

# Une nouvelle approche du codage par descriptions multiples, utilisant des représentations linéaires creuses

Teodora PETRIȘOR<sup>1</sup>, Aurélie FRAYSSE<sup>1</sup>, Béatrice PESQUET-POPESCU<sup>1</sup>, Jean-Christophe PESQUET<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ENST, Département du Traitement du Signal et des Images  
46, rue Barrault, 75634 Paris Cédex 13, FRANCE

<sup>2</sup>IGM et UMR-CNRS 8049, Université de Paris-Est Marne-la-Vallée,  
5, Bd Descartes, Champs sur Marne, 77454 Marne la Vallée Cédex 2, France.

{petrisor,fraysse,pesquet}@tsi.enst.fr,pesquet@univ-mlv.fr

**Résumé** — Cet article propose une nouvelle approche des schémas par descriptions multiples en considérant un paradigme basé sur une trame de synthèse au décodeur. Nous présentons un schéma utilisant  $D$  descriptions, basé sur une trame, en partant d'une représentation fixée au niveau de la synthèse. Ceci permet d'encoder les coefficients de manière à optimiser le débit pour une distorsion fixée et ainsi de prendre en compte le caractère creux de la représentation.

**Abstract** — This paper proposes a new approach for Multiple Description Coding schemes by considering a synthesis frame paradigm at the decoder end. We present a  $D$ -description scheme based on a frame, starting from a representation given at the synthesis stage. Then, the obtained coefficients are encoded at an optimal bitrate subject to a distortion upper bound constraint. This approach exploits the sparsity of the representation.

## Introduction

Cet article présente une nouvelle approche du codage par descriptions multiples (MDC) basée sur une synthèse à l'aide d'un opérateur de trame quelconque. Cette méthode vise à exploiter le fait que la source admet une représentation creuse dans la trame considérée.

L'idée s'inspire de la théorie du « Compressed Sensing » (CS) qui a pour but l'acquisition et la compression simultanée de données. Cette approche diffère de celle classiquement adoptée qui consiste à acquérir le signal sous sa forme complète, pour ensuite le quantifier et le comprimer et ainsi éliminer une quantité considérable de composantes acquises, tout en essayant de conserver un maximum d'informations. Cette approche récente, développée notamment dans [1] et [2], permet de reconstruire de façon optimale, à l'aide de projections aléatoires, un signal ayant une représentation creuse dans une base. Le nombre de projections nécessaire est de l'ordre de grandeur du nombre de coefficients non nuls, et par conséquent beaucoup plus petit que la taille initiale du signal.

Le codage par descriptions multiples est une technique utilisée dans les réseaux à pertes, qui exploite l'existence de plusieurs chemins de transmission. Des représentations différentes de la source peuvent être envoyées sur chacun des canaux de façon à ce que la perte d'une ou de plusieurs d'entre elles n'entraîne pas de délais de retransmission et que le signal puisse être reconstruit avec une qualité acceptable. Pour obtenir une représentation que l'on appelle « description », on utilise une partie de l'information contenue dans la source sous forme initiale ou transformée. Une technique pour parvenir à cet objectif est d'introduire au préalable de la redondance dans l'informa-

tion contenue dans le signal, ce qui permet d'obtenir une bonne reconstruction en cas de perte. Cette redondance doit pouvoir aussi être exploitée au niveau du décodeur dit « central »- celui qui reçoit toutes les descriptions en l'absence des canaux défaillants - afin d'améliorer la qualité de la reconstruction [3]. En d'autres termes, la redondance introduite au niveau de la source aide à créer une diversité entre les représentations. Plusieurs méthodes de construction de schémas à descriptions multiples ont été proposées dans la littérature [3], mais celles qui présentent le plus grand intérêt dans le cadre de notre approche utilisent la décomposition du signal sur des trames [4]. Elles présentent l'avantage d'utiliser la redondance inhérente à la transformée tout en exploitant la possibilité de produire une représentation creuse.

Dans ce qui suit, nous allons construire un schéma à  $D \geq 2$  descriptions pour la transmission d'images sur des réseaux à pertes. Nous allons voir comment, à partir d'une représentation choisie au niveau de la synthèse, nous pouvons coder les coefficients de manière à minimiser le débit pour une distorsion maximale fixée. Nous examinerons ensuite les approximations permettant de reformuler ce problème sous la forme d'un problème d'optimisation convexe.

## 1 Trame à l'analyse ou à la synthèse ?

Supposons que le signal à transmettre appartienne à un espace de Hilbert réel,  $\mathcal{H}$ , de produit scalaire  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  et de norme associée  $\| \cdot \|$ . Chaque description  $i \in \{1, \dots, D\}$  est obtenue à partir d'une famille de vecteurs  $(e_{i,k})_{k \in \mathbb{K}_i}$

de  $\mathcal{H}$ , où  $\mathbb{K}_i \subseteq \mathbb{N}$ , l'union de ces  $D$  familles étant supposée former une trame de  $\mathcal{H}$ . Notons les opérateurs d'analyse associés  $L_i : \mathcal{H} \rightarrow \ell^2(\mathbb{K}_i)$ , où  $x \mapsto ((x, e_{i,k}))_{k \in \mathbb{K}_i}$ . Pour tout  $i \in \{1, \dots, D\}$ , ayant comme opérateurs adjoints  $L_i^* : \ell^2(\mathbb{K}_i) \rightarrow \mathcal{H}$  avec  $(\xi_k)_{k \in \mathbb{K}_i} \mapsto \sum_{k \in \mathbb{K}_i} \xi_k e_{i,k}$

Nous pouvons alors adopter deux points de vue différents pour la construction d'un schéma MDC à partir de ces opérateurs, que nous allons distinguer par les dénominations : paradigme d'analyse et paradigme de synthèse.

Dans le *paradigme d'analyse*, un signal  $x \in \mathcal{H}$  est décomposé par les opérateurs linéaires  $L_i$  donnés ci-dessus, formant ainsi  $D$  descriptions ( $D$  ensembles de coefficients) :

$$c_i = L_i x, \quad i \in \{1, \dots, D\}, \quad (1)$$

qui sont quantifiés et transmis séparément. Le signal reconstruit  $\hat{x}$ , que l'on cherche à rendre le plus proche possible de  $x$ , peut provenir d'un nombre réduit de descriptions ou de toutes (selon le scénario de transmission survenu). Pour améliorer le décodage, on peut considérer que la quantification effectuée au départ se traduit par un ensemble de contraintes convexes imposées au décodeur [5, 6]. Dans ce cas la reconstruction, bien que pouvant être de bonne qualité, est non linéaire et donc coûteuse en calculs.

La seconde approche est celle du *paradigme de synthèse*, qui consiste à utiliser des opérateurs linéaires au niveau du décodeur. Dans ce cadre, les opérateurs adjoints sont directement appliqués aux coefficients quantifiés  $\bar{c}_i$  ou, plus exactement, au sous-ensemble  $\mathbb{I} \subset \{1, \dots, D\}$  des descriptions reçues. Les suites de coefficients quantifiés vont être générées par un algorithme d'optimisation débit-distorsion qui prend en compte les caractéristiques du canal. Ceci rend l'encodeur non-linéaire mais en revanche les décodeurs prennent des formes linéaires très simples. Par exemple, un choix naturel pour le décodeur central (quand  $\mathbb{I} = \{1, \dots, D\}$ ) est :  $\hat{x} = \sum_{i=1}^D L_i^* \bar{c}_i$  (on posera alors, pour tout  $i \in \mathbb{I}$ ,  $\tilde{L}_{\mathbb{I},i} = L_i$ ). Pour les décodeurs latéraux, on peut de manière similaire adopter une reconstruction du type :  $\hat{x} = \sum_{i \in \mathbb{I}} \tilde{L}_{\mathbb{I},i}^* \bar{c}_i$ , où  $\tilde{L}_{\mathbb{I},i}^* : \ell^2(\mathbb{K}_i) \rightarrow \mathcal{H}$  est un opérateur de reconstruction bien choisi (pas nécessairement le même que celui utilisé au décodeur central).

## 2 Problème d'optimisation débit-distorsion

En introduisant  $R(\bar{c}_i)$ ,  $i \in \{1, \dots, D\}$ , le nombre de bits nécessaires à la transmission de la séquence des valeurs quantifiées  $\bar{c}_i$ , nous nous proposons de minimiser le débit global :

$$R_{\text{global}} = \sum_{i=1}^D R(\bar{c}_i) \quad (2)$$

sous une contrainte de distorsion globale donnée par :

$$D = \sum_{\mathbb{I} \in \mathcal{P}} \alpha_{\mathbb{I}} \|x - \sum_{i \in \mathbb{I}} \tilde{L}_{\mathbb{I},i}^* \bar{c}_i\|^2 \leq D_{\text{max}} \quad (3)$$

où  $\mathcal{P}$  est l'ensemble des parties non vides de  $\{1, \dots, D\}$ . Les poids positifs  $\alpha_{\mathbb{I}}$  représentent, par exemple, les probabilités de réception dans les différents scénarios, mais

d'autres considérations peuvent entrer en ligne de compte (qualité perceptuelle etc) dans leur choix.

Cependant, trouver les suites  $\bar{c}_i$  qui minimisent (2) sous la contrainte (3) est un problème d'optimisation non-convexe difficile. En faisant quelques hypothèses sur les coefficients ainsi que sur le bruit de quantification, nous allons montrer que ce problème peut être ramené à une optimisation convexe qu'il est possible de résoudre numériquement à l'aide d'algorithmes récents [7].

Plus précisément, les coefficients  $(\bar{c}_{i,k})_{1 \leq k \leq K_i}$  avec  $i \in \{1, \dots, D\}$  sont supposés former des vecteurs  $\bar{c}_i$  dont chaque composante est obtenue par quantification uniforme, avec un pas de quantification  $q > 0$ , d'une variable  $c_{i,k}$ . Par ailleurs, le vecteur  $\bar{c}_i$  peut être vu comme une réalisation d'un vecteur aléatoire  $\bar{C}_i = (\bar{C}_{i,k})_{1 \leq k \leq K_i}$  prenant ses valeurs dans  $\{\dots - 2q, -q, 0, q, 2q, \dots\}^{K_i}$ . De plus, dans le cas des sources sans mémoire, le débit global est minoré par l'entropie. Par conséquent, plutôt que d'optimiser le débit, nous allons minimiser

$$H_{\text{global}} = \sum_{i=1}^D \sum_{k=1}^{K_i} H(\bar{C}_{i,k}), \quad (4)$$

où  $H(\bar{C}_{i,k})$  est l'entropie discrète de  $\bar{C}_{i,k}$ , définie par :

$$H(\bar{C}_{i,k}) = - \sum_{n \in \mathbb{Z}} P(\bar{C}_{i,k} = nq) \log_2 (P(\bar{C}_{i,k} = nq)). \quad (5)$$

Les valeurs "initiales"  $c_{i,k}$  sont également considérées comme des réalisations de variables aléatoires réelles  $C_{i,k}$  indépendantes dont les densités de probabilité  $p_{i,k}$  sont modélisées par des lois gaussiennes généralisées. Leur densité de probabilité est alors donnée par

$$\forall \xi \in \mathbb{R}, \quad p_{i,k}(\xi) = \frac{\beta_{i,k} \omega_{i,k}^{1/\beta_{i,k}}}{2\Gamma(1/\beta_{i,k})} e^{-\omega_{i,k} |\xi|^{\beta_{i,k}}} \quad (6)$$

où  $\beta_{i,k} \geq 1$  et  $\omega_{i,k} > 0$ . Fixons  $N_i \in \mathbb{N}^*$  pour chaque  $i \in \{1, \dots, D\}$  et définissons l'ensemble :

$$\mathcal{S}_i := \{(\beta_i^{(l)}, \omega_i^{(l)}), 1 \leq l \leq N_i\}. \quad (7)$$

Faisons alors l'hypothèse que,

$$\forall K_i \in \mathbb{N}^* \quad \forall k \in \{1, \dots, K_i\} \quad (\beta_{i,k}, \omega_{i,k}) \in \mathcal{S}_i. \quad (8)$$

Autrement dit, on suppose que quelque soit  $i \in \{1, \dots, D\}$ , et quelque soit  $K_i$ , les paramètres correspondants aux lois des variables aléatoires  $C_{i,k}$  ne peuvent prendre qu'un nombre fini et fixé de valeurs. Cette hypothèse pourrait traduire, dans le cas d'une décomposition en ondelettes, le fait que les coefficients sont identiquement distribués dans chaque sous-bande.

De plus, comme on peut le voir dans [8], pour des pas de quantification petits, l'entropie de  $\bar{c}_{i,k}$  et celle différentielle de  $C_{i,k}$  sont liées par la relation  $H(\bar{C}_{i,k}) \approx h(C_{i,k}) - \log_2(q)$ , où

$$\begin{aligned} h(C_{i,k}) &= - \int p_{i,k}(x) \log_2(p_{i,k}(x)) dx \\ &= -\mathbb{E}(\log_2(p_{i,k}(C_{i,k}))). \end{aligned} \quad (9)$$

Pour chaque  $i \in \{1, \dots, D\}$  et chaque  $l \in \{1, \dots, N_i\}$ , on note

$$\mathcal{S}_i^{(l)} = \{k \in \{1, \dots, K_i\} \mid (\beta_{i,k}, \omega_{i,k}) = (\beta_i^{(l)}, \omega_i^{(l)})\}, \quad (10)$$

où  $(\beta_i^{(l)}, \omega_i^{(l)}) \in \mathcal{S}_i$ . Dans ce cas, pour chaque  $i \in \{1, \dots, D\}$  et pour chaque  $l \in \{1, \dots, N_i\}$ , les  $(C_{i,k})_{k \in \mathcal{S}_i^{(l)}}$  sont indépendants et identiquement distribués. On suppose, de plus, que pour chaque  $i \in \{1, \dots, D\}$  et  $l \in \{1, \dots, N_i\}$ , le cardinal de  $\mathcal{S}_i^{(l)}$  est proportionnel à  $K_i$ . Comme les variables aléatoires  $(\log_2(p_{i,k}(C_{i,k})))_{1 \leq i \leq D; k \in \mathcal{S}_i^{(l)}}$  sont de variance finie, nous sommes en mesure d'appliquer la loi forte des grands nombres et d'affirmer que, lorsque  $K_i \rightarrow \infty$ ,

$$-\frac{1}{\text{Card}(\mathcal{S}_i^{(l)})} \sum_{k \in \mathcal{S}_i^{(l)}} \log_2(p_{i,k}(C_{i,k})) \xrightarrow{p.s.} h(C_i^{(l)}), \quad (11)$$

où  $C_i^{(l)}$  est une variable aléatoire dont la loi est donnée par une gaussienne généralisée de paramètres  $(\beta_i^{(l)}, \omega_i^{(l)})$ . On approxime ainsi l'entropie différentielle par une moyenne empirique. En réinjectant (11) dans (4), on voit que la minimisation de  $H_{\text{global}}$  se ramène à celle de

$$J(c_1, \dots, c_D) = \sum_{i=1}^D \sum_{k=1}^{K_i} \omega_{i,k} |c_{i,k}|^{\beta_{i,k}}, \quad (12)$$

(les paramètres  $\omega_{i,k}$  et  $\beta_{i,k}$  peuvent être estimés par maximum de vraisemblance).

Regardons maintenant comment approcher la distorsion par une fonction convexe des  $c_i$ . On définit, pour chaque  $i \in \{1, \dots, D\}$ , le vecteur d'erreurs de quantification  $\varepsilon_i = (\varepsilon_{i,k})_{1 \leq k \leq K_i}$  par  $\tilde{c}_i = c_i + \varepsilon_i$ , pour  $i \in \{1, \dots, D\}$ . La distorsion globale peut alors s'écrire :

$$D = \sum_{\mathbb{I} \in \mathcal{P}} \alpha_{\mathbb{I}} \|x - \sum_{i \in \mathbb{I}} \tilde{L}_{\mathbb{I},i}^*(c_i + \varepsilon_i)\|^2.$$

En utilisant la structure hilbertienne de  $\mathcal{H}$  et la linéarité des opérateurs  $\tilde{L}_{\mathbb{I},i}^*$ , on peut exprimer chaque terme de la somme précédente sous la forme

$$\begin{aligned} \|x - \sum_{i \in \mathbb{I}} \tilde{L}_{\mathbb{I},i}^*(c_i + \varepsilon_i)\|^2 &= \|x - \sum_{i \in \mathbb{I}} \tilde{L}_{\mathbb{I},i}^* c_i\|^2 + \|\sum_{i \in \mathbb{I}} \tilde{L}_{\mathbb{I},i}^* \varepsilon_i\|^2 \\ &+ 2 \sum_{j \in \mathbb{I}} \langle \tilde{L}_{\mathbb{I},j}(x - \sum_{i \in \mathbb{I}} \tilde{L}_{\mathbb{I},i}^*(c_i)), \varepsilon_j \rangle. \end{aligned} \quad (13)$$

On suppose maintenant que  $\varepsilon_j$  et  $\tilde{L}_{\mathbb{I},j}(x - \sum_{i \in \mathbb{I}} \tilde{L}_{\mathbb{I},i}^*(c_i))$  sont des réalisations de vecteurs aléatoires  $E_j = (E_{j,k})_{1 \leq k \leq K_j}$  et  $Z_j = (Z_{j,k})_{1 \leq k \leq K_j}$ . Pour une quantification suffisamment fine, on peut supposer que les  $E_{j,k}$  sont i.i.d centrés et indépendants des  $Z_{j,k}$ . Dans ce cas, les variables  $(E_{j,k} Z_{j,k})_{1 \leq k \leq K_j}$  sont centrées et décorréelées. Par ailleurs, la condition (8) implique que les variances des variables aléatoires  $Z_{i,k}$  sont bornées uniformément en  $(i, k)$ . En faisant tendre  $K_j$  vers l'infini, on obtient donc

$$K_j^{-1} \sum_{k=1}^{K_j} Z_{j,k} E_{j,k} \xrightarrow{p.s.} 0. \quad (14)$$

Par conséquent pour de grandes valeurs des  $(K_j)_{1 \leq j \leq D}$  les produits scalaires dans (13) peuvent être négligés. De même, pour ce qui est du terme correspondant à l'erreur il s'écrit sous la forme,

$$D_{\varepsilon, \mathbb{I}} = \|\sum_{i \in \mathbb{I}} \tilde{L}_{\mathbb{I},i}^*(\varepsilon_i)\|^2 = \sum_{i \in \mathbb{I}} \sum_{j \in \mathbb{I}} \sum_{k=1}^{K_i} \sum_{l=1}^{K_j} E_{i,k} E_{j,l} \langle u_{\mathbb{I},i,k}, u_{\mathbb{I},j,l} \rangle, \quad (15)$$

où, pour chaque  $i \in \{1, \dots, D\}$ ,  $\{u_{\mathbb{I},i,k}\}_{1 \leq k \leq K_i}$  est la famille des vecteurs de  $\mathcal{H}$  associée à l'opérateur linéaire de synthèse  $\tilde{L}_{\mathbb{I},i}^*$ . Ce terme est indépendant des coefficients  $c_{i,k}$  et peut être estimé en fonction de la variance de  $E_{1,1}$ .

La contrainte de distorsion (3) se réduit par conséquent à une contrainte quadratique sur les coefficients  $c_i$ , exprimée par :

$$G(c_1, \dots, c_D) \leq G_{\max} = D_{\max} - D_{\varepsilon}. \quad (16)$$

avec  $G(c_1, \dots, c_D) = \sum_{\mathbb{I} \in \mathcal{P}} \alpha_{\mathbb{I}} \|x - \sum_{i \in \mathbb{I}} \tilde{L}_{\mathbb{I},i}^* c_i\|^2$ .

Finalement, le problème d'optimisation initial revient à minimiser  $J$  sous une contrainte quadratique convexe. Remarquons que, dans le cas où  $\beta_{i,k} \equiv 1$  et  $\omega_{i,k} \equiv 1$ , ce problème d'optimisation est identique à celui de reconstruction dans la problématique du « Compressed Sensing » que nous évoquions au début.

### 3 Algorithme d'optimisation

Voyons maintenant comment résoudre le problème d'optimisation convexe posé dans la partie précédente. Classiquement, ce problème se ramène à déterminer les points critiques du Lagrangien. Nous sommes donc amenés à résoudre

$$\max_{\mu \geq 0} \min_{(c_1, \dots, c_D)} (J(c_1, \dots, c_D) + \mu(G(c_1, \dots, c_D) - G_{\max})). \quad (17)$$

La principale difficulté dans (17) réside dans l'étape de minimisation. Pour résoudre ce problème il est généralement nécessaire d'employer des algorithmes itératifs. Nous nous proposons d'utiliser celui de [7]. Pour cela, fixons des valeurs initiales  $(c_1^{(0)}, \dots, c_D^{(0)})$  et générons une suite  $(c_1^{(n)}, \dots, c_D^{(n)})_{n \geq 1}$  qui converge vers la solution du problème d'optimisation. A l'itération  $n$ , on calcule pour tout  $i \in \{1, \dots, D\}$  et  $k \in \{1, \dots, K_i\}$ ,

$$\pi_{i,k}^{(n)} = \text{prox}_{\gamma \omega_{i,k} |\cdot|^{\beta_{i,k}}} (c_{i,k}^{(n)} - \gamma g_{i,k}^{(n)}) \quad (18)$$

$$c_{i,k}^{(n+1)} = c_{i,k}^{(n)} + \lambda (\pi_{i,k}^{(n)} - c_{i,k}^{(n)}) \quad (19)$$

où  $\gamma \in [0, \gamma_{\max}]$  est le pas de l'algorithme et  $\lambda$  est un paramètre de relaxation. De plus, les vecteurs  $(g_{i,k}^{(n)})_{i=1, \dots, D; 1 \leq k \leq K_i}$  sont donnés par la relation

$$(g_{i,k}^{(n)})_{1 \leq k \leq K_i} = 2 \sum_{\mathbb{I} \in \mathcal{P}} \mathbb{1}_{\{i \in \mathbb{I}\}} \alpha_{\mathbb{I}} \tilde{L}_{\mathbb{I},i}^* \left( \sum_{i \in \mathbb{I}} \tilde{L}_{\mathbb{I},i}^* c_i^{(n)} - x \right). \quad (20)$$

Rappelons aussi que  $\text{prox}_{\gamma \omega_{i,k} |\cdot|^{\beta_{i,k}}}$  est l'opérateur proximal de la fonction  $\gamma \omega_{i,k} |\cdot|^{\beta_{i,k}}$ . L'opérateur proximal d'une fonction convexe  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  est défini par

$$\text{prox}_f : u \mapsto \underset{v}{\text{argmin}} \frac{1}{2} (v - u)^2 + f(v).$$

Comme on peut le voir dans [7], en ce qui concerne les fonctions que nous considérons ici, cet opérateur peut être calculé explicitement pour certaines valeurs des  $\beta_{i,k}$  et numériquement dans les autres cas.

### 4 Résultats

Nous considérons un exemple de schéma à  $D = 3$  descriptions qui s'appuie sur la transformée en ondelettes

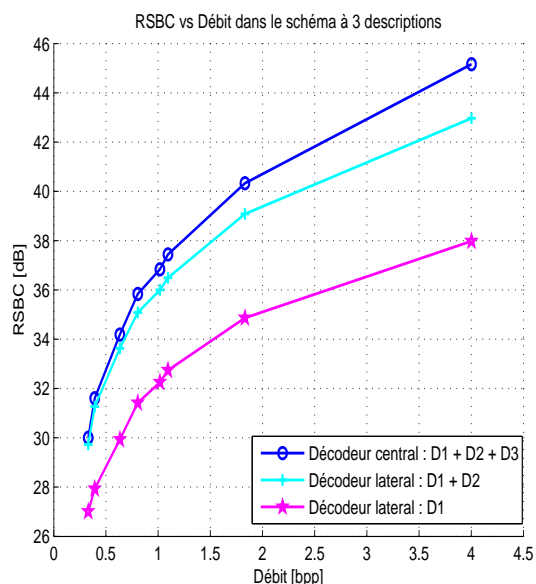


FIG. 1 – Performances débit-distorsion pour Lena - comparaison avec le schéma à 2 descriptions

biorthogonales 9-7 utilisée dans le standard JPEG2000. Nous utilisons trois opérateurs de reconstruction  $L_1^*$ ,  $L_2^*$  et  $L_3^*$  qui correspondent, pour le premier, à la base d'ondelettes biorthogonales 9-7 et, pour les deux autres, à des versions translatées de cette base (de (1,1) pour  $L_2^*$  et (1,0) pour  $L_3^*$ ). Ces trois opérateurs correspondent aux trois descriptions notées  $D_1$ ,  $D_2$  et respectivement  $D_3$  sur la figure 1.

Deux types de décodeurs latéraux doivent être fixés, à savoir : lorsque deux descriptions sur trois sont reçues, ou lorsque seulement une des trois descriptions est reçue. Un choix naturel des opérateurs  $\tilde{L}_{\mathbb{I},i}^*$  est le suivant : pour  $i \in \mathbb{I}$ ,  $\tilde{L}_{\mathbb{I},i}^* = \frac{3}{2}L_i^*$ , quand  $\text{Card}(\mathbb{I}) = 2$  et  $\tilde{L}_{\mathbb{I},i}^* = 3L_i^*$ , quand  $\text{Card}(\mathbb{I}) = 1$ .

Les poids intervenant dans la contrainte de distorsion définie pour le schéma à trois descriptions valent  $\alpha_{\{1,2,3\}} = 0.8$ ,  $\alpha_{\mathbb{I}} = 0.0618$  quand  $\text{Card}(\mathbb{I}) = 2$  et  $\alpha_{\mathbb{I}} = 0.0048$ , quand  $\text{Card}(\mathbb{I}) = 1$ .

Nous présentons les performances du schéma pour l'image de test « Lena » de dimension  $512 \times 512$  pixels, où les coefficients de la trame ont été synthétisés par l'algorithme d'optimisation présenté au paragraphe précédent. En outre, nous optimisons la valeur du pas de quantification  $q$  et nous utilisons l'algorithme JPEG2000 pour encoder les trois (respectivement, deux) descriptions pour ce pas de quantification.

Sur la figure 1, nous observons l'évolution du Rapport Signal sur Bruit Crête (RSBC) en fonction du débit global pour le décodeur central et un décodeur latéral de chaque type dans le schéma à trois descriptions. Le schéma de MDC considéré étant équilibré, les performances des décodeurs latéraux ayant subi le même niveau de pertes sont comparables. Dans les figures 2 et 3, nous présentons les images reconstruites correspondantes à un débit 0.8 bpp sur les courbes débit-distorsion précédentes.

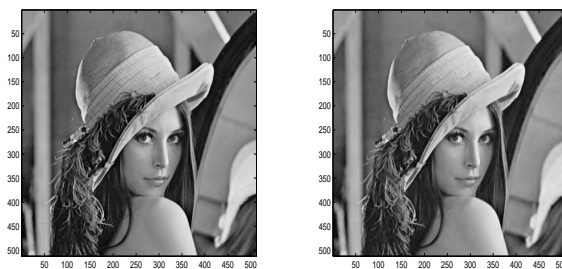


FIG. 2 – Reconstruction : image original (gauche), décodeur central à 0.8bpp (droite)

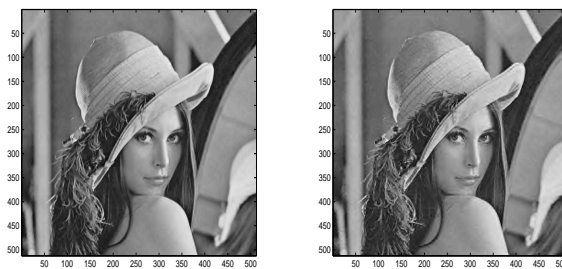


FIG. 3 – Reconstruction : Décodeur latéral :  $D_1 + D_2$  (gauche), Décodeur latéral  $D_1$  (droite)

## Références

- [1] D.L. Donoho, “Compressed Sensing,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52(4), pp. 1289–1306, 2006.
- [2] E. Candes, J. Romberg, and T. Tao, “Robust uncertainty principles : Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52(2), pp. 489 – 509, 2006.
- [3] V. K. Goyal, “Multiple Description Coding : Compression meets the network,” *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 74–93, September 2001.
- [4] V.K. Goyal, J. Kovačević, and J.A. Kelner, “Quantized frame expansions with erasures,” *J. of Appl. and Comput. Harmonic Analysis*, vol. 10, pp. 203–233, May 2001.
- [5] P.A. Chou, S. Mehrotra, and A. Wang, “Multiple Description decoding of overcomplete expansions using Projections onto Convex Sets,” in *Data Compression Conference*, 1999, pp. 72–81.
- [6] T. Petrisor, B. Pesquet-Popescu, and J.-C. Pesquet, “Wavelet-based multiple description coding of images with iterative convex optimization techniques,” in *IEEE Int. Conf. on Image Processing*, September 2005, pp. III924–III927, Genoa, Italy.
- [7] J.-C. Pesquet, C. Chaux, P. L. Combettes and V. R. Waajs, “A variational formulation for frame-based inverse problems,” *Inverse Problems*, vol. 23, pp. 1495–1518, 2007.
- [8] H. Gish and J.N. Pierce, “Asymptotically efficient quantizing,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-14(5), pp. 676–683, 1968.