

Contrôle de l'intégrité de navigation par satellite et la détection/localisation de ruptures

Igor NIKIFOROV¹

¹UTT/ICD/LM2S, FRE 2848
12 rue Marie Curie, BP 2060, 10010 Troyes Cedex, France
Igor.Nikiforov@utt.fr

Résumé – Le problème du contrôle de l'intégrité de navigation par satellite est considéré comme la détection/localisation de changements brusques (ruptures) dans un système statique avec un bruit aléatoire et un paramètre de nuisance inconnu mais non aléatoire. La comparaison des différentes méthodes du contrôle d'intégrité est effectué en utilisant les critères de l'aviation civile.

Abstract – The problem of satellite navigation integrity monitoring is considered as the detection/isolation of abrupt changes in a static system with a random noise and an unknown but not random nuisance parameter. The comparison of different integrity monitoring methods is produced by using some typical civil aviation criteria.

1 Introduction

Un système de navigation est un dispositif ou une combinaison de dispositifs embarqués dont le but fondamental est de fournir des informations de navigation par rapport à un point géographique sélectionné. Actuellement, on constate dans le domaine de la navigation, un besoin croissant de localisation par satellites. Cette popularité des systèmes GPS (GLONASS ou futur Galileo) est due à la possibilité de pouvoir être utilisé en n'importe quel point du globe. Les quatre paramètres de base employés pour définir les critères de performance des systèmes de navigation sont : la précision, l'intégrité, la continuité et la disponibilité.

Après une course à l'amélioration de la précision (maintenant proche du centimètre grâce à des techniques de lever d'ambiguïté sur les mesures de phase), la relève du nouveau défi de l'amélioration de l'intégrité de navigation par satellite est à présent engagée. Celle-ci représente le degré de confiance que l'on peut placer dans l'exactitude des informations fournies par le système, ainsi que la capacité à avertir l'utilisateur d'un dysfonctionnement du système dans un délai raisonnable. Une panne peut ainsi correspondre à la défaillance d'un satellite, ou survenir par suite d'un brouillage, volontaire ou non. Ainsi, une panne se traduit généralement par l'apparition d'une erreur sur les informations de localisation.

Les impacts des erreurs de pseudo - distances sur le plan horizontal et sur l'axe vertical dépendent de l'amplitude de la panne et de la constellation des satellites (via la matrice des cosinus directeurs). Donc une panne de faible amplitude peut impliquer une erreur grave si la géométrie des satellites est mauvaise, et inversement, une panne de grande amplitude peut impliquer une petite erreur si on a une bonne géométrie.

Le principe du contrôle d'intégrité repose sur l'utilisation de la redondance (spatiale et/ou temporelle) des in-

formations fournies par les mesures. Cet article s'articule autour de trois types d'algorithmes fournissant les fonctions du contrôle : *i*) les méthodes snapshot conventionnelles à base d'algorithme des moindres carrés, c'est-à-dire à base du test du Rapport de Vraisemblance Généralisé (RVG) sans contraintes, actuellement utilisées dans les récepteurs intégrant la fonction RAIM (Receiver Autonomous Integrity Monitoring), qui ne tiennent compte que des mesures instantanées ; *ii*) les méthodes snapshot à base du test RVG avec contraintes, qui ne tiennent compte que des mesures instantanées mais qui lance une procédure adaptée à chacun des canaux visibles ; *iii*) les méthodes séquentielles à base du test séquentiel RVG avec contraintes, qui exploitent la totalité des mesures actuelles et passées et qui sont adaptées à chacun des canaux visibles. L'avantage de l'approche à base du test RVG avec contraintes par rapport au snapshot conventionnel est qu'elle traite chaque canal séparément. Contrairement au snapshot conventionnel à base du test RVG sans contraintes qui fixe un seuil pour tous les canaux (cela provoque de fausses alarmes et de détections tardives), l'algorithme à base du test RVG avec contraintes lance une procédure adaptée à chacun des canaux visibles.

2 Modèle des mesures

Le principe du contrôle d'intégrité repose sur l'utilisation de la redondance des informations fournies par les mesures de distances. On considère que l'on dispose de n satellites GPS et/ou m satellites Galileo, placés à des positions connues $X_i = (x_i, y_i, z_i)^T$, visibles par un récepteur (un avion, par exemple) dont la position exacte est $X_r = (x_r, y_r, z_r)^T$. Le nombre total de satellites l est défini

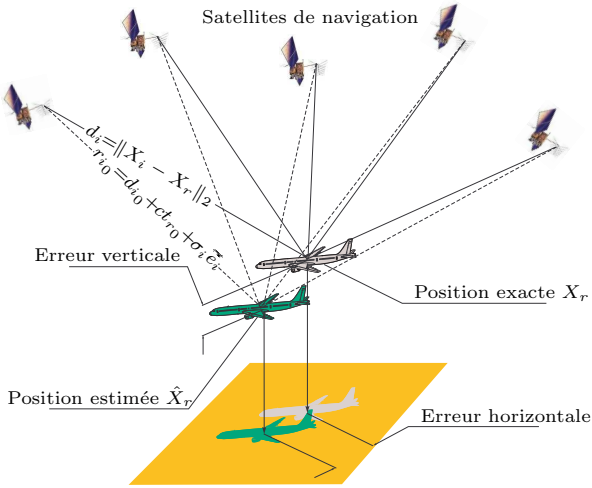


FIG. 1 – Principe de la navigation par satellite.

en fonction de disponibilités des systèmes :

$$l = \begin{cases} n & \text{si GPS seul} \\ m & \text{si Galileo seul} \\ n + m & \text{si GPS+Galileo} \end{cases}$$

Le principe de navigation par satellite est schématisé sur la figure 1. Les mesures fournies sont des *pseudo-distances* r_i du récepteur aux différents satellites et (peut-être) l'altitude barométrique :

$$r_i = d_i(x_r, y_r, z_r) + ct_r + \xi_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (\text{GPS}) \quad (1)$$

$$r_i = d_i(x_r, y_r, z_r) + ct_r + \xi_i, \quad i = n + 1, \dots, n + m, \quad (\text{Gal...})$$

$$h = z + \xi_b \quad (\text{baro})$$

où $d_i(x_r, y_r, z_r) = \|X_i - X_r\|_2$ est la vraie distance entre le satellite i et le récepteur, t_r est le biais d'horloge du récepteur (inconnu et *non aléatoire*), $c \simeq 2.9979 \cdot 10^8 \text{m/s}$ est la vitesse de la lumière et ξ_i est un bruit de mesure, supposé Gaussien de moyenne nulle et de variance σ_i^2 . On considère ici que le décalage du temps GPS-Galileo est nul (ou connu parfaitement). En linéarisant l'équation de pseudo-distance par rapport au vecteur d'état $X = (X_r^T, t_r)^T$ autour du point X_0 , on obtient l'équation linéarisée suivante :

$$Y = R - R_0 \simeq H_0(X - X_0) + \xi = H_0 X + \xi, \quad \xi \sim \mathcal{N}(0, \Sigma) \quad (2)$$

où $R = (r_1, \dots, r_l)^T$, $R_0 = (r_{1,0}, \dots, r_{l,0})^T$, $r_{i,0} = \|X_i - X_{r,0}\|_2 + ct_{r,0}$, $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_l, \xi_b)^T$, $H_0 = \frac{\partial R}{\partial X} \Big|_{X=X_0}$ est la matrice jacobienne de taille $(l+1) \times 4$, et Σ est la matrice de covariance connue. En l'absence d'erreurs supplémentaires, l'estimation par la méthode des moindres carrés $\hat{x} = (H_0^T \Sigma^{-1} H_0)^{-1} H_0^T \Sigma^{-1} Y$ possède des propriétés optimales. Pour simplifier écriture, nous allons considérer le cas de positionnement avec l'altitude barométrique. Dans le cas contraire, il convient de supprimer la dernière ligne de la matrice H_0 .

3 Défaillance de positionnement

Si l'on considère qu'il peut survenir une erreur de pseudo-distance supplémentaire Υ_j dans un canal satellitaire j (voir l'équation (2)), alors le vecteur $(Y_t)_{t \geq 1}$ est

présenté par l'équation suivante

$$Y_t \simeq H_0 x_t + \xi_t + \Upsilon(t, t_0). \quad (3)$$

où

$$\Upsilon(t, t_0) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < t_0 \\ \Upsilon_j & \text{si } t \geq t_0 \end{cases}, \quad 1 \leq j \leq l,$$

où t_0 est l'instant de panne, $\Upsilon_j = (0, \dots, 0, v_j, 0, \dots, 0)^T$ est le vecteur de panne du canal satellitaire j . Le biais Υ_j engendre une erreur de positionnement supplémentaire (voir la figure 2) :

$$b = \mathbb{E}(\hat{x}_t - x_t) = (H_0^T \Sigma^{-1} H_0)^{-1} H_0^T \Sigma^{-1} \Upsilon_j \quad (4)$$

Donc, le contrôle d'intégrité se réduit au problème de la détection/localisation de changements additifs $\Upsilon(t, t_0)$ dans un système statique (3). Le concept de performance

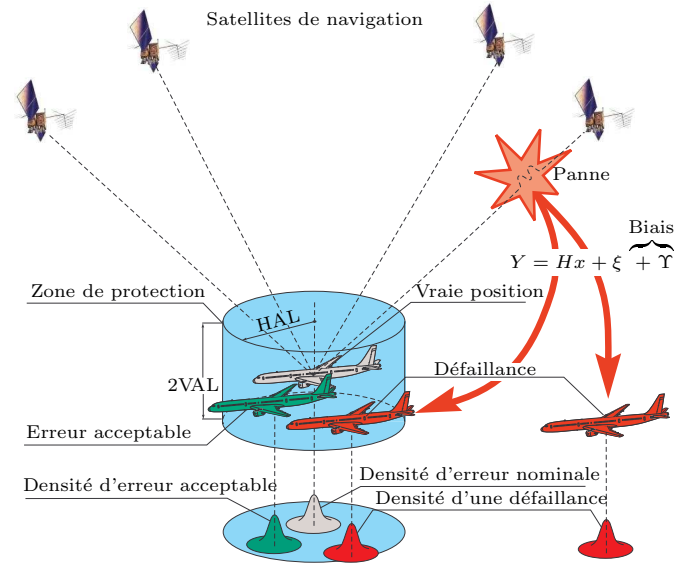


FIG. 2 – Limites d'alertes horizontale (HAL) et verticale (VAL).

requis de navigation a été défini par l'Organisation de l'Aviation Civile Internationale (OACI) pour spécifier les performances que doit respecter un système de navigation universel pour l'aviation civile. Nous allons utiliser dans cet article les exigences de la RTCA (Radio Technical Commission for Aeronautics) [11]. Pour les systèmes critiques au niveau de la sécurité comme un système de navigation par satellite, on est tolérant vis-à-vis des petites erreurs d'estimation (des positions ou des vitesses) commises et on veut détecter/localiser seulement celles qu'on estime graves et perturbatrices pour la mission. Très brièvement on peut expliquer les exigences à respecter de la façon suivante :

1. détecter seulement les défaillances de positionnement qui causent des erreurs supérieures en terme probabiliste à une certaine limite d'alerte horizontale (HAL) ou verticale (VAL).
2. détecter/exclure ces défaillances avec un retard raisonnable et en respectant certaines caractéristiques statistiques (probabilité de non détection, probabilité de fausses alertes, etc.).

Ce principe est schématisé sur la figure 2. Le problème consiste à détecter et localiser une défaillance de positionnement Υ_j en considérant que la position exacte X_r de l'avion et le biais d'horloge de son récepteur t_r sont inconnus (considérés comme paramètres de nuisance). Sachant que la probabilité d'apparition d'une défaillance dans un canal satellitaire par observation est p_f , on définit une erreur supplémentaire Υ_j considérée comme une défaillance de positionnement horizontale si

$$(1 - p_f) \max_{k-m+1 \leq k_0 \leq k} \mathbb{P}_0(\exists t : k_0 \leq t \leq k_0 + m - 1, \quad (5)$$

$$\|X_{ht} - \hat{X}_{ht}\|_2 > \text{HAL}) + p_f \mathbb{P}_\Upsilon(\|X_{hk} - \hat{X}_{hk}\|_2 > \text{HAL}) > p_r,$$

où la notation $\mathbb{P}_\Upsilon(\dots)$ signifie que cette probabilité est calculée par rapport à la distribution $\mathcal{N}(H_0 \mathbf{x} + \Upsilon_j, \Sigma)$ de pseudo-distances et $X_h = (x_r, y_r)^T$, m est la période de référence et p_r est la valeur acceptable du risque de perte d'intégrité. Une erreur Υ_j est considérée comme une défaillance de positionnement verticale si

$$(1 - p_f) \max_{k-m+1 \leq k_0 \leq k} \mathbb{P}_0(\exists t : k_0 \leq t \leq k_0 + m - 1, \quad (6)$$

$$|z_t - \hat{z}_t| > \text{VAL}) + p_f \mathbb{P}_\Upsilon(|z_k - \hat{z}_k| > \text{VAL}) > p_r.$$

4 Test RVG sans contraintes

Pour simplifier la présentation, nous écartons volontairement le problème de détection/localisation de changements. Donc, nous devons choisir entre $\mathcal{H}_0 : \{\tilde{Y} \sim \mathcal{N}(\tilde{H}\mathbf{x}, I_n); \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4\}$ et $\mathcal{H}_j : \{\tilde{Y} \sim \mathcal{N}(\tilde{H}\mathbf{x} + \tilde{\Upsilon}_j, I_n); \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4, \tilde{\Upsilon}_j \neq 0\}$, où $\tilde{Y} = \Sigma^{-\frac{1}{2}} Y$, $\tilde{H} = \Sigma^{-\frac{1}{2}} H$, $\tilde{\Upsilon}_j = \Sigma^{-\frac{1}{2}} \Upsilon_j$ et $j = 1, \dots, l$. La démonstration détaillée du test RVG sans contraintes est disponible dans [6, 7, 9] :

$$\delta(\tilde{Y}) = \begin{cases} \mathcal{H}_0 & \text{si} & \max_{1 \leq j \leq l} \frac{f_{W\tilde{\Upsilon}_j}(Z)}{f_0(Z)} < h \\ \mathcal{H}_\nu & \text{si} & \nu = \arg \max_{1 \leq j \leq l} \left\{ \frac{f_{W\tilde{\Upsilon}_j}(Z)}{f_0(Z)} \geq h \right\} \end{cases} \quad (7)$$

où $Z = W\tilde{Y} = W\tilde{\xi} (+W\tilde{\Upsilon}_j)$ est le vecteur de parité, $f_\theta(Z)$ est la densité de la distribution normale $\mathcal{N}(\theta, I_{l-3})$ et

$$\hat{v}_j = \arg \min \|Z - W\tilde{\Upsilon}_j\|_2^2 = \sigma_j \frac{W_j^T Z}{W_j^T W_j}$$

où W_j est la colonne j de la matrice W . La transposée de cette dernière $W^T = (w_1, \dots, w_{l-3})$ de taille $(l+1) \times (l-3)$ est composée des vecteurs propres w_1, \dots, w_{l-3} correspondant aux valeurs propres 1 de la matrice de projection $P_H = I_n - \tilde{H}(\tilde{H}^T \tilde{H})^{-1} \tilde{H}^T$. La matrice W respecte les conditions suivantes :

$$W\tilde{H} = 0, \quad W^T W = P_H, \quad W W^T = I_{l-3}.$$

Finalement, on a

$$\delta(Y) = \begin{cases} \mathcal{H}_0 & \text{si} & \max_{1 \leq j \leq l} \frac{|\tilde{e}_j|}{\sqrt{p_{j,j}}} < \tilde{h} \\ \mathcal{H}_\nu & \text{si} & \nu = \arg \max_{1 \leq j \leq l} \left\{ \frac{|\tilde{e}_j|}{\sqrt{p_{j,j}}} \geq \tilde{h} \right\} \end{cases} \quad (8)$$

où \tilde{e}_j est l'élément j du vecteur $\tilde{e} = P_H \tilde{Y}$ et $p_{j,j}$ est l'élément j, j de la matrice P_H .

5 Test RVG avec contraintes

La démonstration détaillée du test RVG avec contraintes est disponible dans [6, 7, 8, 9] :

$$\delta(Y) = \begin{cases} \mathcal{H}_0 & \text{si} & \max_{1 \leq j \leq l} \frac{f_{W\tilde{\Upsilon}_j}(Z)}{f_{W\tilde{\Upsilon}_0}(Z)} < h \\ \mathcal{H}_\nu & \text{si} & \nu = \arg \max_{1 \leq j \leq l} \left\{ \frac{f_{W\tilde{\Upsilon}_j}(Z)}{f_{W\tilde{\Upsilon}_0}(Z)} \geq h \right\} \end{cases} \quad (9)$$

où $\tilde{\Upsilon}_j = (0, \dots, 0, \tilde{v}_j/\sigma_j, 0, \dots, 0)^T$ et $\tilde{\Upsilon}_0 = (0, \dots, 0, \tilde{v}_{0,p}/\sigma_p, 0, \dots, 0)^T$ sont exprimés par les formules suivantes

$$\tilde{v}_j = \arg \max_{|v_j| \geq b_j} \{f_{W\Upsilon_j}(Z)\} = \arg \min_{|v_j| \geq b_j} \left\{ \left\| Z - W_j \frac{v_j}{\sigma_j} \right\|_2^2 \right\},$$

$$(\tilde{v}_{0,p}, p) = \arg \min_{1 \leq i \leq l} \min_{|v_i| \leq a_i} \left\{ \left\| Z - W_i \frac{v_i}{\sigma_i} \right\|_2^2 \right\},$$

où les coefficients $0 \leq a_j < b_j$, $j = 1, \dots, l$ déterminent la sélectivité et la robustesse du test RVG avec contraintes par rapport au canal j et W_j est la colonne j th de la matrice W . Le problème de la détection/localisation de changements et le test séquentiel RVG avec contraintes sont abordés dans [7, 8, 9].

6 Simulation du mode de vol APV

Algorithme RAIM	Abréviation
Snapshot à base du test RVG sans contraintes	SSnap
Snapshot à base du test RVG avec contraintes	CGLR
Séquentiel à base du test RVG avec contraintes	SCGLR
Snapshot à base du test RVG sans contraintes avec pré-filtrage	SSnapP
Snapshot à base du test RVG avec contraintes et pré-filtrage	CGLRP
Snapshot à base du test RVG sans contraintes avec altitude barométrique	SSnapb

TAB. 1 – Abréviation des algorithmes RAIM.

RAIM	Dispo. de la détection			Dispo. de l'exclusion		
	Min	Max	Moyenne	Min	Max	Moyenne
SSnap	0.67	0.94	0.76	0.06	0.41	0.19
(S)CGLR	0.75	0.97	0.84	0.16	0.51	0.29
SSnapb	0.73	0.96	0.82	0.11	0.44	0.24
(S)CGLRb	0.80	0.98	0.88	0.18	0.55	0.36

TAB. 2 – Comparaison des différents RAIM dans le cas de GPS II L1/L5.

La comparaison de cinq algorithmes de contrôle d'intégrité RAIM particuliers a été effectuée (voir les détails dans [7, 8]) :

- méthode snapshot conventionnelle à base du test RVG sans contraintes [10, 12];
- méthode snapshot à base du test RVG avec contraintes [7, 9];

RAIM	Dispo. de la détection			Dispo. de l'exclusion		
	Min	Max	Moyenne	Min	Max	Moyenne
SSnap	0.86	0.99	0.94	0.24	0.70	0.50
CGLR	0.91	1.00	0.98	0.39	0.85	0.65
SCGLR	0.91	1.00	0.98	0.39	0.87	0.67
SSnapP	0.97	1.00	1.00	0.73	1.00	0.91
CGLRP	0.98	1.00	1.00	0.81	1.00	0.95
SSnapb	0.88	1.00	0.95	0.26	0.75	0.54

TAB. 3 – Comparaison des différents RAIM dans le cas de GPS SBAS L1/L5.

RAIM	Dispo. de la détection			Dispo. de l'exclusion		
	Min	Max	Moyenne	Min	Max	Moyenne
SSnap	0.87	1.00	0.97	0.61	1.00	0.82
CGLR	0.89	1.00	0.97	0.65	1.00	0.88
SCGLR	0.89	1.00	0.97	0.65	1.00	0.89
SSnapP	0.97	1.00	1.00	0.71	1.00	0.92
CGLRP	0.97	1.00	1.00	0.71	1.00	0.92
SSnapb	0.87	1.00	0.97	0.61	1.00	0.83

TAB. 4 – Comparaison des différents RAIM dans le cas de Galileo E1/E5.

- méthode snapshot conventionnelle à base du test RVG sans contraintes avec pré-filtrage [6, 7, 9] ;
- méthode snapshot à base du test RVG avec contraintes avec pré-filtrage [7, 9] ;
- méthode séquentielle à base du test RVG avec contraintes [7, 9].

La description détaillée du simulateur et des logiciels correspondants à base de FORTRAN sont disponibles dans [8]. Pour cette étude nous considérons que *un seul* canal peut être défaillant à la fois et que la panne est du type “échelon”. Pour calculer l’amplitude de panne, les formules (5) et (6) ont été utilisées. Les abréviations des différents algorithmes RAIM sont donnés dans le Tableau 1. Les disponibilités de deux fonctions du contrôle d’intégrité : la détection et l’exclusion, ont été calculées pour les types des canaux (GPS et Galileo) suivants :

- GPS II L1/L5 (augmenté par l’altitude barométrique), voir Tableau 2 ;
- GPS SBAS L1/L5 (augmenté par l’altitude barométrique), voir Tableau 3 ;
- Galileo E1/E5 (augmenté par l’altitude barométrique), voir Tableau 4.

Pour les canaux GPS II L1/L5, les résultats des tests CGLR et SCGLR sont très proches, donc ils sont présentés sur la même ligne dans le Tableau 2.

7 Conclusions

Les conclusions de cette étude sont les suivantes :

1. Une méthode du contrôle d’intégrité autonome (RAIM) à base du test (snapshot et séquentiel) RVG avec contraintes a été développée.
2. Des simulations intensives de cinq types d’algorithmes RAIM ont été effectuées pour les différents types de canaux de GPS, GPS modernisé et/ou Galileo, avec ou sans l’altitude barométrique et le mode

de vol APV I.

3. Les algorithmes proposés montrent les meilleurs performances que le test RVG sans contraintes (RAIM conventionnel) pour les deux fonctions du contrôle d’intégrité : la détection et l’exclusion.

Références

- [1] Bakhache, B. and Nikiforov, I. (2000) Reliable detection of faults in measurement systems. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 14, Issue 7, November 2000, pp. 683 - 700.
- [2] Basseville M., and Nikiforov I.V. (1993) Detection of abrupt changes. Theory and applications, Prentice Hall, Information and System Sciences Series.
- [3] Basseville M., and Nikiforov I. (2002), Fault isolation for diagnosis : nuisance rejection and multiple hypotheses testing. *Annual Reviews in Control*, vol.26, no 2, Dec. 2002, pp.189-202.
- [4] Fouladirad, M., et Nikiforov, I. Optimal statistical fault detection with nuisance parameters. *Automatica*, 2005, Vol. 41, p. 1157-1171
- [5] Nikiforov, I.V. (1996), New optimal approach to Global Positioning System/Differential Global Positioning System integrity monitoring. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 19, 5, (Sep-Oct 1996), pp. 1023-1033.
- [6] Nikiforov, I. and Routurier B. (2002), Statistical Analysis of Different RAIM Schemes. 24-27 septembre 2002, The 15th International Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation. Portland, Oregon, USA. Proceedings of ION GPS.
- [7] I. Nikiforov. Convention STNA - ASTRÉE, Rapport final (Phase 1), Contrôle autonome de l’intégrité du GNSS : L’analyse théorique des algorithmes du contrôle de l’intégrité. Technical report (in English), Novembre 2003.
- [8] I. Nikiforov. Convention STNA - ASTRÉE, Rapport final (Phase 2), Contrôle autonome de l’intégrité du GNSS : Simulation des algorithmes séquentiels du contrôle de l’intégrité. Technical report (in English), Novembre 2004.
- [9] Nikiforov, I. and Routurier B., Advanced RAIM Algorithms : First Results. 13-16 Septembre 2005, The 18th International Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation. Long-Beach, CA, USA. Proceedings of ION GNSS.
- [10] Parkinson, B.W. and Axelrad, P., Autonomous GPS integrity monitoring using the pseudorange residual. *Navigation*, 35, no.2, 1988, pp. 255-274.
- [11] RTCA/DO-229A (1998), Minimum Operational Performance Standards for Global Positioning Systems/Wide Area Augmentation System Airborne Equipment, RTCA, Inc., Washington, D.C., USA
- [12] M. A. Sturza. Navigation system integrity monitoring using redundant measurements. *Navigation*, 35 :483-501, 1988.