

Coopération des Bandelettes et des Équations à Dérivées Partielles pour le Débruitage des Images Multispectrales

Aldo MAALOUF, Philippe CARRÉ, Bertrand AUGEREAU, Christine FERNANDEZ-MALOIGNE
 Laboratoire Signal-Image-Communications
 SP2MI-2 Bd Marie et Pierre Curie, PO Box 30179, 86962 Futuroscope Chasseneuil, France
 maalouf@sic.sp2mi.univ-poitiers.fr, carre@sic.sp2mi.univ-poitiers.fr
 augereau@sic.sp2mi.univ-poitiers.fr, fernandez@sic.sp2mi.univ-poitiers.fr

Résumé – Les tâches visuelles exigent souvent une représentation hiérarchique d’images allant d’une échelle fine à une échelle grossière. Dans ce cadre, plusieurs méthodes linéaires et non linéaires de débruitage ont été proposées, tels le lissage par une Gaussienne, la diffusion anisotrope et le seuillage des coefficients d’ondelettes. Dans ce travail, une diffusion anisotrope multiéchelle et géométrique pour le débruitage des images couleurs et multispectrales est proposée. Cette diffusion est basée sur le flot géométrique. Ce dernier est déterminé par la transformée en Bandelettes de l’image à traiter. Pour cela l’image est segmentée en carrés dyadiques où chaque carré regroupe les pixels ayant la même direction de flot géométrique. La motivation de ce travail est d’introduire un tenseur de diffusion multiéchelle, multistructure basé sur la transformée en Bandelettes pour ajuster la diffusion anisotrope vers la direction optimale du flot géométrique. En conséquence, les différents carrés dyadiques dans l’arbre quaternaire ont chacun un tenseur de structure différent. Une diffusion anisotrope plus précise est alors obtenue où l’homogénéité des différentes régions de l’image est correctement préservée.

Abstract – Visual tasks often require a hierarchical representation of images in scales ranging from coarse to fine. A variety of linear and nonlinear smoothing techniques, such as Gaussian smoothing, anisotropic diffusion, regularization, wavelet thresholding etc... have been proposed. In this work, we propose a geometrical multiscale anisotropic diffusion based on the geometrical flow for denoising multivalued images. The geometrical flow is determined by the Bandelet transform of the image being processed. Consequently, the image is segmented into a quadtree where each square regroups pixels sharing the same geometrical flow direction. The motivation of this work is to introduce a new multiscale multistructure bandelet-based diffusion tensor to adjust the anisotropic diffusion toward the direction of the optimal geometrical flow. Therefore, multiple dyadic squares in the quadtree have multiple structure tensors. Hence, a more accurate geometrically driven noise suppression is obtained where the homogeneity of different image regions is well maintained.

1 Introduction

A chaque étape de l’acquisition d’une scène, des perturbations (rayures, poussières, caméra, amplification, quantification) vont détériorer la qualité de l’image. Ces perturbations sont regroupées sous le nom de ”bruit”. Ce bruit sera ici considéré comme aléatoire et additif. L’image bruitée est décrite par l’équation suivante :

$$I_{bruite} = I_{originale} + \eta \quad (1)$$

Le but est d’éliminer au maximum les perturbations tout en respectant l’intégrité de l’image originale $I_{originale}$. Du fait de sa domination dans les hautes fréquences, le bruit additif η peut être éliminé par un processus de filtrage ”passe-bas” ce qui entraîne la disparition des détails surtout au niveau des contours. Les méthodes de seuillage des coefficients d’ondelettes ainsi que les filtres de diffusion ont été souvent utilisés avec succès pour le débruitage des images numériques. Dans le cadre de la diffusion anisotrope, certains auteurs ont appliqué le modèle de Perona et Malik [1] dans diverses applications. D’autres modèles, similaires ou améliorés, sont apparus dans plusieurs articles comme par exemple dans [2] et [3]. Enfin des nouveaux domaines d’applications de la diffusion anisotrope ont émergé, ce qui prouve la puissance de ces filtres pour

le débruitage des données en 2D et 3D (par exemple, le lissage des surfaces dans [4] et la visualisation des champs des vecteurs dans [5]). En conséquence, l’amélioration de la diffusion anisotrope est devenue un enjeu important de la recherche en traitement d’images.

La transformée en bandelettes a été tout d’abord introduite par Le Pennec et Mallat [6]. Cette première génération des bases de bandelettes n’est pas construite pour un domaine discret. De ce fait, elle ne fournit pas une représentation multiéchelle de la géométrie de l’image. De plus, cette génération présente des artefacts au voisinage des contours, ce qui est indésirable dans un processus de débruitage où la préservation des contours est une priorité. La seconde génération de la transformée en bandelettes, introduite par Peyre et Mallat [7], est déterminée par une transformée géométrique orthogonale appliquée sur les coefficients d’ondelettes orthogonales.

En utilisant les avantages de cette représentation géométrique, un tenseur multistructure et multispectral est proposé avec pour but d’ajuster le gradient de l’image vers la direction géométrique dans le processus de débruitage. Étant donné que la singularité des contours est bien représentée dans les bases de bandelettes (les fonctions analysantes sont allongées et quasiment parallèles aux contours) et que les pixels partageant les mêmes propriétés géomé-

triques sont regroupés par les différents carrés dyadiques qui sont définis par la direction du flot géométrique, une diffusion anisotrope qui préserve à la fois l'homogénéité des régions et les contours est alors obtenue. En conséquence, le degré de flou dans l'image restaurée est réduit.

Dans la première partie de cet article, la transformée en bandelettes et les principes du débruitage d'images par les équations à dérivée partielle (EDP) (la méthode de Perona et Malik) sont présentés. Puis, dans la deuxième partie une EDP basée sur la transformée en bandelette pour le débruitage des images multispectrales est introduite. Finalement, des résultats expérimentaux obtenus sont présentés et comparés avec d'autres résultats obtenus par d'autres méthodes de débruitage.

2 Transformée en Bandelettes

Un bref aperçu de la transformée en bandelettes est présenté ici. Le lecteur peut se référer à [8] pour une description complète de la transformée en bandelettes.

Les bandelettes sont définies comme des ondelettes anisotropes qui sont déformées le long du flot géométrique, qui n'est autre qu'un champ de vecteurs indiquant la direction locale des régularités autour des contours. Le dictionnaire des trames de bandelettes est construit en utilisant une segmentation en carrés dyadiques et un flot géométrique paramétrisé. L'exploitation de la géométrie de l'image fait tendre l'erreur d'approximation dans les bases de bandelettes vers une image régulière.

La géométrie des surfaces des images n'est pas une collection de discontinuités indépendantes les unes des autres, mais plutôt une zone de courbures élevée. La transformée en bandelettes refond ces zones de courbures élevées en une estimation optimale de la direction de la régularité. De ce fait la géométrie est estimée par la recherche du flot de régularité puis d'un polynôme qui décrit ce flot.

2.1 Calcul de la Transformée en Bandelettes

La transformée en bandelettes est tout d'abord calculée par l'ordonnancement des coefficients d'ondelettes 2D suivie d'une transformée en ondelettes 1D. La transformée en ondelettes classique d'une image I est la décomposition de cette dernière dans des bases orthogonales formées par la translation et la dilatation des trois ondelettes mère $\{\psi^H, \psi^V, \psi^D\}$ pour les directions horizontales, verticales et diagonales. Une fois que la transformée en ondelettes 2D est exprimée, l'arbre quaternaire est calculé en divisant l'image en carrés dyadiques de tailles variantes (voir [7] pour plus d'information). Pour chaque carré dyadique, la géométrie optimale est obtenue par la minimisation d'un lagrangien. Ensuite une projection des coefficients d'ondelettes le long de la direction géométrique optimale est appliquée [7]. Finalement, une transformée en ondelettes 1D est calculée sur les coefficients projetés. La Figure 1 illustre l'arbre quaternaire de l'image "Lena" et un zoom sur l'orientation du flot dans chaque carré.

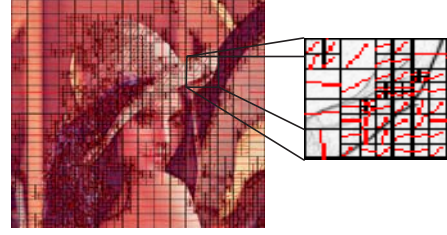


FIG. 1 – Image Lena segmentée en quadtree

3 Diffusion Anisotrope : le modèle de Perona et Malik

La diffusion anisotrope, telle que Perona et Malik la présentent dans [1], permet de faire la distinction bruit/contour. Elle s'écrit de la façon suivante :

$$\frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = \text{div} [g(\|\nabla I\|) \nabla I] \quad (2)$$

avec $g(\cdot)$: une fonction positive décroissante, div l'opérateur de divergence et ∇ l'opérateur gradient et t l'itération.

Il s'agit d'un lissage conditionnel, dont le comportement est fonction de la norme du gradient de l'image, grâce à la fonction $g(\cdot)$. Le principe est de diffuser fortement dans les zones à faibles gradients (zones homogènes), et faiblement dans les zones à forts gradients (contours).

Le tenseur de structure de DiZenko a permis une extension du modèle (2) au cas d'images vectorielles. Pour une image multispectrale $I = (I^1, I^2, \dots, I^m)^T$ ce tenseur de structure est défini par :

$$Q = \begin{pmatrix} I_x^T I_x & I_x^T I_y \\ I_y^T I_x & I_y^T I_y \end{pmatrix} \quad (3)$$

où T désigne l'opérateur de transposition. L'équation (2) devient :

$$\begin{cases} \frac{\partial I^i}{\partial t} = \text{div} (g(\|Q\|) \nabla I^i) \\ I^i(x, y, 0) = I_0^i(x, y) & \text{pour } i = 1, 2, \dots, m \\ \left. \frac{\partial I^i}{\partial n} \right|_{\partial \Omega} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

où Ω désigne le domaine de l'image.

4 Diffusion Anisotrope EDP - Bandelettes

Le modèle de Perona et Malik régularise le gradient de l'image ∇I pour réduire l'influence du bruit. L'efficacité de la régularisation est alors dépendante du type du bruit. La motivation de ce travail est d'ajuster la diffusion anisotrope par la direction géométrique optimale de chaque carré dyadique de l'arbre quaternaire. Pour cela, on introduit un tenseur de structure multiéchelle pour les images multispectrales avec m composantes. Ce tenseur est défini par :

$$G_B^j = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial}{\partial x} B_{i,q}^j \cos \theta_i \right)^2 & \sum_{i=1}^m \frac{\partial}{\partial x} B_{i,q}^j \cos \theta_i \frac{\partial}{\partial y} B_{i,q}^j \sin \theta_i \\ \sum_{i=1}^m \frac{\partial}{\partial x} B_{i,q}^j \cos \theta_i \frac{\partial}{\partial y} B_{i,q}^j \sin \theta_i & \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial}{\partial y} B_{i,q}^j \sin \theta_i \right)^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

La norme de G_B^j est définie à partir de ses valeurs propres λ_+ et λ_- , $\|G_B\| = \sqrt{\lambda_+ + \lambda_-}$. L'angle θ_i représente l'angle

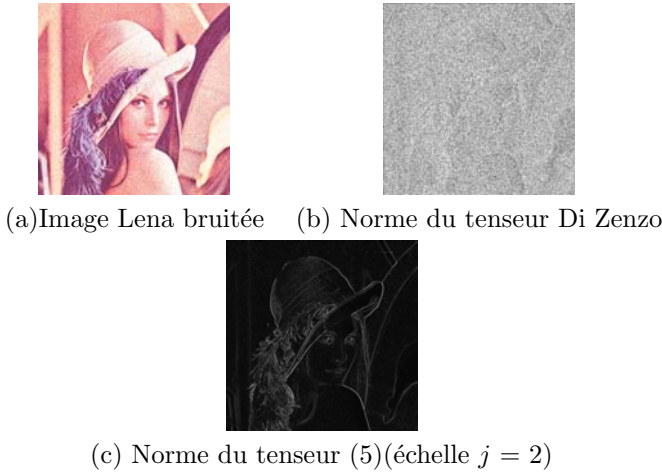


FIG. 2 – Norme des différents tenseurs de structure

de la direction optimale du flot géométrique. j n'est autre que l'échelle de la transformée en ondelettes 2D. $B_{i,q}^j$ calculé pour la composante i à l'échelle j est le coefficient de bandelettes correspondant au carré numéro q . La figure 2 illustre la norme du tenseur de structure de Di Zenzo (Fig. 2(b)) et la norme du tenseur multiéchelle (5) pour l'image bruitée "Lena". Comme nous pouvons le constater, la norme du tenseur multiéchelle fournit une meilleure caractérisation des contours. On observe que les singularités des contours de l'image sont bien caractérisées par des petits carrés bien adaptés (Fig. 1). De plus, les pixels liés au bruit non aucune influence sur la représentation par le flot géométrique. La norme du tenseur de structure proposée dans (5) représente donc seulement les pixels de transition. Un autre avantage est que la géométrie de l'image est représentée par un groupement local des vecteurs géométriques similaires. Donc, les surfaces homogènes sont définies par la structure de l'arbre quaternaire. En conséquence, comme les contours entre ces différentes surfaces homogènes sont bien conservés, le flou est réduit.

Il faut noter que pour chaque carré de l'arbre quaternaire la structure de tenseur est différente suivant la direction du flot géométrique.

La diffusion anisotrope EDP-Bandelette est alors définie par :

$$\begin{cases} \frac{\partial I^i}{\partial t} = \text{div} \left(g \left(\left\| G_B^j \right\| \right) \right) \vec{\nabla} I^i \\ I^i(x, y, 0) = I_0^i(x, y) \\ \left. \frac{\partial I^i}{\partial n} \right|_{\partial \Omega} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

où g est une fonction de diffusion et $\vec{\nabla} I^i$ est le gradient directionnel par rapport à la direction du flot.

5 Résultats Expérimentaux

Dans cette section nous présentons quelques résultats de débruitage obtenus en utilisant la méthode EDP-Bandelette proposée ainsi que des résultats obtenus par des méthodes de débruitage classique EDP ou seuillage des coefficients d'ondelettes.

L'image bruitée (Fig 3(b)) est traitée par l'équation (6) et par la méthode de Perona et Malik (2). Les figures



FIG. 3 – Image originale et image bruitée (SNR=27.21dB) obtenue par l'addition d'un bruit gaussien blanc



FIG. 4 – Image débruitée obtenue par : (a) le modèle de Perona-Malik (SNR=31.59dB), (b) régularisation EDP-Bandelettes (SNR=32.9dB)

4(a) et 4(b) montrent les résultats obtenus par débruitage par le modèle de Perona et Malik et par la régularisation EDP-Bandelettes (6) respectivement. L'image bruitée est aussi traitée par les méthodes "Edge Enhancement diffusion", "Coherence Enhancement Diffusion", la diffusion de Tikhonov, la variation totale des couleurs et le seuillage hard et soft des coefficients d'ondelettes. Les résultats sont illustrés sur la figure 5.

Comparée aux autres méthodes de débruitage, la régularisation EDP-Bandelettes montre une meilleure conservation de contours, un degré de flou inférieur et une image restaurée de meilleure qualité.

Pour valider ceci, la qualité des images restaurées est évaluée par des calculs de différences des couleurs psychovisuelles, particulièrement les équations CIEDE2000 [11]. Les différences de couleurs entre l'image originale (Fig. 3(a)) et chacune des images débruitées par les différentes approches sont illustrées dans la figure 6.

6 Conclusion

Dans cet article, une méthode de débruitage EDP - bandelettes est introduite. Elle utilise un tenseur de structure basé sur la transformée en bandelettes. Ce tenseur de structure est capable de caractériser correctement les contours de l'image malgré la présence du bruit. La nou-

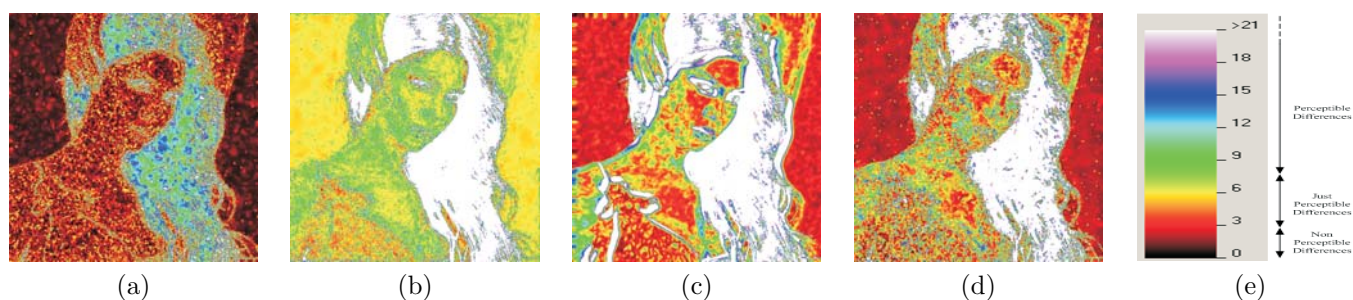


FIG. 6 – Différence de couleur *CIEDE2000* entre l'image originale et l'image débruitée obtenue par : (a) approche EDP-bandelettes, (b) seuillage hard des coefficients d'ondelettes, (c) approche de Perona et Malik et (d) variation totale des couleurs

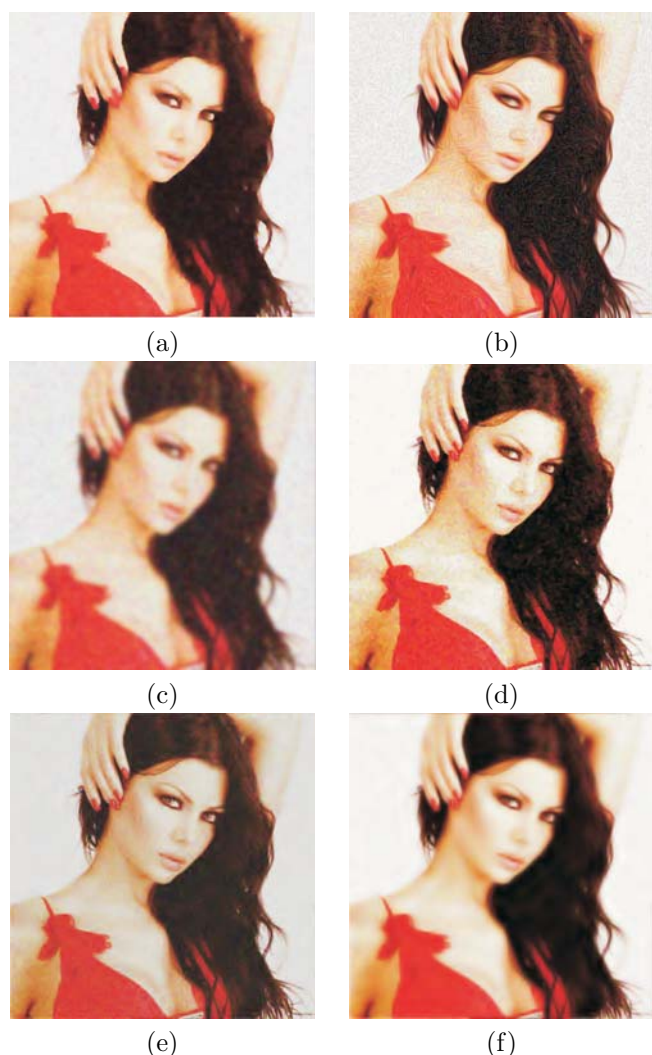


FIG. 5 – Image débruitée par : (a) edge enhancement diffusion (SNR=29.058dB), (b) coherence enhancement diffusion (SNR=29.11dB), (c) diffusion de Tikhonov (SNR=32.11dB), (d) variation totale des couleurs (SNR=28.76dB), (e) Seuillage hard (SNR=38.95dB) et (f) seuillage soft (SNR=31.28dB)

velle régularisation a montré une meilleur préservation des contours et un degré de flou inférieur à celui obtenu par d'autres techniques de débruitage.

Références

- [1] Perona P. and Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 12(7) :629–639, 1990.
- [2] M.A. Der-Shan Luo, King and Glick S. Local geometry variablee conductance diffusion for post reconstruction filtering. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 41(6) :2800–2806, 1994.
- [3] Tannenbaum A. Yu-Li You and Kaveh M. Behavioral analysis of anisotropic diffusion in image processing. *IEEE Trans. Med. Imaging*, 5 :1539–1553, 1996.
- [4] Mikula K. Sarti A. and Sgallari F. Nonlinear multiscale analysis of three dimensional echocardiographic sequences. *IEEE Trans. Med. Imaging*, 18(6) :453–466, 1999.
- [5] Preusser T. Diewald U. and Rumpf M. Anisotropic diffusion in vector field visualization on euclidean domains and surfaces. *IEEE Trans. Vis. and comp. garph.*, 6 :139–149, 2000.
- [6] E. Le Pennec and S. Mallat. Bandelet image approximation and compresion. *SIAM Journ. of Multiscale and Simulation*, 4(3) :992–1039, 2005.
- [7] G. Peyre and S. Mallat. Discrete bandelets with geometric orthogonal filters. *Proceedings of ICIP*, September 2005.
- [8] Peyre G. *Geometrie multi-échelles pour les images et les textures*. Phd thesis, Ecole Polytechnique, December 2005.
- [9] Weickert J. Scale space properties of nonlinear diffusion filtering with a diffusion tensor. Technical report, University of Kaiserslautern, October 1994.
- [10] Lopez A. Weickert J., Haar Romeny B. M. and Van Enk W. J. Orientation analysis by coherence-enhancing diffusion. In *Proc. Symp. Real World Computing*, pages 96–103, 1997.
- [11] G. M. Johnson and M. D. Fairchild. A top down description of s-cielab and ciede2000. *Color Res. Appl.*, 27, 2002.