on Multisensor Processing for Signal extraction and applications*, 2006, article ID 37296.
- [8] S. Beau and S. Marcos, "Performances et capacité de poursuite d'algorithmes adaptatifs à complexité linéaire basés sur des méthodes de sous-espaces," *Rapport Interne*, CNRS, Supelec, Nov. 2006.

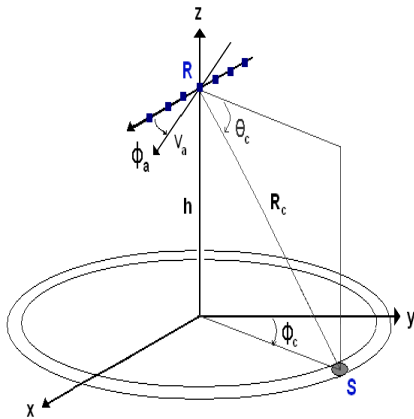


FIG. 1 – Géométrie d'un radar monostatique en configuration non latérale

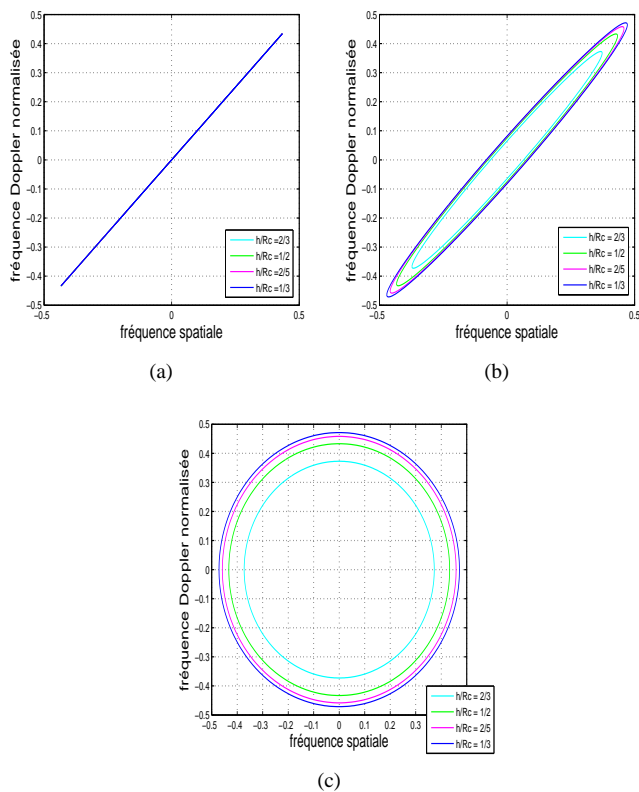


FIG. 2 – Exemples de *Clutter ridges* dans le cas où $\phi_a = 0^\circ$ (a); $\phi_a = 10^\circ$ (b), $\phi_a = 90^\circ$ (c)

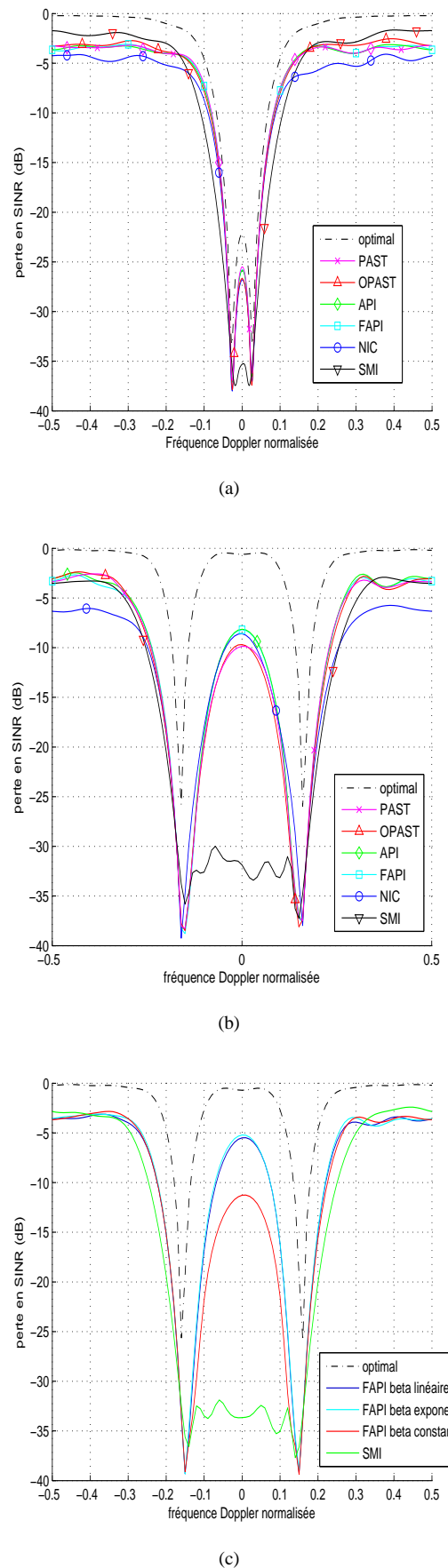


FIG. 3 – Perte en SINR à la fréquence spatiale 0° (sur 20 simulations de Monte Carlo), avec $R_c = 9000\text{m}$ et avec un angle de crabe de 10° (a), avec un angle de crabe de 90° (b) et avec $R_c = 9500\text{m}$ et un angle de crabe de 90° (c)